# Estatística para Cursos de Engenharia e Informática

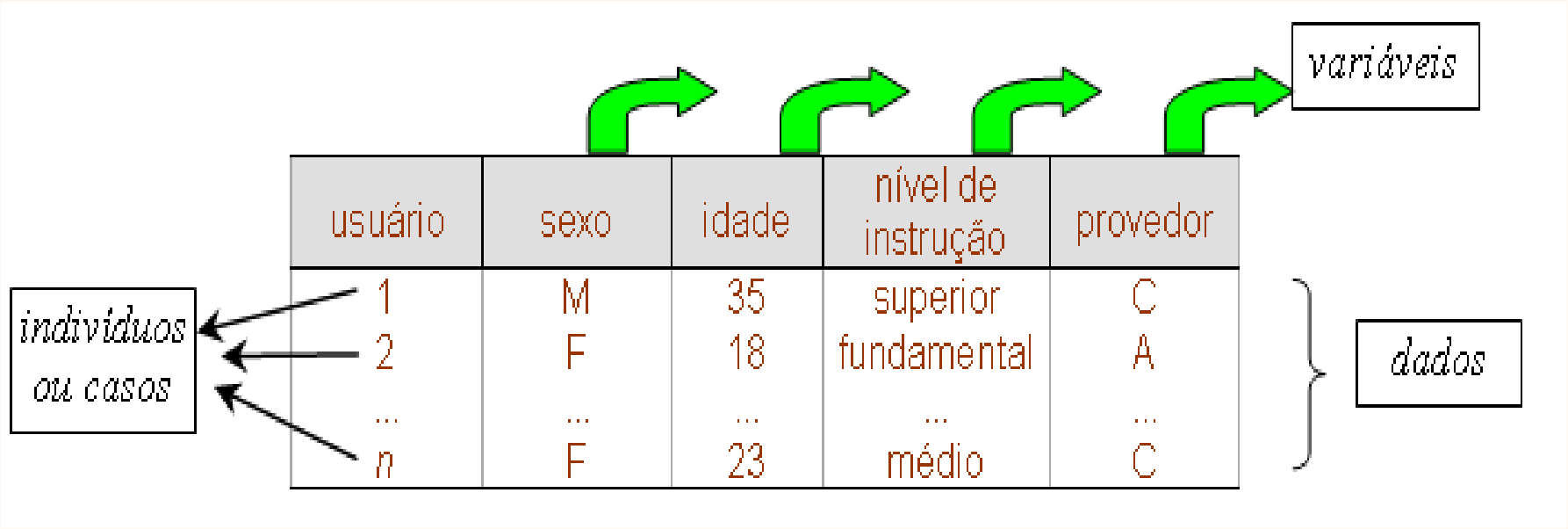
Pedro Alberto Barbetta / Marcelo Menezes Reis / Antonio Cezar Bornia

São Paulo: Atlas, 2004

# Cap. 3 – Análise exploratória de dados

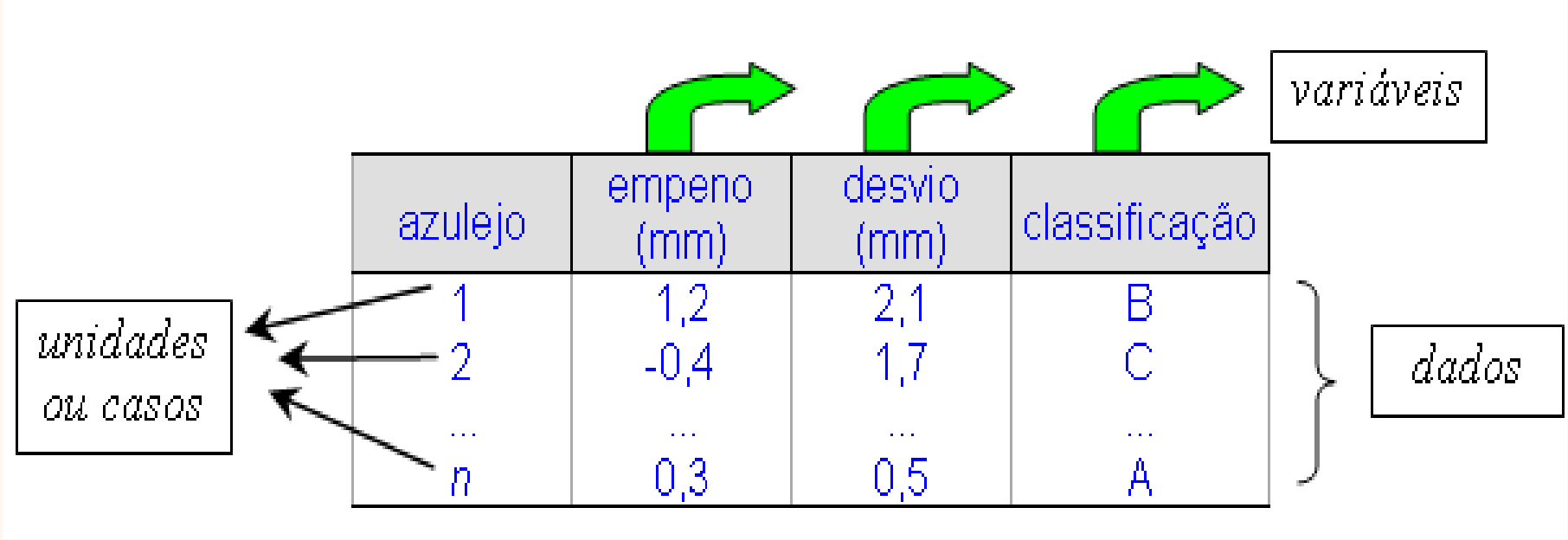
APOIO:
Fundação de Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica do Estado de Santa Catarina (FAPESC)
Departamento de Informática e Estatística – UFSC (INE/CTC/UFSC)

# Dados e variáveis



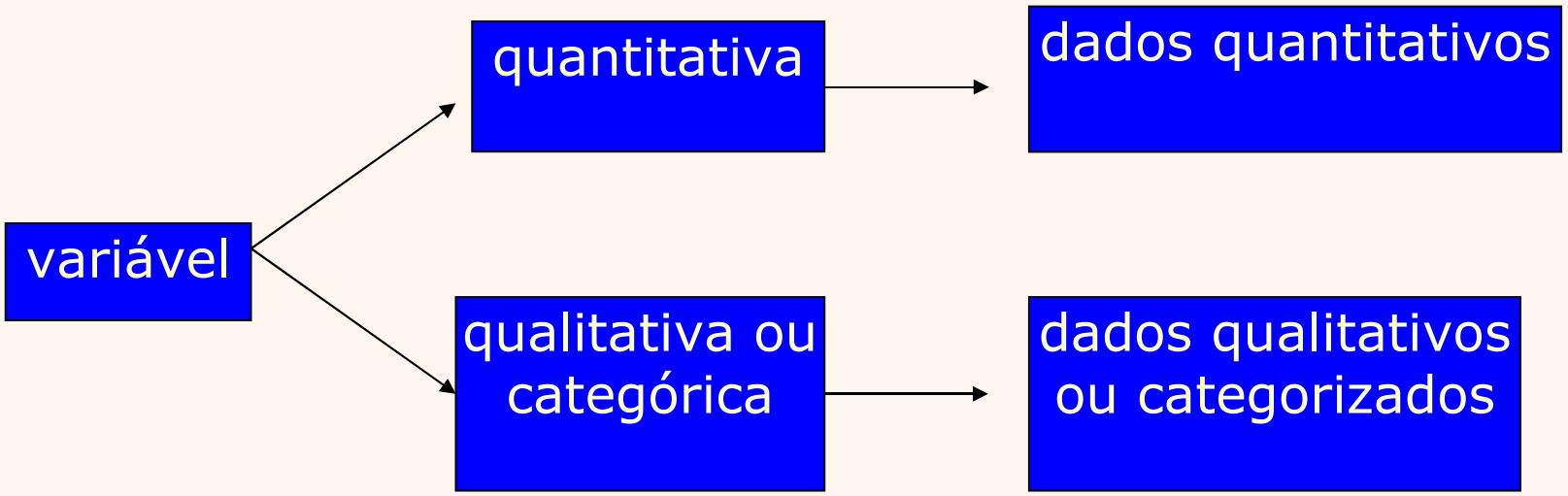

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Dados e variáveis




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Dados e variáveis




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Distribuição de freqüências

- A **distribuição de freqüências** consiste na organização dos dados de acordo com as ocorrências dos diferentes resultados observados.

- Pode ser apresentada em **tabela** ou **gráfico.**

# Dados

## Provedor usado por cada usuário

| indivíduo | provedor | indivíduo | provedor | indivíduo | provedor | indivíduo | provedor |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | C | 11 | C | 21 | B | 31 | A |
| 2 | A | 12 | A | 22 | A | 32 | A |
| 3 | B | 13 | B | 23 | A | 33 | B |
| 4 | B | 14 | D | 24 | B | 34 | C |
| 5 | C | 15 | A | 25 | A | 35 | B |
| 6 | B | 16 | B | 26 | A | 36 | D |
| 7 | D | 17 | B | 27 | B | 37 | B |
| 8 | B | 18 | C | 28 | D | 38 | B |
| 9 | B | 19 | D | 29 | D | 39 | B |
| 10 | A | 20 | B | 30 | C | 40 | C |

# Distribuição de freqüências para variáveis qualitativas

**Tabela.** Distribuição de freqüências do provedor usado pelo visitante do *site*.

| Provedor | Freqüência | Percentagem |
|---|---|---|
| A | 10 | 25,0 |
| B | 17 | 42,5 |
| C | 7 | 17,5 |
| D | 6 | 15,0 |
| Total | 40 | 100,0 |

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Distribuição de freqüências para variáveis qualitativas

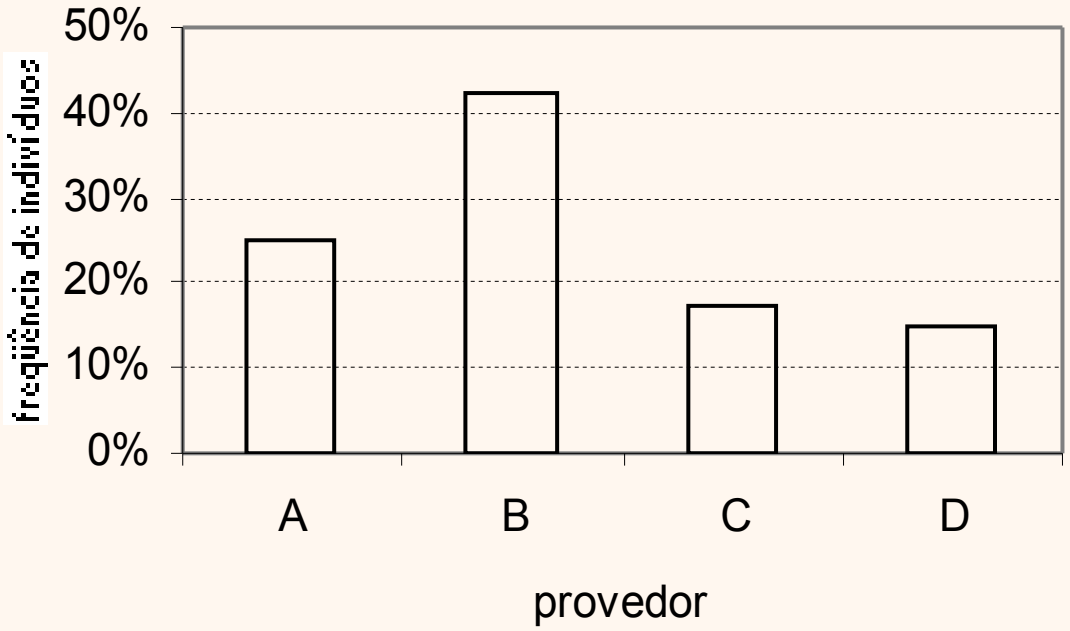



Gráfico de colunas para a apresentação da distribuição de freqüências do provedor usado pelo visitante do *site*.

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Distribuição de freqüências para variáveis qualitativas

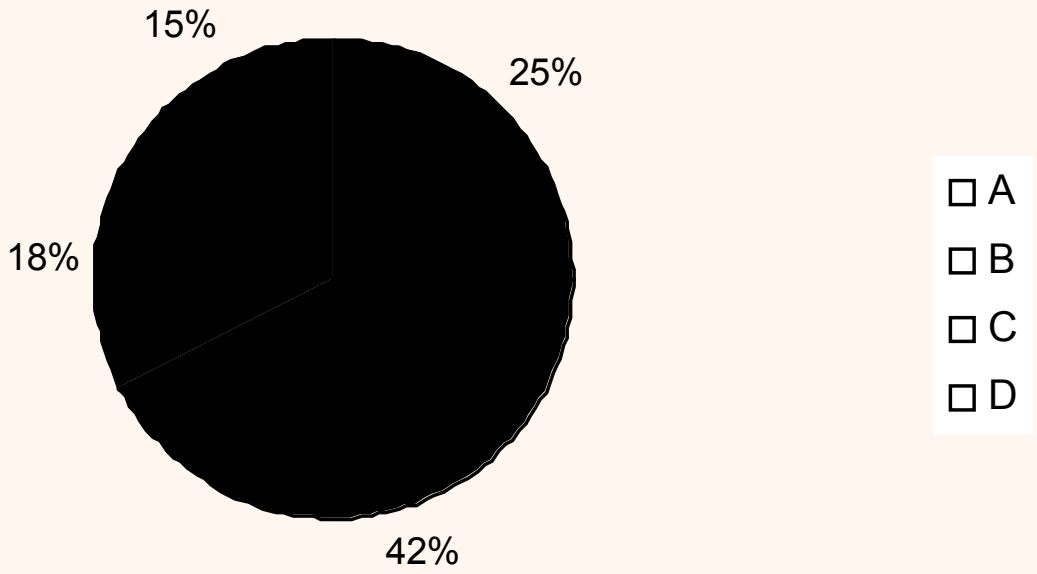
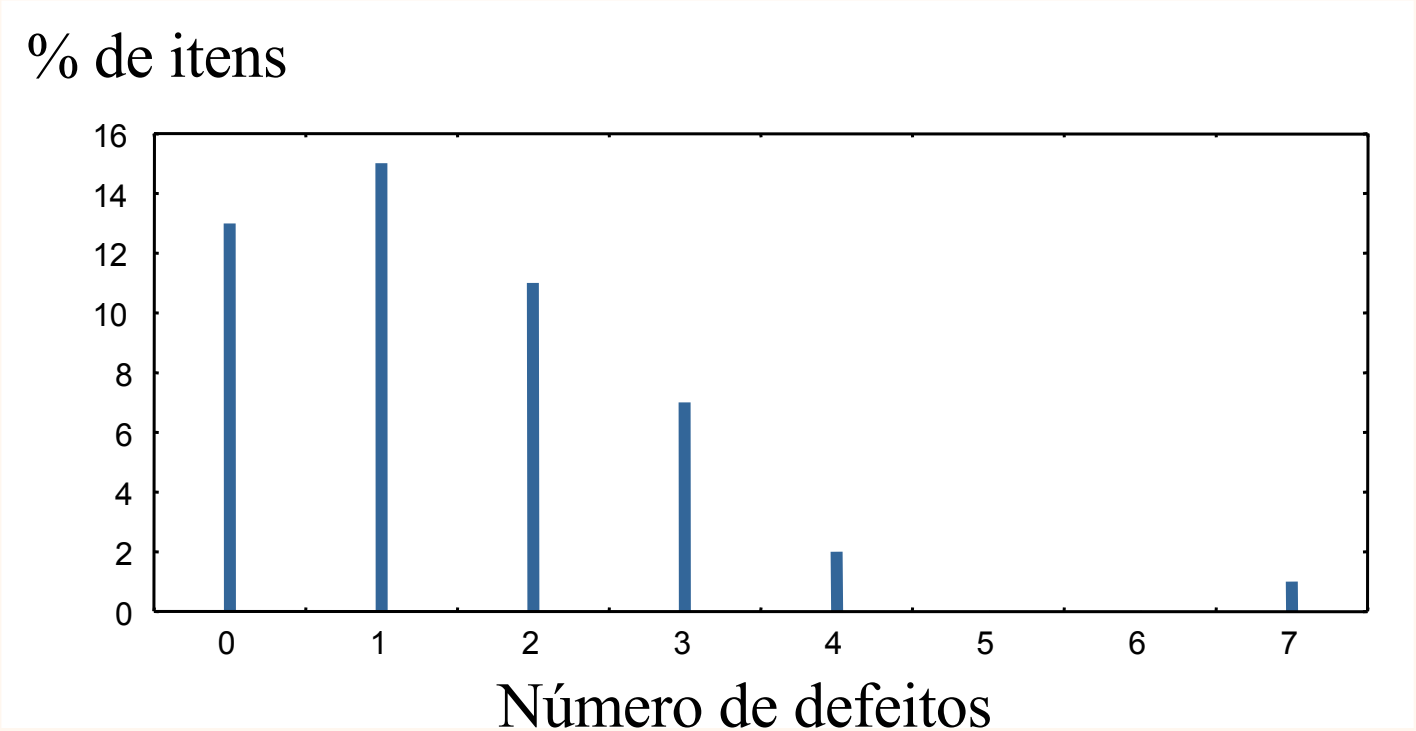



Gráfico de setores para a apresentação da distribuição de freqüências do provedor usado pelo visitante do *site*.

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Distribuição de freqüências para variáveis quantitativas discretas

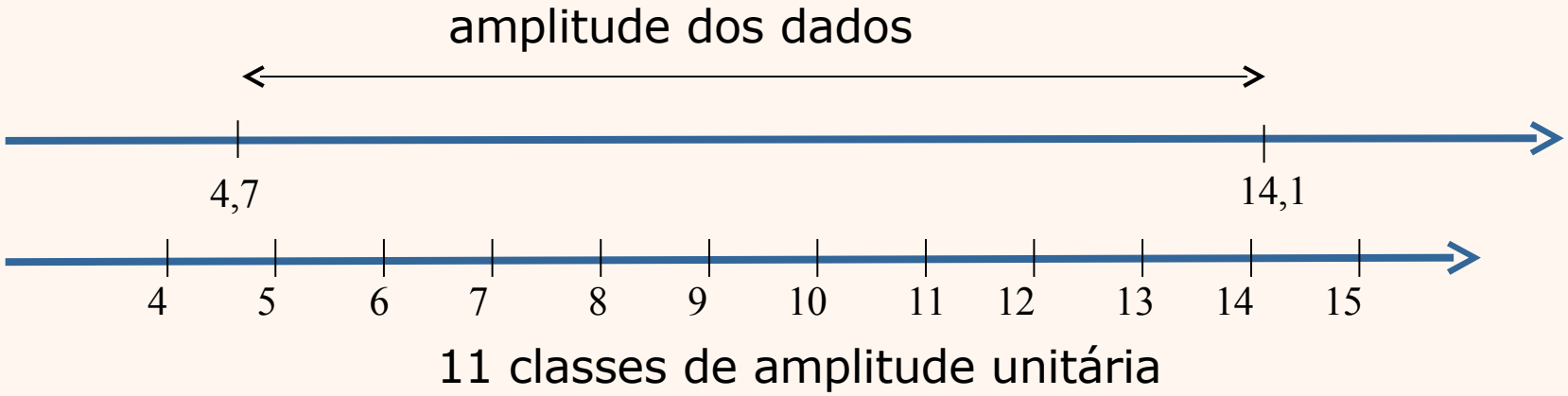



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Variáveis contínuas

## Construção da distribuição de freqüências

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5,2 | 6,4 | 5,7 | 8,3 | 7,0 | 5,4 | 4,8 | 9,1 |
| 5,5 | 6,2 | 4,9 | 5,7 | 6,3 | 5,1 | 8,4 | 6,2 | 8,9 |
| 7,3 | 5,4 | 4,8 | 5,6 | 6,8 | 5,0 | 6,7 | 8,2 | 7,1 |
| 4,9 | 5,0 | 8,2 | 9,9 | 5,4 | 5,6 | 5,7 | 6,2 | 4,9 |
| 5,1 | 6,0 | 4,7 | 14,1 | 5,3 | 4,9 | 5,0 | 5,7 | 6,3 |
| 6,0 | 6,8 | 7,3 | 6,9 | 6,5 | 5,9 | | | |



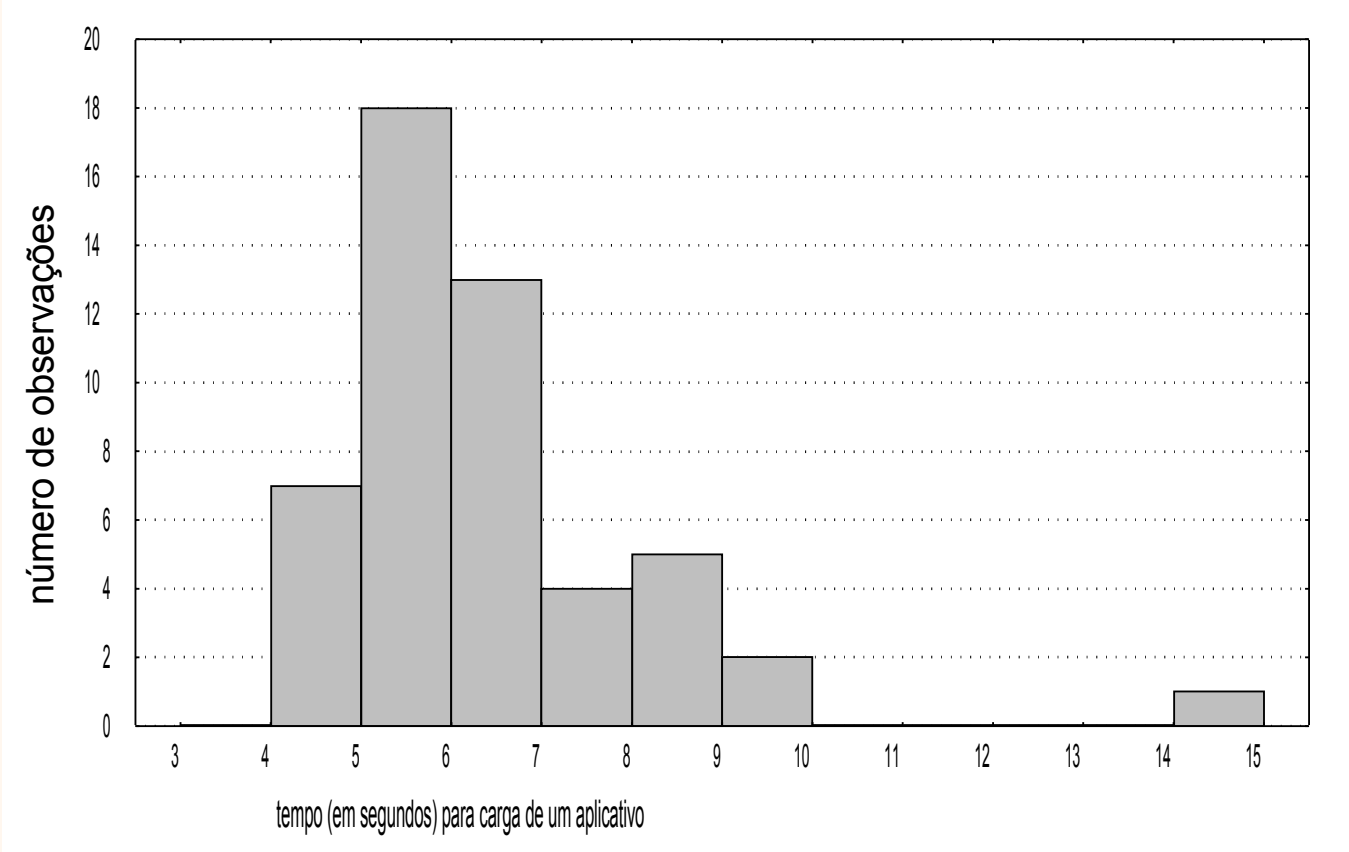

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Tabela de freqüências: variável contínua

| Classes de tempo | Ponto médio | Número de observações $n_j$ | Percentagem de observações $100f_j$ | Percentagem acumulada $100F_j$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 \|— 5 | 4,5 | 7 | 14 | 14 |
| 5 \|— 6 | 5,5 | 18 | 36 | 50 |
| 6 \|— 7 | 6,5 | 13 | 26 | 76 |
| 7 \|— 8 | 7,5 | 4 | 8 | 84 |
| 8 \|— 9 | 8,5 | 5 | 10 | 94 |
| 9 \|— 10 | 9,5 | 2 | 4 | 98 |
| 10 \|— 11 | 10,5 | 0 | 0 | 98 |
| 11 \|— 12 | 11,5 | 0 | 0 | 98 |
| 12 \|— 13 | 12,5 | 0 | 0 | 98 |
| 13 \|— 14 | 13,5 | 0 | 0 | 98 |
| 14 \|— 15 | 14,5 | 1 | 2 | 100 |
| Total | - | 50 | 100 | - |

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

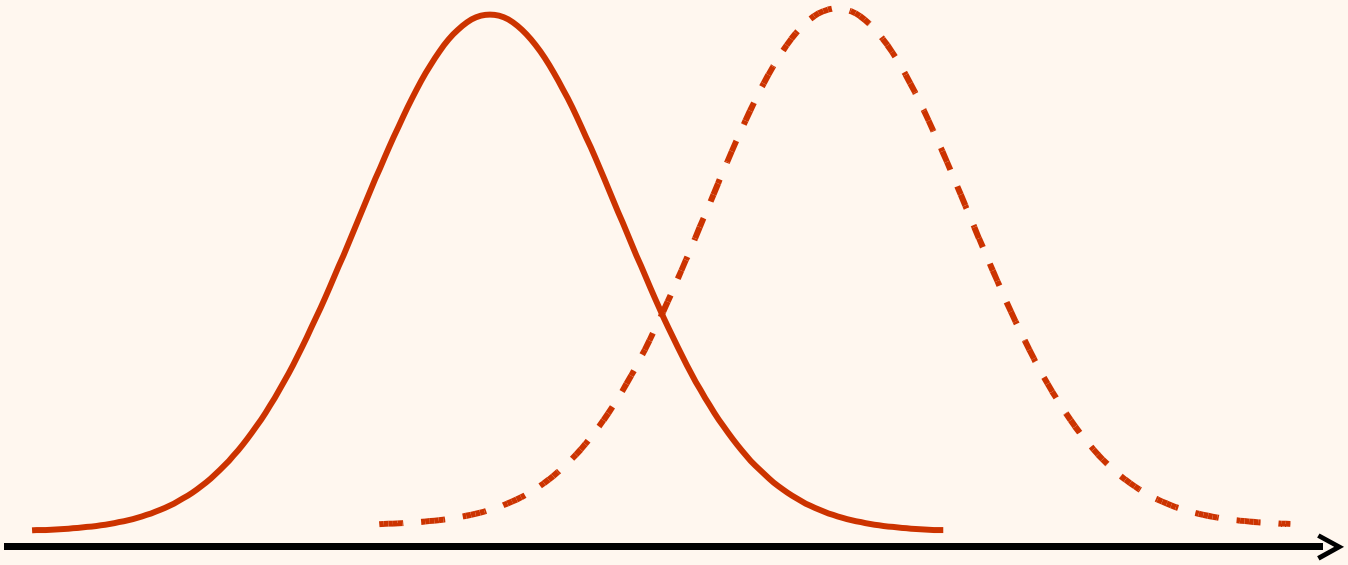
# Histograma




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

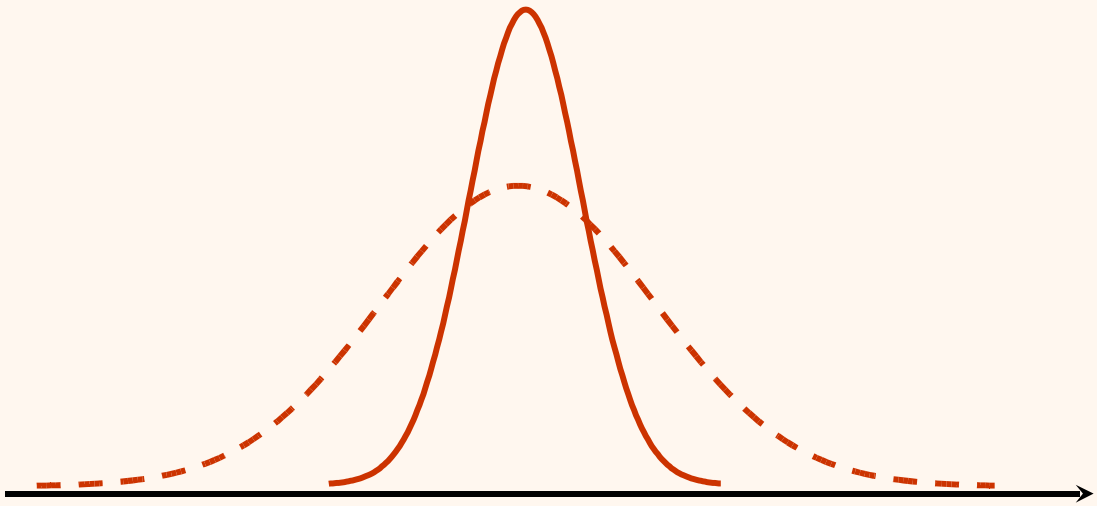
# Formas de uma distribuição de freqüências

- Distribuições diferentes em termos da posição central



# Formas de uma distribuição de freqüências

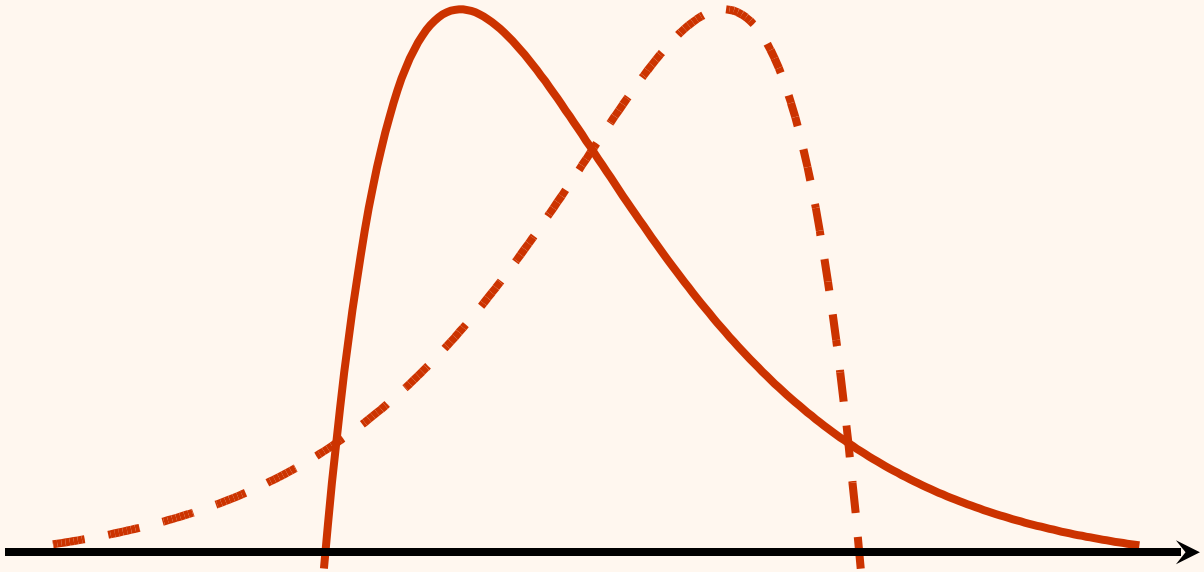
- Distribuições diferentes quanto à dispersão



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Formas de uma distribuição de freqüências

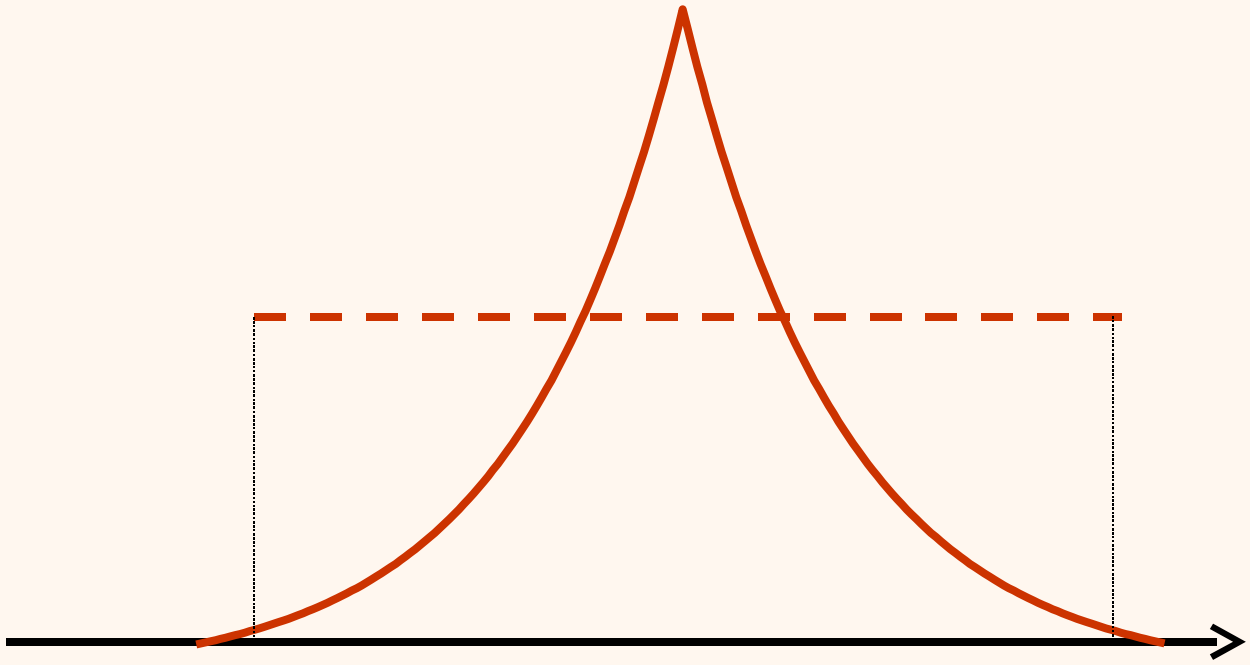
- Distribuições diferentes quanto à assimetria



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Formas de uma distribuição de freqüências

- Distribuições diferentes quanto à curtose



# Medidas descritivas

- A média aritmética: uma medida de posição central.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

# Exemplo

| Temperatura (ºC) | Tempo (minutos) | | |
|---|---|---|---|
| | 20 | 25 | 30 |
| 60 | 29,7 28,7 30,2<br>31,3 31,2 31,7 | 31,0 30,6 32,8<br>31,9 31,2 31,2 | 32,9 32,7 34,8<br>34,9 33,8 34,9 |
| 70 | 36,6 35,7 35,3<br>35,1 30,2 37,2 | 35,7 40,4 41,7<br>36,9 34,5 40,0 | 34,8 36,8 37,4<br>38,9 38,7 42,5 |
| 80 | 40,2 33,6 33,4<br>35,2 38,1 33,0 | 37,0 34,4 29,8<br>33,9 43,2 35,5 | 36,0 31,3 36,6<br>32,5 39,2 35,9 |

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

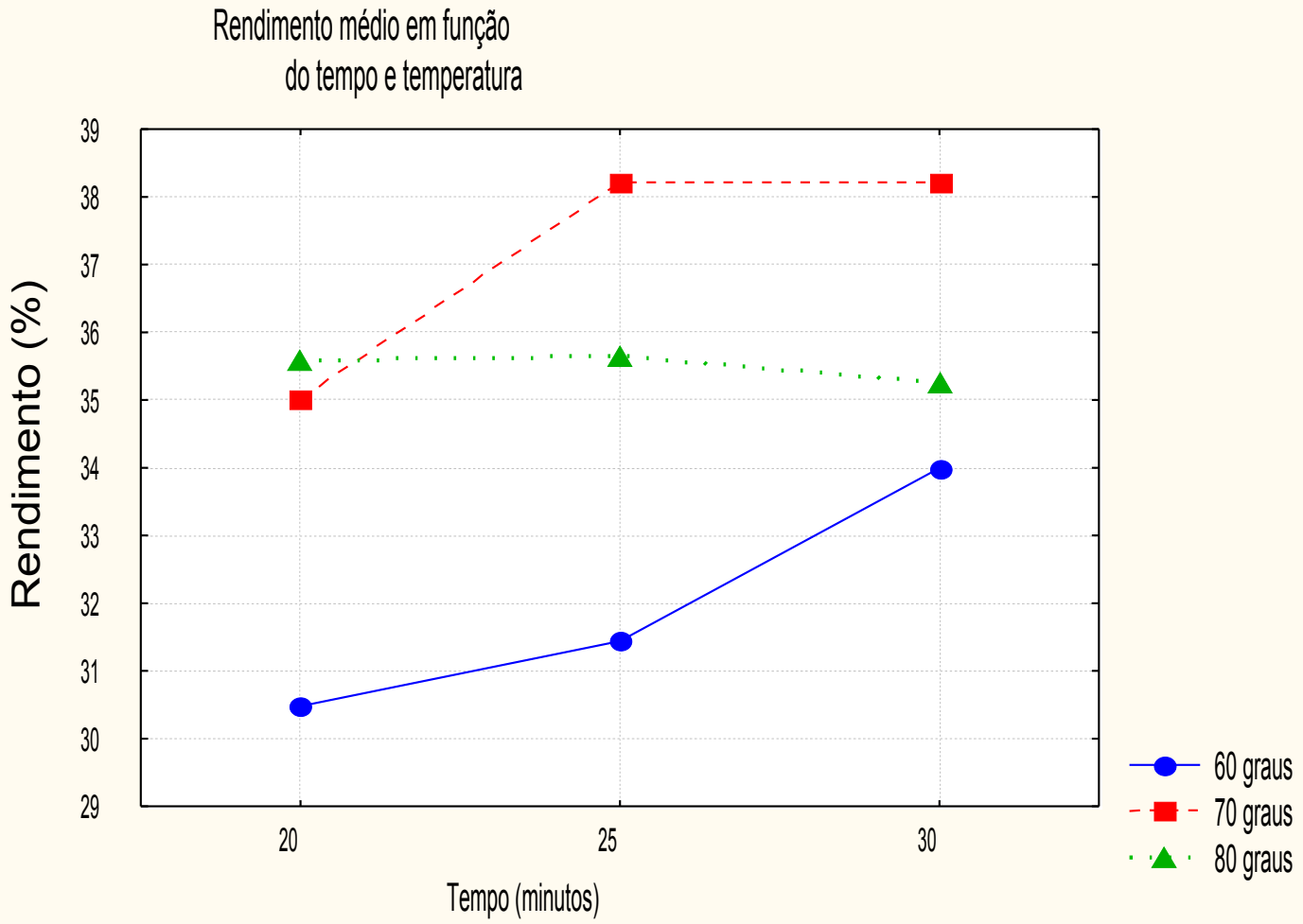
# Exemplo

Médias aritméticas do rendimento, para diferentes níveis de temperatura e tempo de reação, num processo químico.

| Tempera- | Tempo (minutos) | | |
|---|---|---|---|
| tura ($^0$C) | 20 | 25 | 30 |
| 60 | 30,5 | 31,4 | 34,0 |
| 70 | 35,0 | 38,2 | 38,2 |
| 80 | 35,6 | 35,6 | 35,3 |

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Exemplo



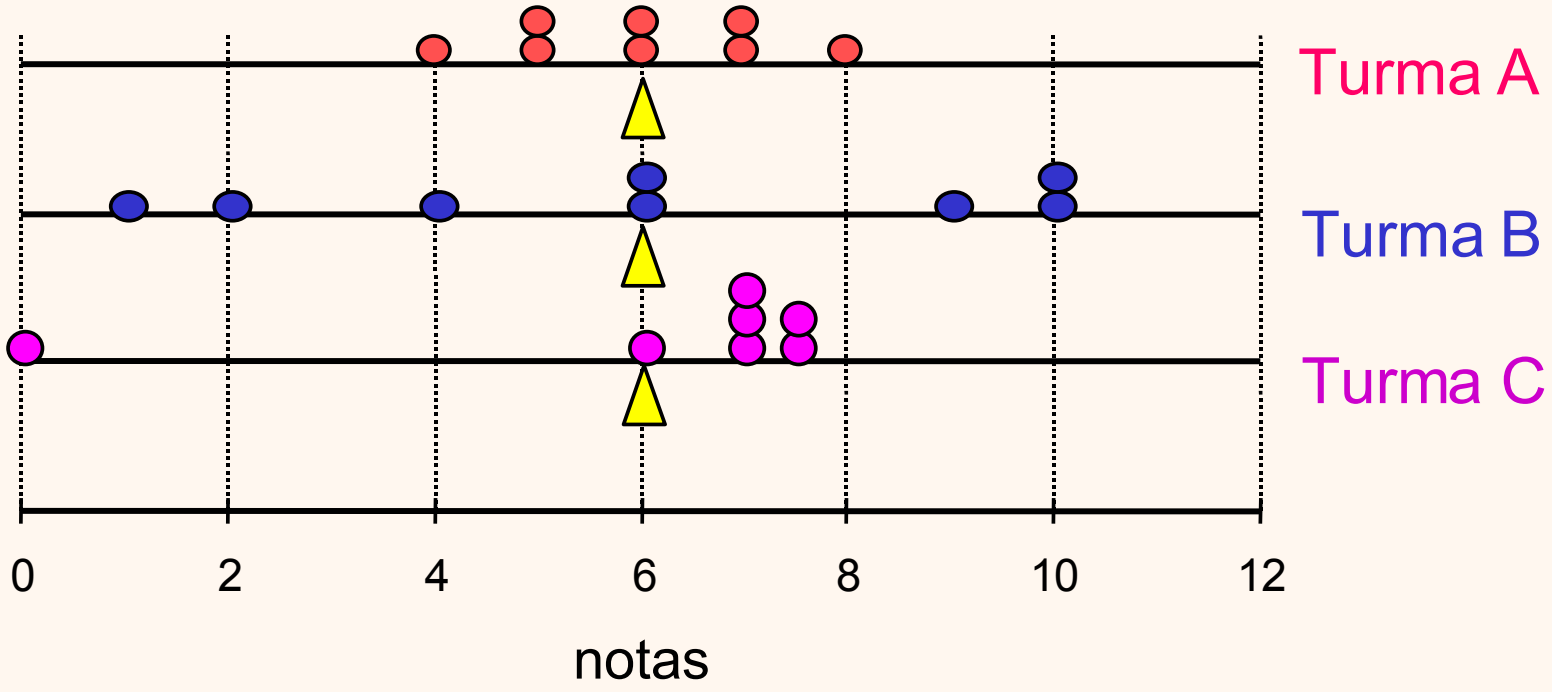

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Exemplo: notas dos alunos de três turmas

| Turma | Notas dos alunos | Média da turma |
|---|---|---|
| A | 4 5 5 6 6 7 7 8 | 6,00 |
| B | 1 2 4 6 6 9 10 10 | 6,00 |
| C | 0 6 7 7 7 7,5 7,5 | 6,00 |

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

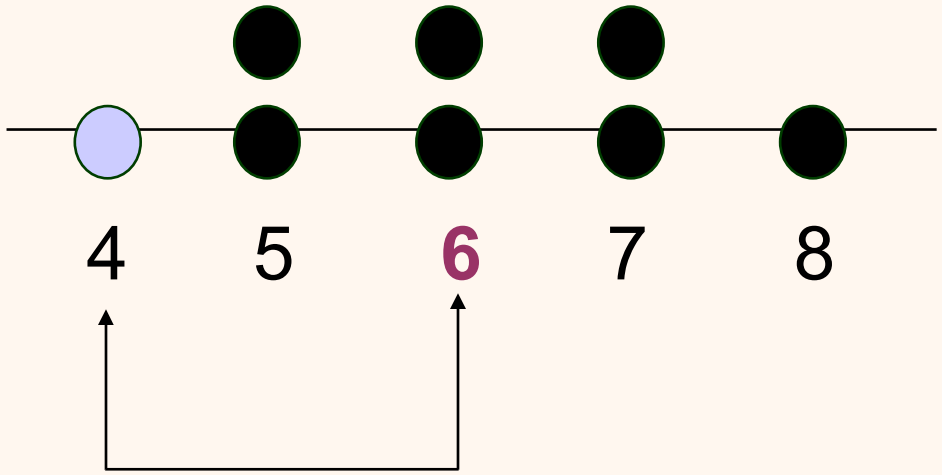
# Exemplo: notas dos alunos de três turmas




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Como medir a dispersão?

Exemplo: Turma A (**4 5 5 6 6 7 7 8**)




distância (desvio) em relação à média

# Como medir a dispersão?

| Descrição | notação | resultados numéricos |
|---|---|---|
| Valores (notas dos alunos) | $x_i$ | 4 5 5 6 6 7 7 8 |
| Média | $\bar{x}$ | 6 |
| Desvios em relação à média | $x_i - x$ | -2 -1 -1 0 0 1 1 2 |
| Desvios quadráticos | $\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ | 4 1 1 0 0 1 1 4 |

Variância (da amostra):

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$s^2 = \frac{4 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1 + 4}{8 - 1} = 1{,}71$$

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Como medir a dispersão?

| Descrição | notação | resultados numéricos |
|---|---|---|
| Valores (notas dos alunos) | $x_i$ | 4 5 5 6 6 7 7 8 |
| Média | $\bar{x}$ | 6 |
| Desvios em relação à média | $x_i - x$ | -2 -1 -1 0 0 1 1 2 |
| Desvios quadráticos | $\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ | 4 1 1 0 0 1 1 4 |

Desvio padrão (da amostra): $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{4 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1 + 4}{8 - 1}} = \sqrt{1{,}71} = 1{,}31$$

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

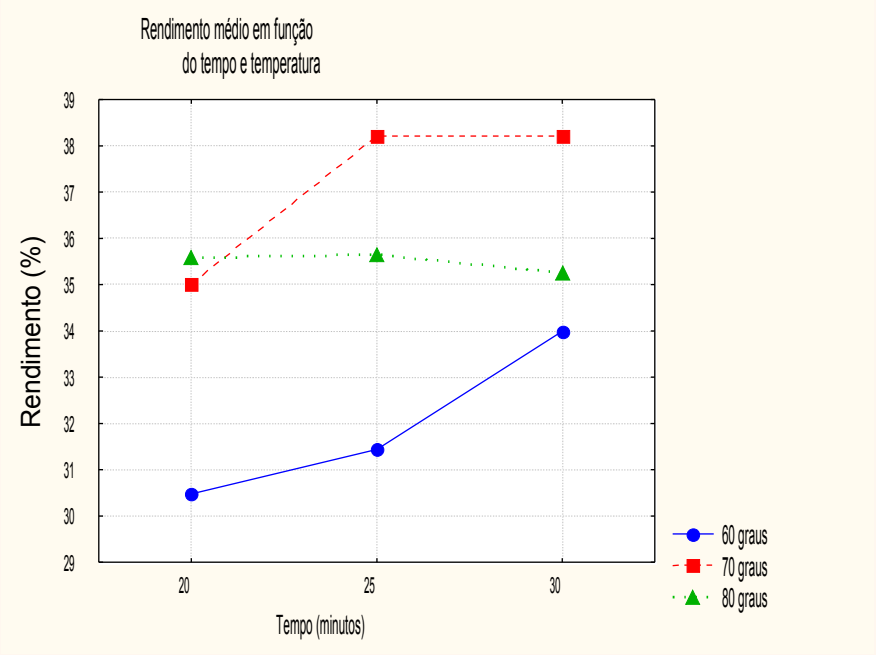
# Medidas descritivas das notas finais dos alunos de três turmas.

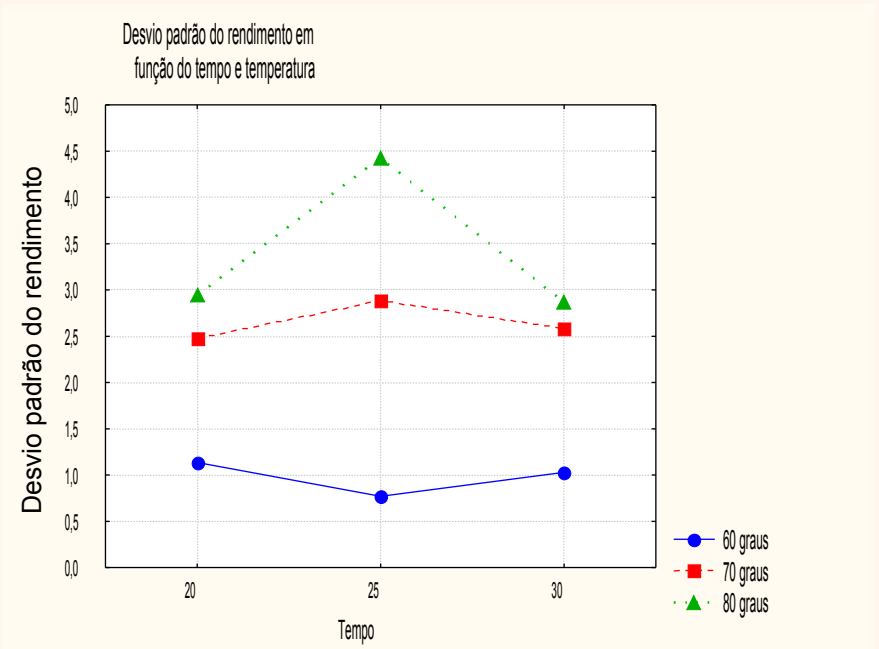
| Turma | Número de alunos | Média | Desvio padrão |
|---|---|---|---|
| A | 8 | 6,00 | 1,31 |
| B | 8 | 6,00 | 3,51 |
| C | 7 | 6,00 | 2,69 |

Interprete.

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Ex: Rendimento de um processo químico




Interprete.

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Outra forma de calcular o desvio padrão

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}$$

Valores $x_i$: 4 5 5 6 6 7 7 8

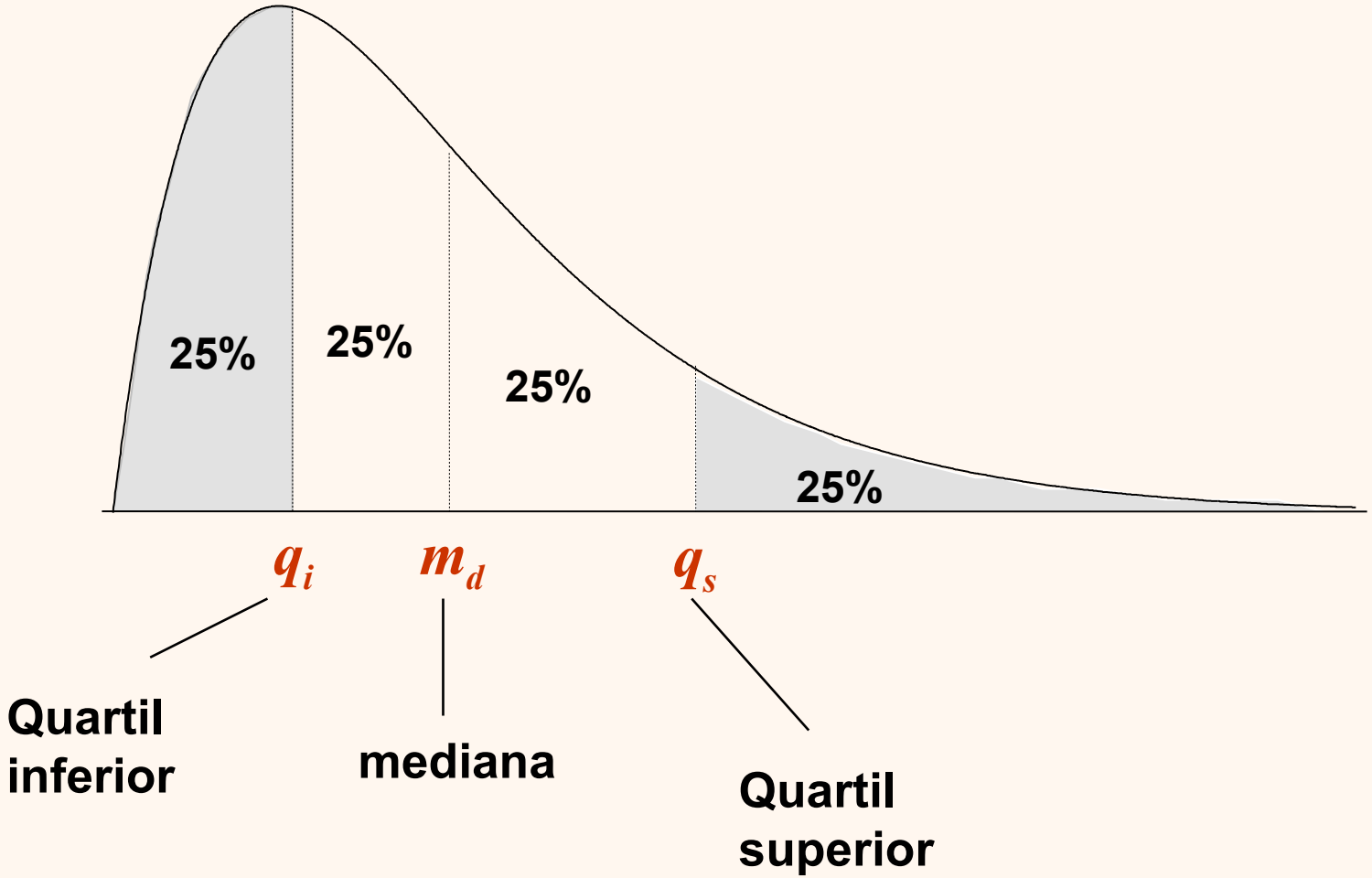
Valores ao quadrado $x_i^2$: 16 25 25 36 36 49 49 64

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 48 \qquad \bar{x} = 6 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 300$$

$$s = \sqrt{\frac{300 - 8.(6)^2}{7}} = \sqrt{\frac{300 - 288}{7}} = \sqrt{\frac{12}{7}} = 1{,}31$$

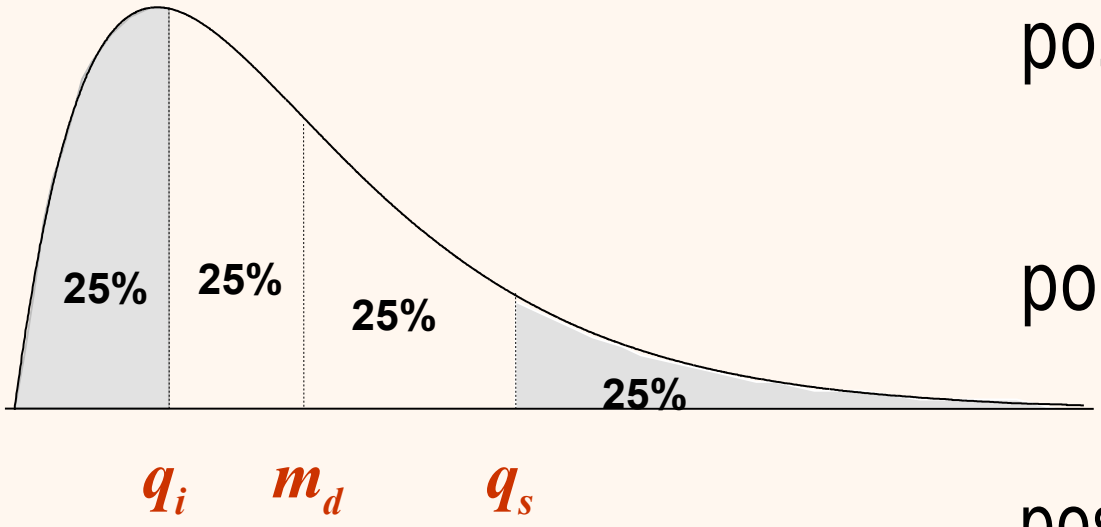
BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Medidas baseadas na ordenação dos dados




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Medidas baseadas na ordenação dos dados




Dados ordenados:

posição de $q_i$: $\frac{n+1}{4}$

posição de $m_d$: $\frac{n+1}{2}$

posição de $q_s$: $\frac{3(n+1)}{4}$

Se fracionário ➔ interpolação linear

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Exemplo

Observações: 15, 18, 5, 7, 9, 11, 3, 5, 6, 8, 12.

Ordenando:

**3 5 5 6 7 8 9 11 12 15 18**

$n = 11$

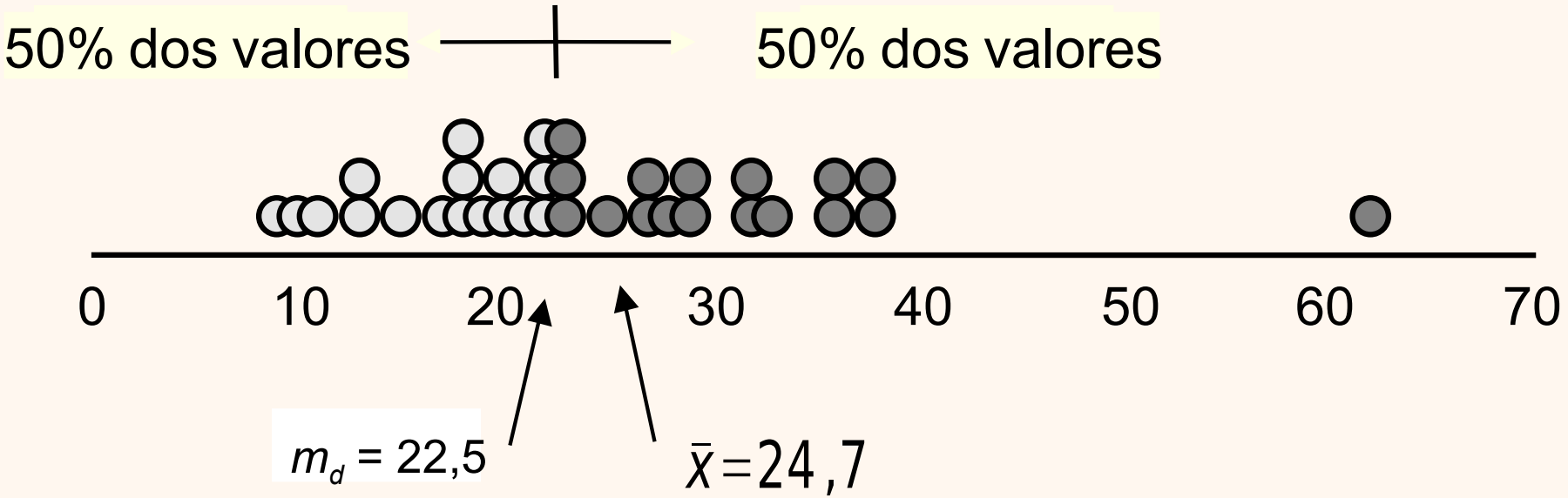
posição de $q_i$: $\frac{n+1}{4} = 3$ ⇒ $q_i = 5$

posição de $m_d$: $\frac{n+1}{2} = 6$ ⇒ $m_d = 8$

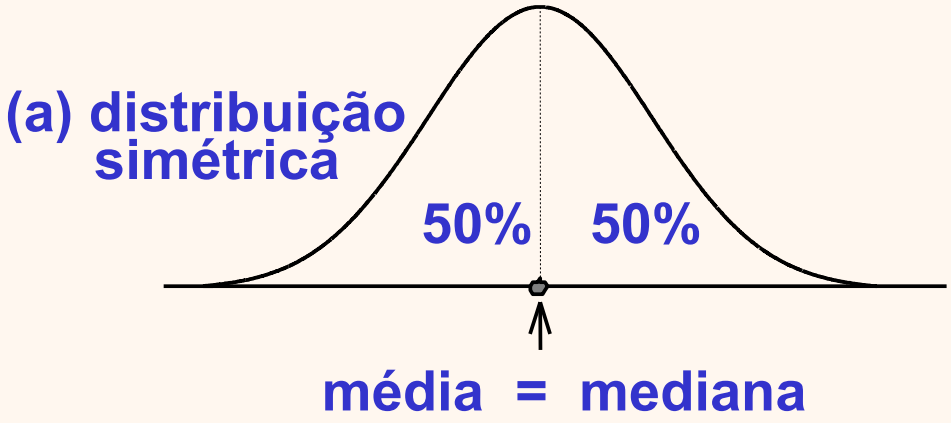
posição de $q_s$: $\frac{3(n+1)}{4} = 9$ ⇒ $q_s = 12$

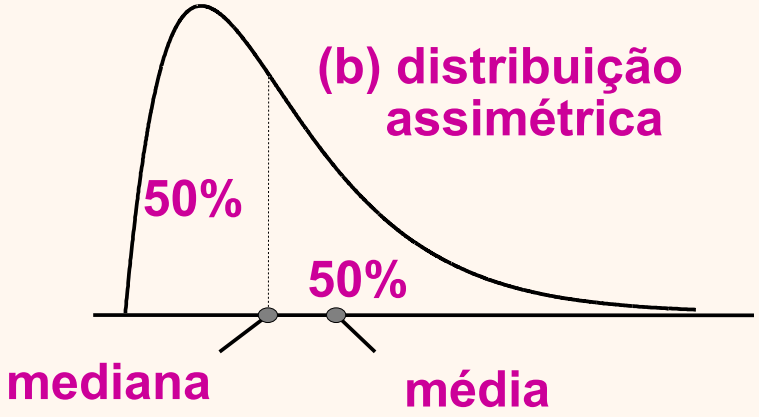
# Comparação entre média e mediana

- A média é mais influenciada por valores discrepantes.



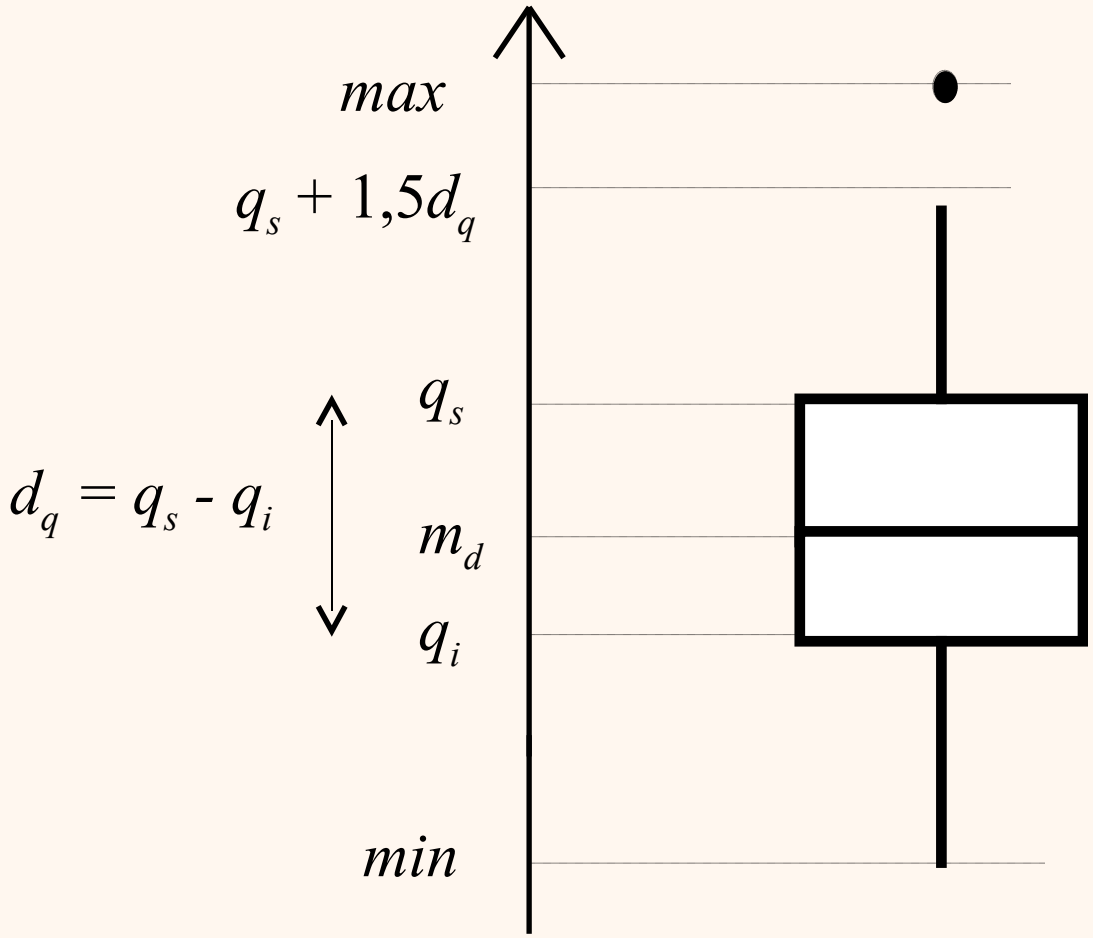
# Comparação entre média e mediana



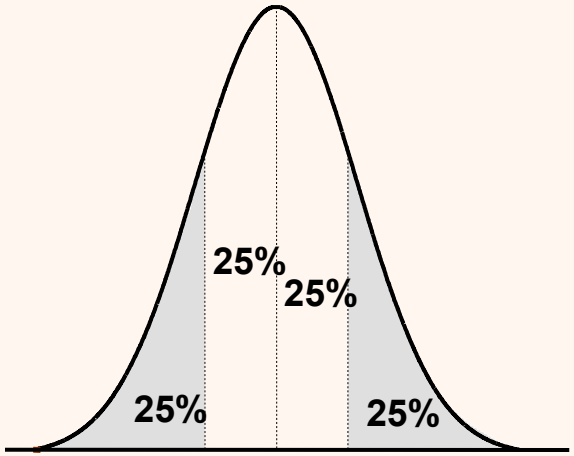

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

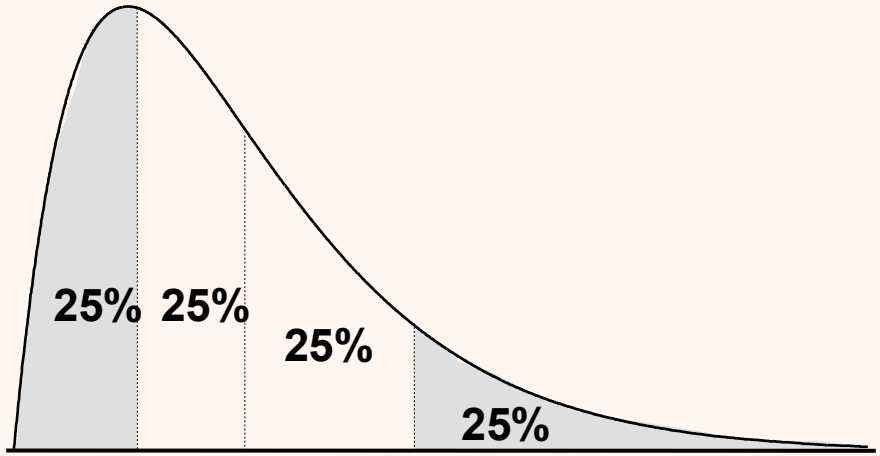
# Diagrama em caixas

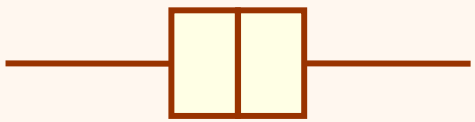



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Diagrama em caixas e forma da distribuição

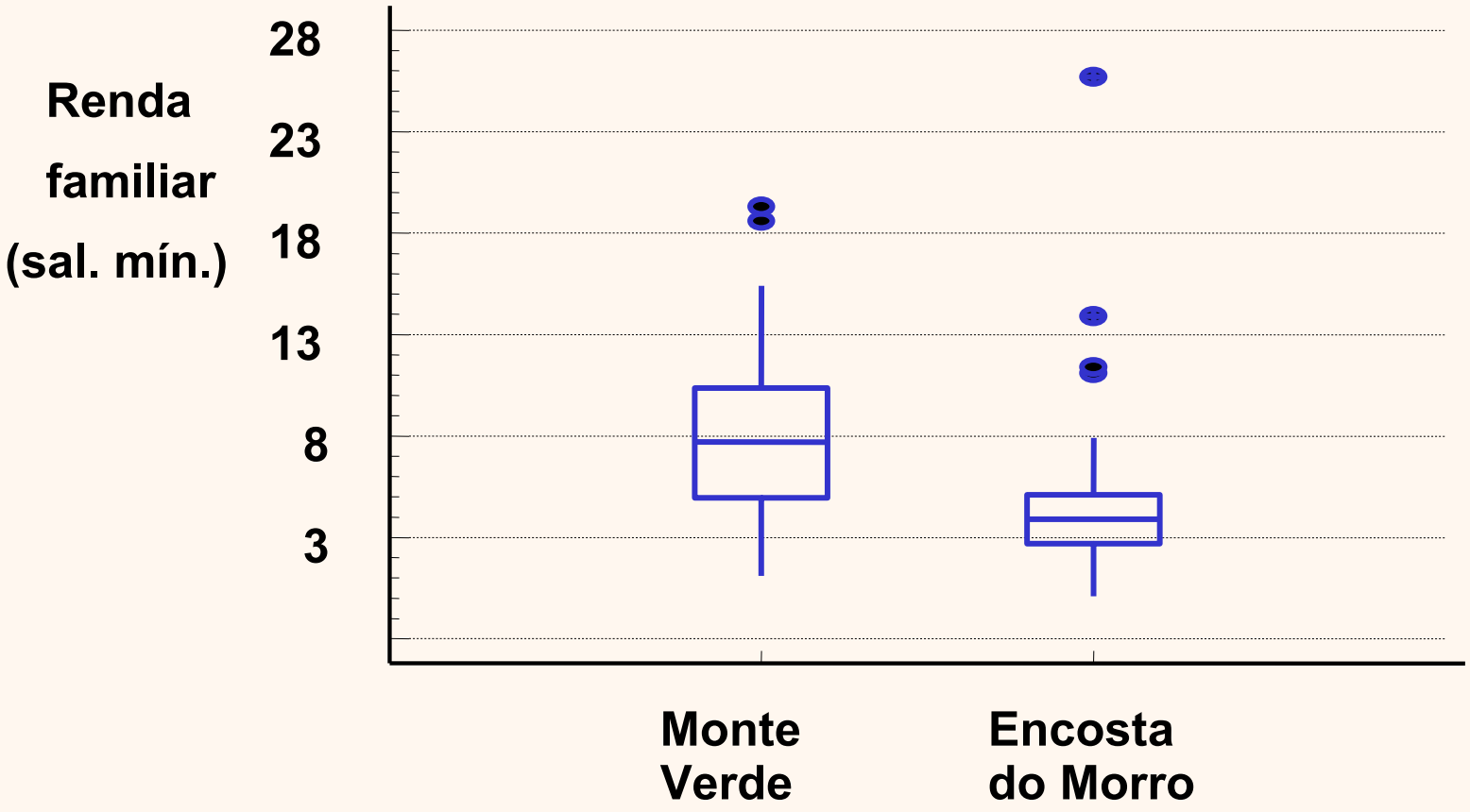


BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Interprete o gráfico



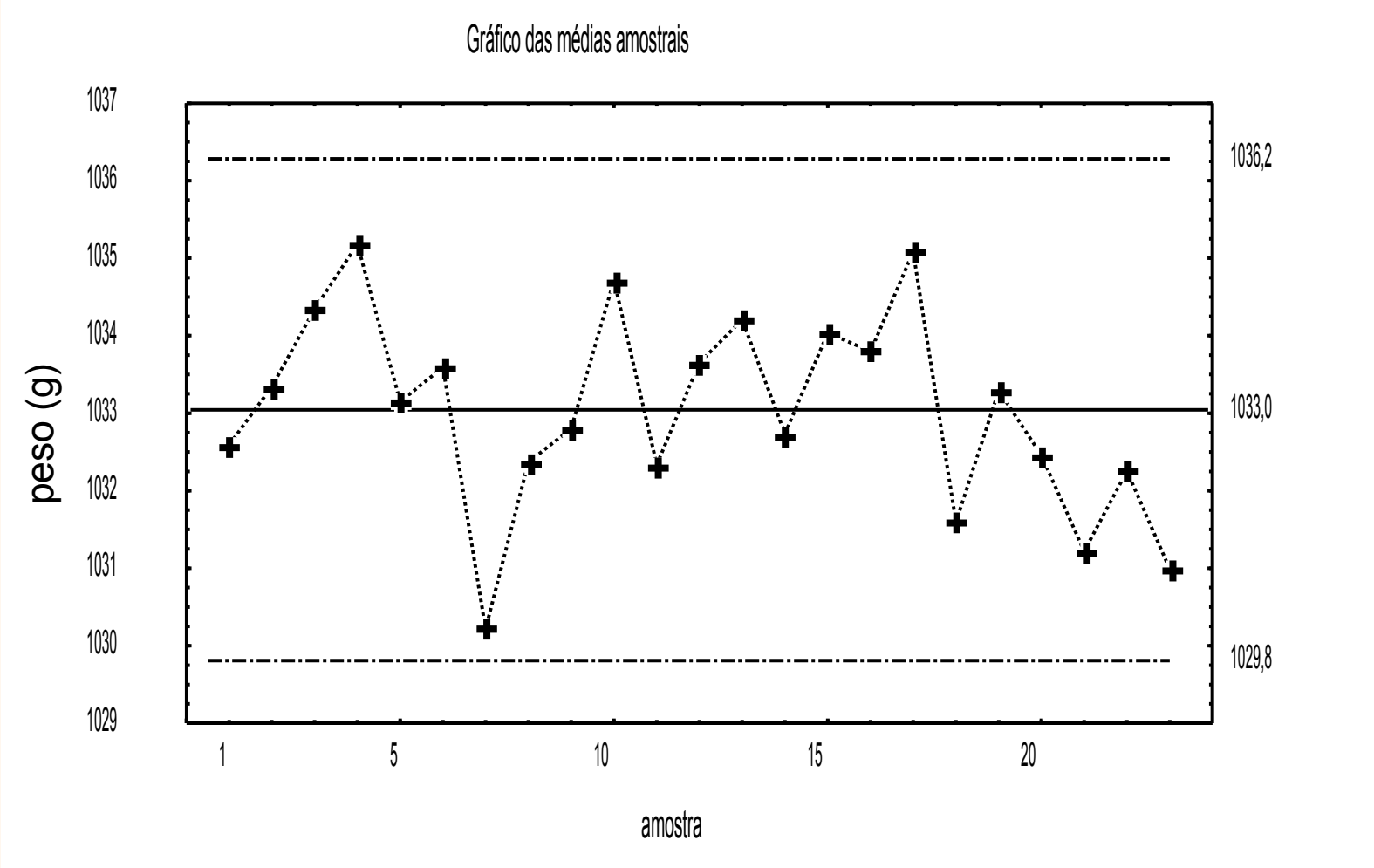

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Observações ao longo do tempo

- EXEMPLO: todos os dias é retirada uma amostra de dez sacos de leite de um laticínio, durante 23 dias.

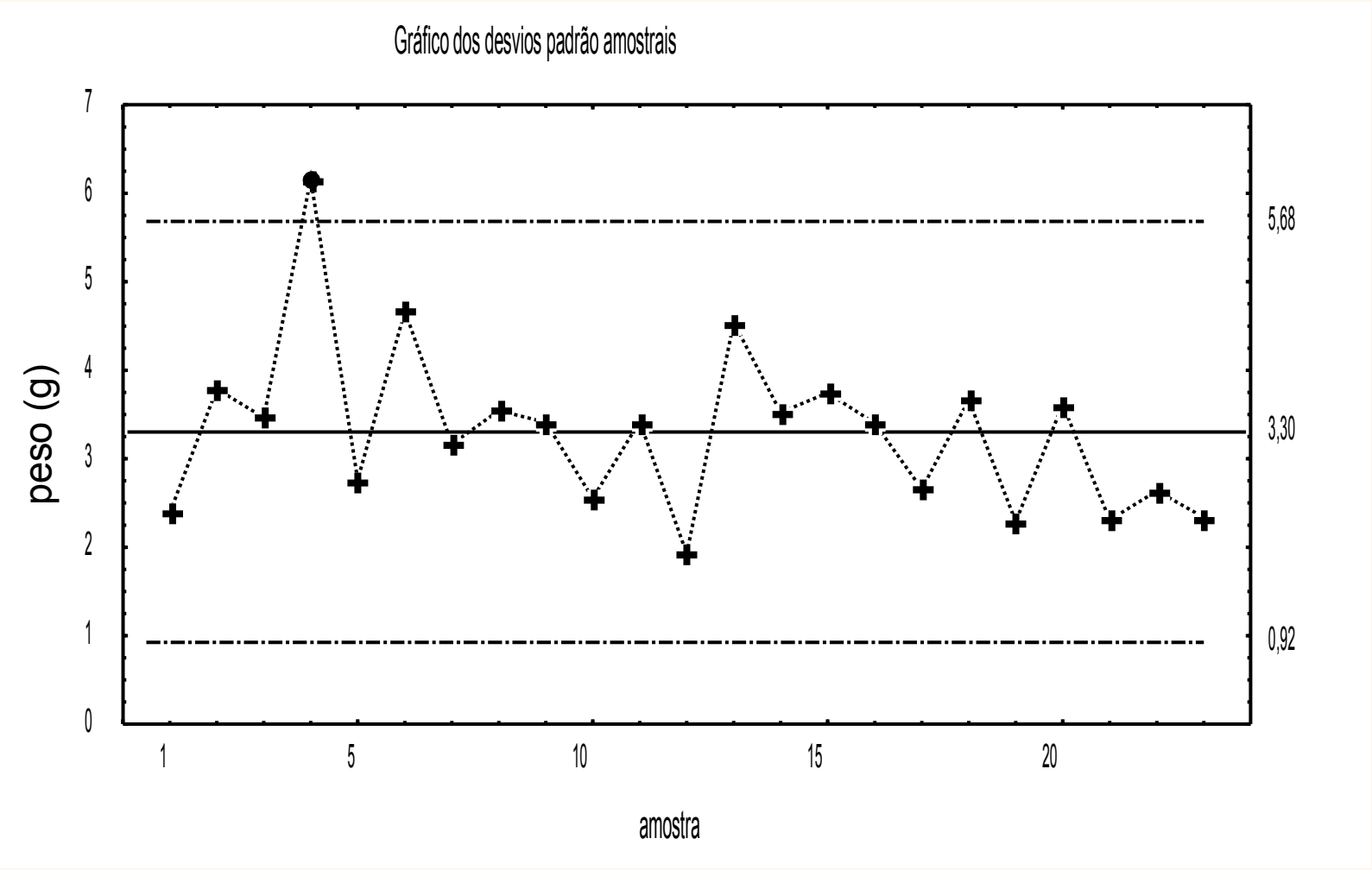
- Quer-se acompanhar o nível e a variabilidade do peso.

# Observações ao longo do tempo



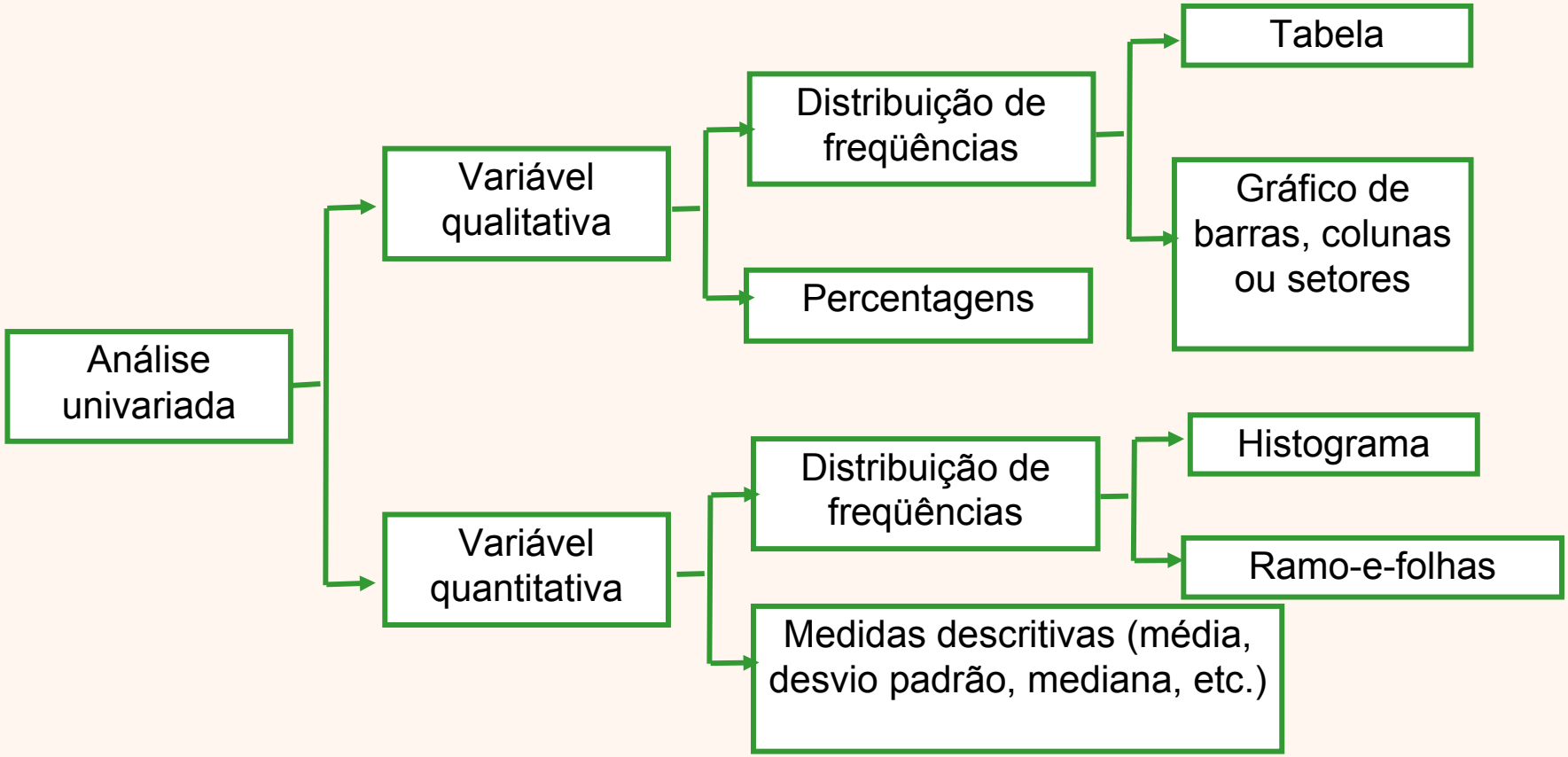

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Observações ao longo do tempo



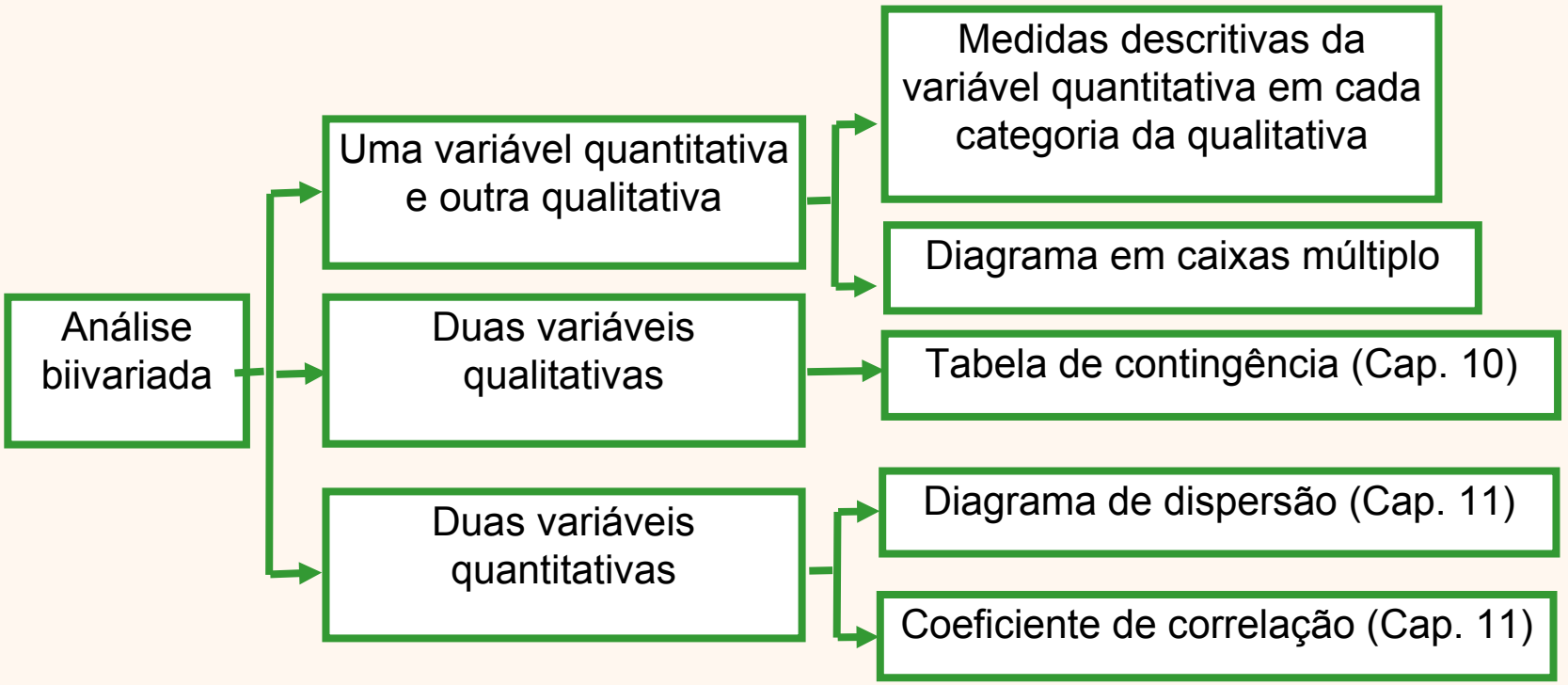

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Orientação geral para análise exploratória de dados não temporais




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

# Orientação geral para análise exploratória de dados não temporais




BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004