



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro Tecnológico
Departamento de Informática e Estatística
Curso de Graduação em Ciências da Computação



Sistemas Digitais

INE 5406

Aula 11-T

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT. Estudos de caso. Projeto do multiplicador por somas sucessivas (sol.2-máx. desempenho). Projeto do multiplicador por somas sucessivas (sol.3). Multiplicadores Combinacionais.

Prof. José Luís Güntzel
guntzel@inf.ufsc.br

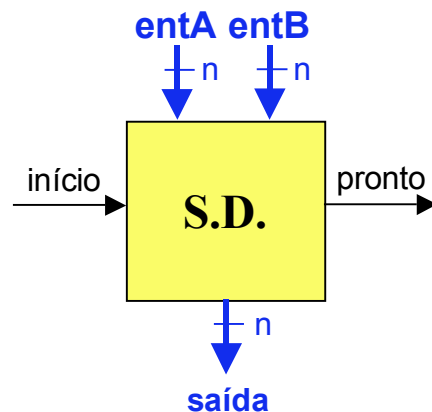
www.inf.ufsc.br/~guntzel/ine5406/ine5406.html

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO Visando Máximo Desempenho

Exemplo 1: Projetar um BO para o SD que implementa o algoritmo abaixo, assumindo que:

- O SD possua duas entradas de dados
- **O SD precisa ter alto desempenho**
- Não há restrição quanto ao custo

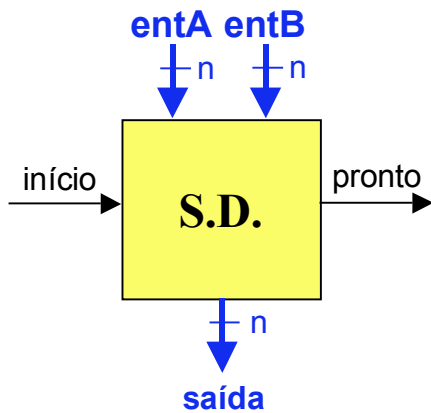


```
início
pronto ← 0;
A ← entA;
B ← entB;
P ← 0;
Se B ≠ 0 então
Enquanto A ≠ 0 faça
  início
  P ← P + B;
  A ← A - 1;
  fim
saída ← P;
pronto ← 1;
fim
```

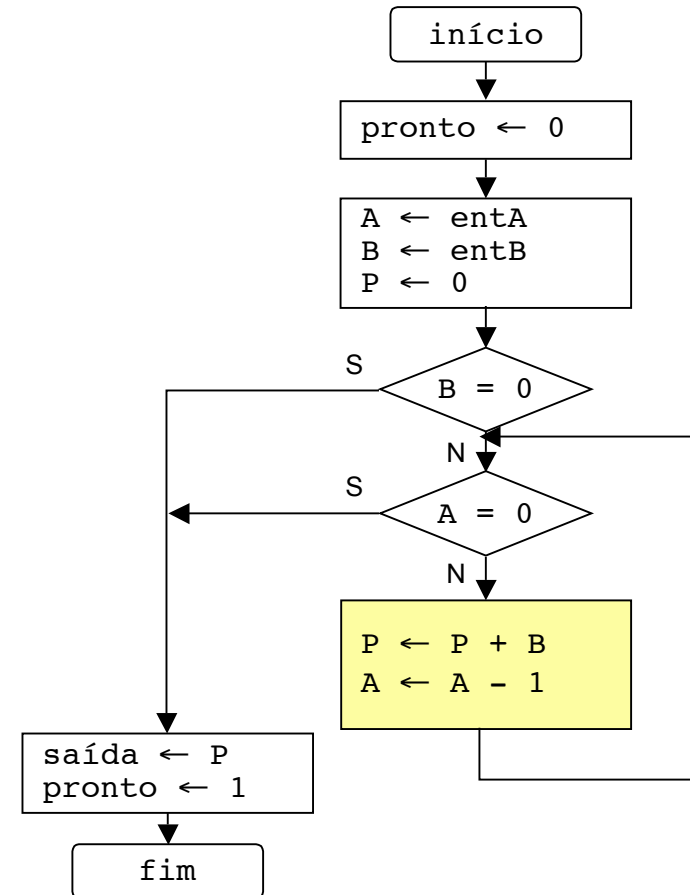
5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO Visando Máximo Desempenho

Solução 2: Reestruturando o Algoritmo para máximo desempenho



```
início
pronto ← 0;
A ← entA;
B ← entB;
P ← 0;
Se B ≠ 0 então
Enquanto A ≠ 0 faça
  início
  P ← P + B;
  A ← A - 1;
  fim
saída ← P;
pronto ← 1;
fim
```



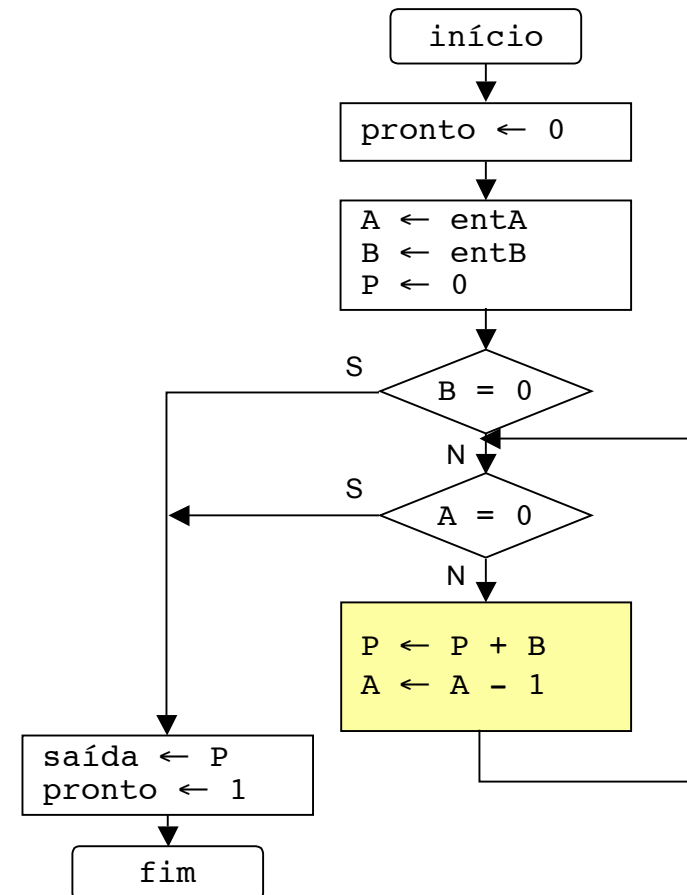
- Tentaremos realizar mais de uma operação por ciclo de relógio

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO Visando Máximo Desempenho

Solução 2: Unidades Funcionais (UFs) Necessárias

- As operações “+” e “-” serão realizadas no mesmo ciclo de relógio (em um único passo)
- Logo, necessitaremos de **um somador e um subtrator**



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO Visando Máximo Desempenho

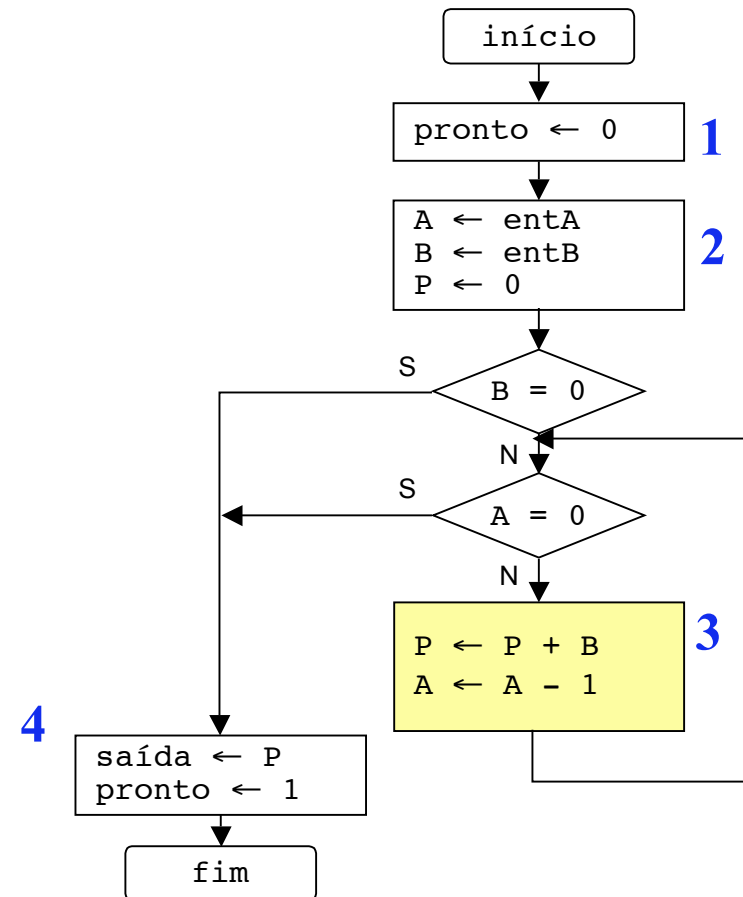
Solução 2: Registradores

Análise do tempo de vida das variáveis:

	1	2	3	4
A			X	
B			X	
P			X	X

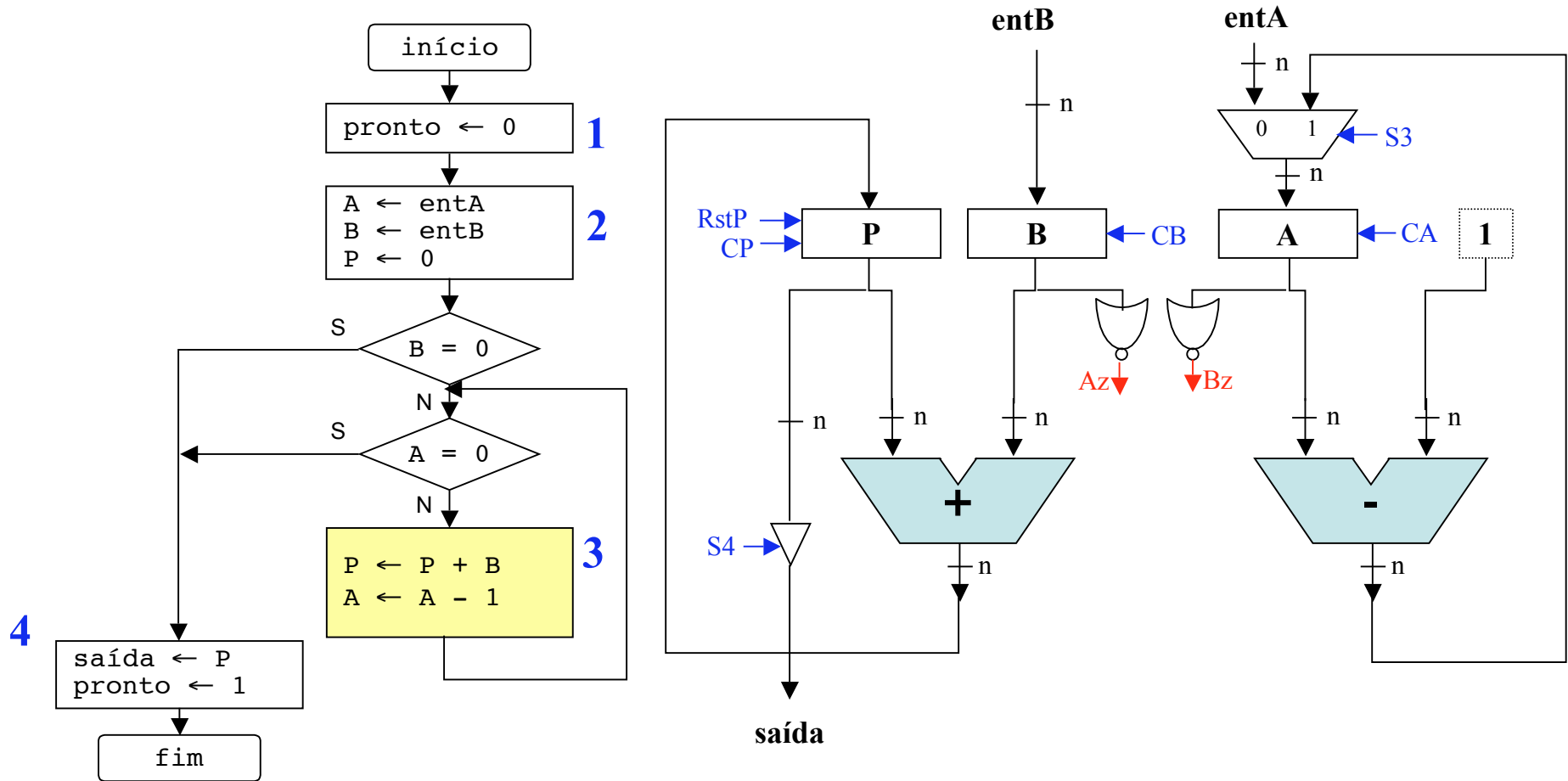
↑
as 3 variáveis são escritas no final do passo 2

Ainda são necessários **3 registradores (A, B e P)**



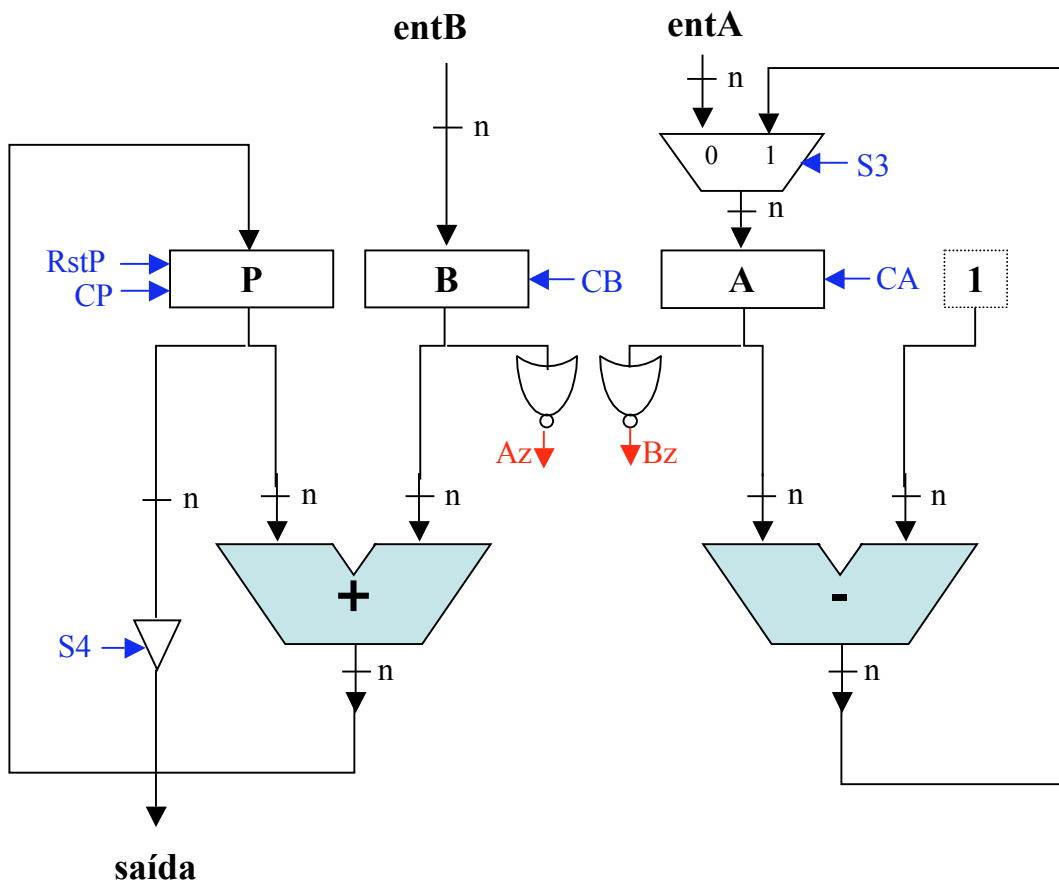
5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO Visando Máximo Desempenho



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Estimativa do Custo do BO da Solução 2



Custo do BO 2	Custo
1 Somador	24n
1 Subtrator	26n
1 Muxes 2:1	4n
2 Registradores com carga paralela controlada	2x22n=44n
1 Registrador com carga paralela controlada e reset assíncrono	24n
1 conjunto de <i>buffers tri-state</i> não inversores	6n
Total	128n

Estimativa de custo para o BC:

- Número de estados: 4 ou 5
- Número de sinais de controle = 6

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

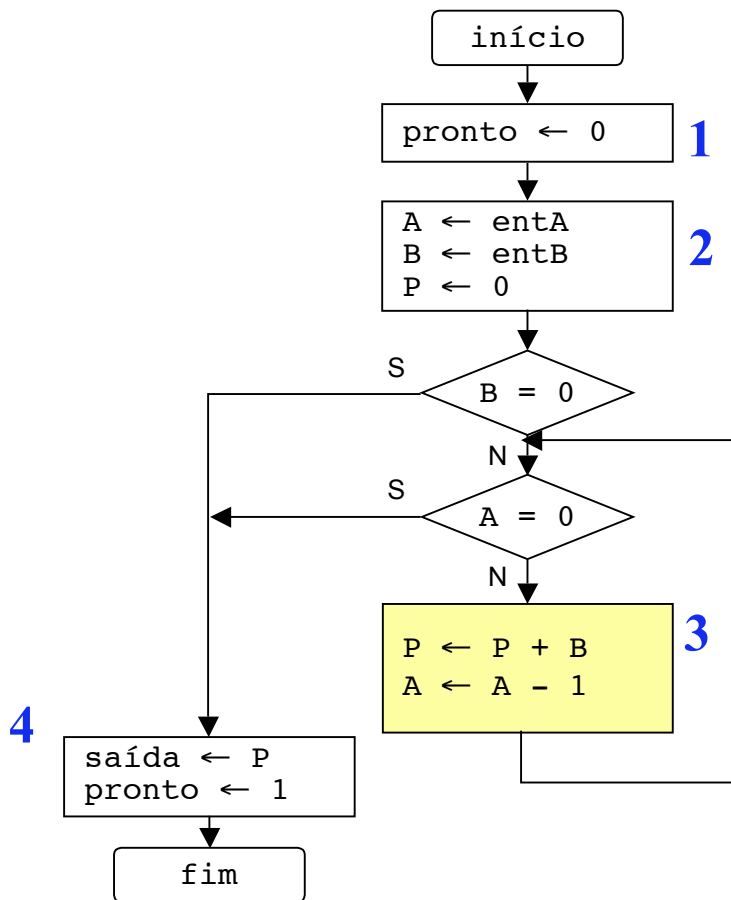
▶ Estimativa do Desempenho do BO da Solução 2

Se $n = 4$ bits:

- Maior inteiro sem sinal: 15 ($\Rightarrow 1111$)
- Pior caso: $A=15, B \neq 0$
- Seqüência de execução: 1, 2, $15 \times (3), 4$
= 18 passos (**18 ciclos de relógio**)
- BO 1 = 33 ciclos

Generalizando para n bits:

- Maior inteiro sem sinal: $2^n - 1$
- Pior caso: $A = 2^n - 1, B \neq 0$
- Seqüência de execução: 1, 2, $(2^n - 1) \times (3), 4$
= $(2^n - 1) + 3$ passos (**$\sim 2^n$ ciclos de relógio**)
- BO 1 = $\sim 2^{n+1}$ ciclos de relógio



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Comparação Solução 1 x Solução 2

Quesito	BO 1	BO 2
Característica	Custo mínimo	Máximo desempenho
Custo (nº de transistores)	116n	128n
Tempo de Execução (nº de ciclos de relógio)	2^{n+1}	2^n
Impacto no BC nº de estados nº de sinais de controle	5 (6) 9 (5)	4 (5) 6 (4)

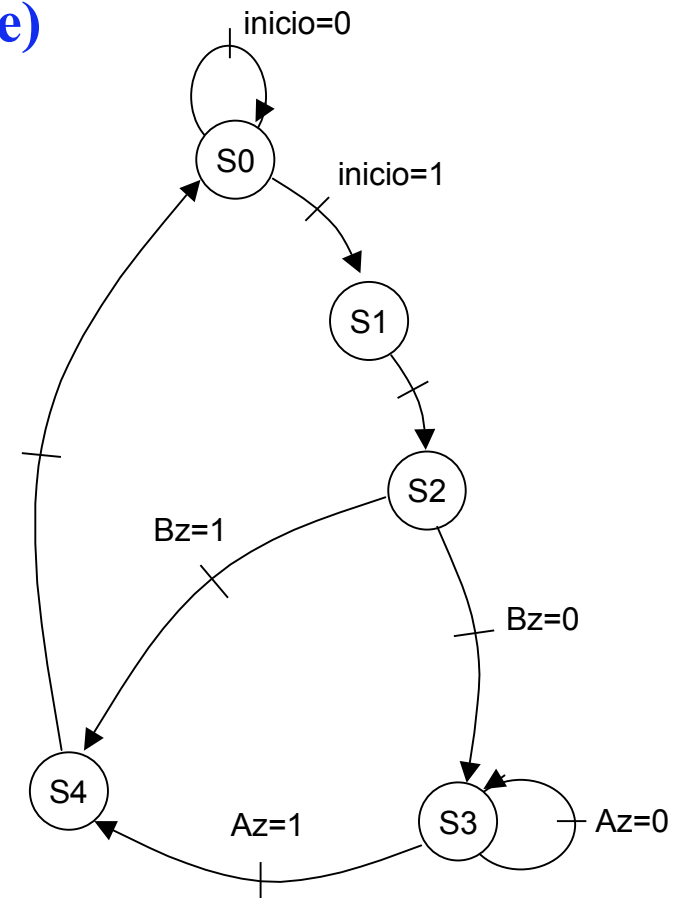
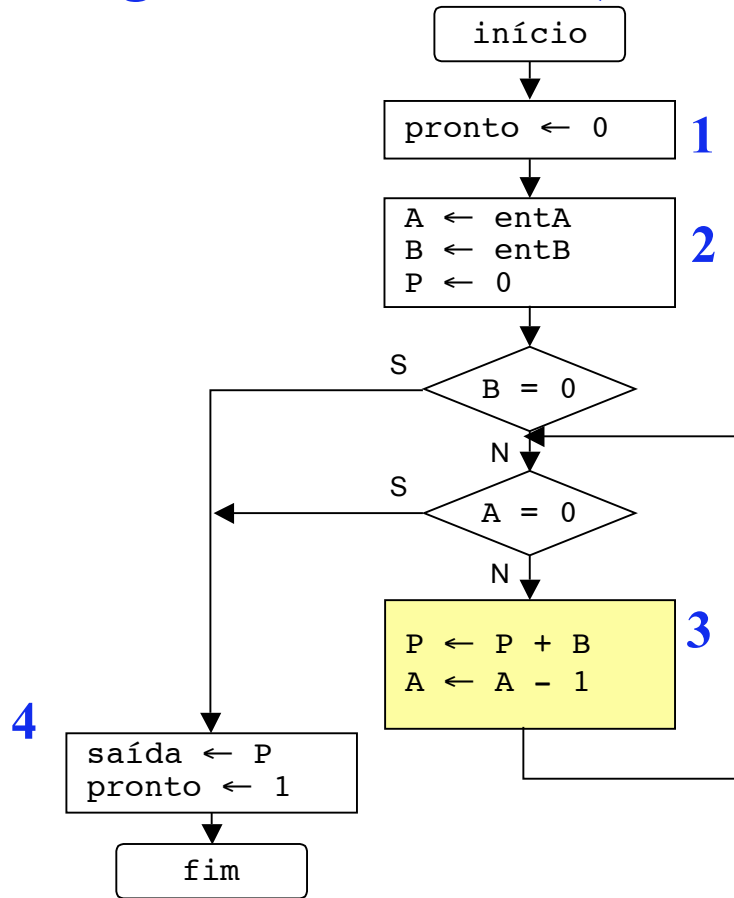
A exploração do paralelismo inerente ao algoritmo resultou em:

- Redução do número de passos de execução (redução do número de estados). No caso estudado, a aceleração foi de 2x.
- Maior custo do BO. No caso estudado, +10%.
- Menor número de sinais de controle necessários (indício de redução do custo do BC)

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Projeto do BC para a Solução 2

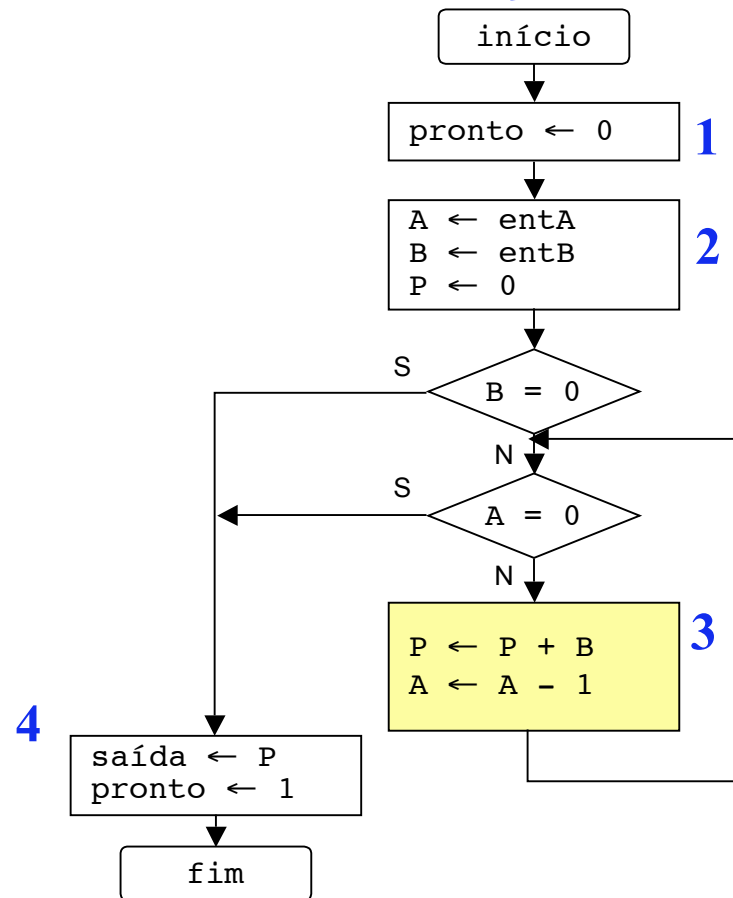
Diagrama de Estados (Assumindo Moore)



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BC para a Solução 2

Tabela de Transição de Estados (Assumindo Moore)

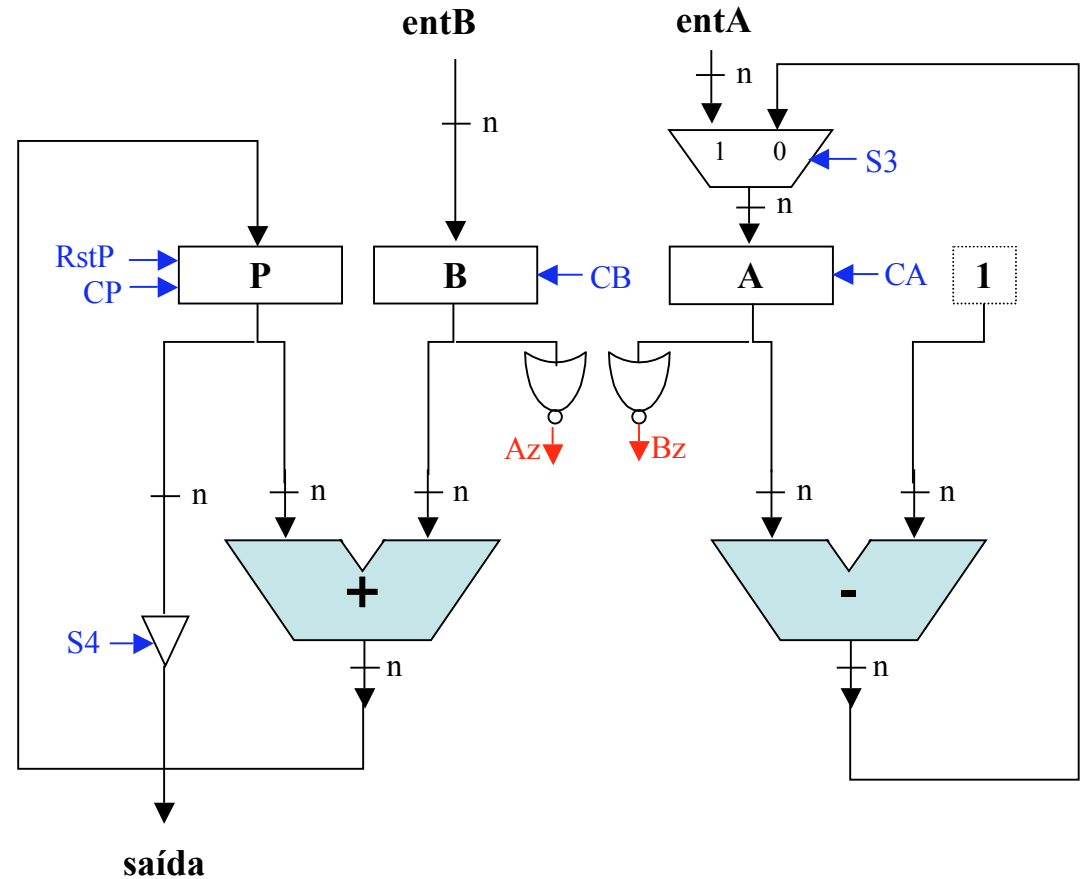
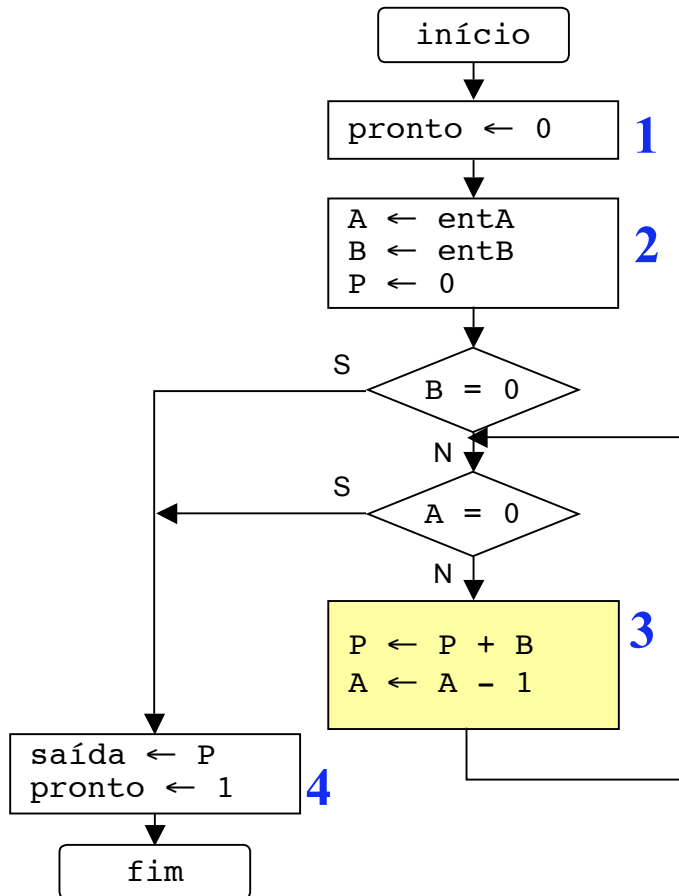


Estado atual	Entradas			Próx. Estado
	início	BZ	AZ	
S0	0	-	-	S0
	1	-	-	S1
S1	-	-	-	S2
S2	-	0	-	S3
	-	1	-	S4
S3	-	-	0	S3
	-	-	1	S4

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BC para a Solução 2

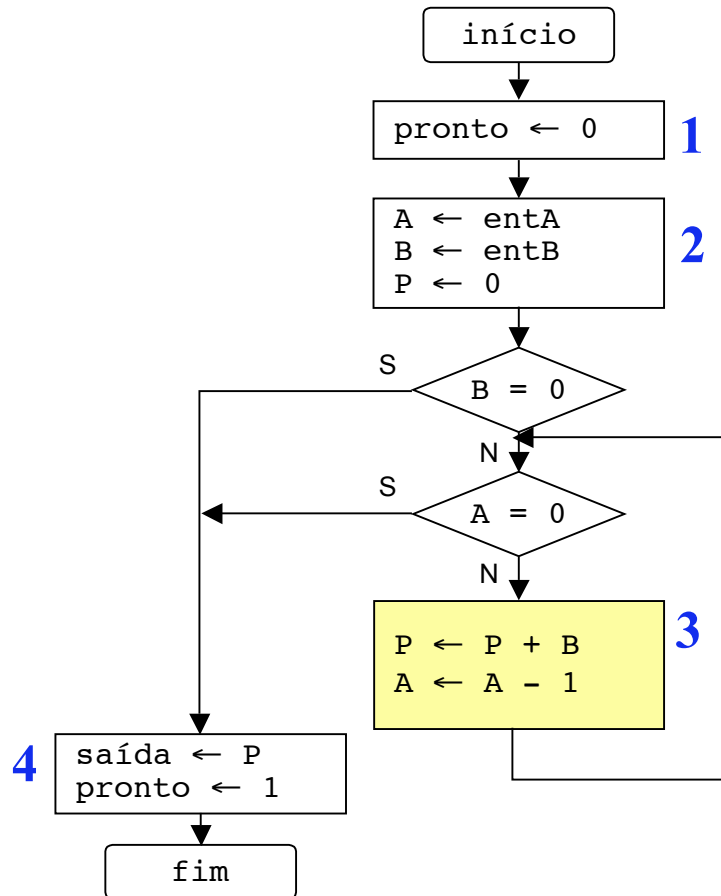
Tabela de Saídas (Assumindo Moore)



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BC para a Solução 2

Tabela de Saídas (Assumindo Moore)



Estado	Reg. P		Reg. A			Saída	
	RstP	CP	S3	CA	CB	S4	pronto
S0	0	0	-	0	0	0	-
S1	0	0	-	0	0	0	0
S2	1	0	1	1	1	0	0
S3	0	1	0	1	0	0	0
S4	0	0	-	0	0	1	1

1 sinal

1 sinal

RstP = CB = S3
S4 = pronto

4 sinais

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

O Algoritmo utilizado nas Soluções 1 e 2 não é eficiente

- Considerando a solução 2 e $n=4$ bits:
 - $A=1$ e $B=15$ (1×15) executa em 4 passos
 - $A=15$ e $B=1$ (15×1) executa em **18** passos
- **Solução:** projetar outro algoritmo, tentando explorar características inerentes ao problema a ser resolvido...
- **Exigência:** necessário conhecer detalhadamente o problema a ser resolvido

```
início
pronto ← 0;
A ← entA;
B ← entB;
P ← 0;
Se B ≠ 0 então
Enquanto A ≠ 0 faça
    início
        P ← P + B;
        A ← A - 1;
    fim
saída ← P;
pronto ← 1;
fim
```

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Multiplicação de Inteiros (Binários) Sem Sinal

Exemplos Numéricos:

Com Decimais

$$\begin{array}{r} \\ x \\ \hline + \\ \\ \hline \\ \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \text{multiplicando} \\ \text{multiplicador} \\ \left. \begin{array}{l} \text{produtos} \\ \text{parciais} \end{array} \right\} \\ \text{resultado} \end{array}$$

Com Binários

$$\begin{array}{r} \\ x \\ \hline + \\ \\ \\ \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \text{multiplicando} \\ \text{multiplicador} \\ \left. \begin{array}{l} \text{produtos} \\ \text{parciais} \end{array} \right\} \\ \text{resultado} \end{array}$$

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Multiplicação de Inteiros Binários Sem Sinal: o algoritmo de somas e deslocamentos

Explorando as características do problema:

- Gerar n produtos parciais
- Somar n produtos parciais
- n = número de bits do multiplicando
(logo, tempo de execução independe dos dados, exceto quando operando =0)

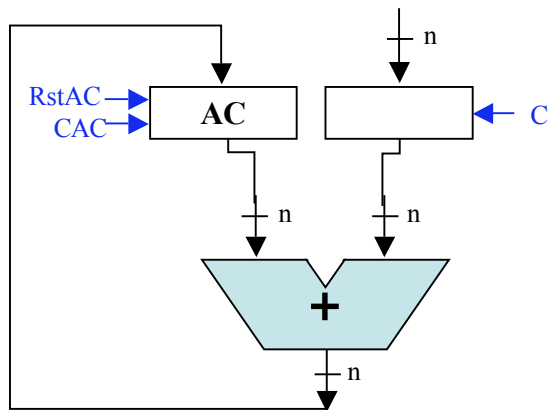
		1 0 0 1	multiplicando
x		1 0 1 1	multiplicador
		<hr/>	
		1 0 0 1	} produtos parciais
		1 0 0 1 -	
+		0 0 0 0 - -	
		1 0 0 1 - - -	
		<hr/>	
		1 1 0 0 0 1 1	resultado

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Multiplicação de Inteiros Binários Sem Sinal: o algoritmo de somas e deslocamentos

- Problema: somador para 4 número de n bits é demasiado caro
- Solução: realizar n passos de soma (usar acumulador para somar produtos parciais devidamente deslocados)



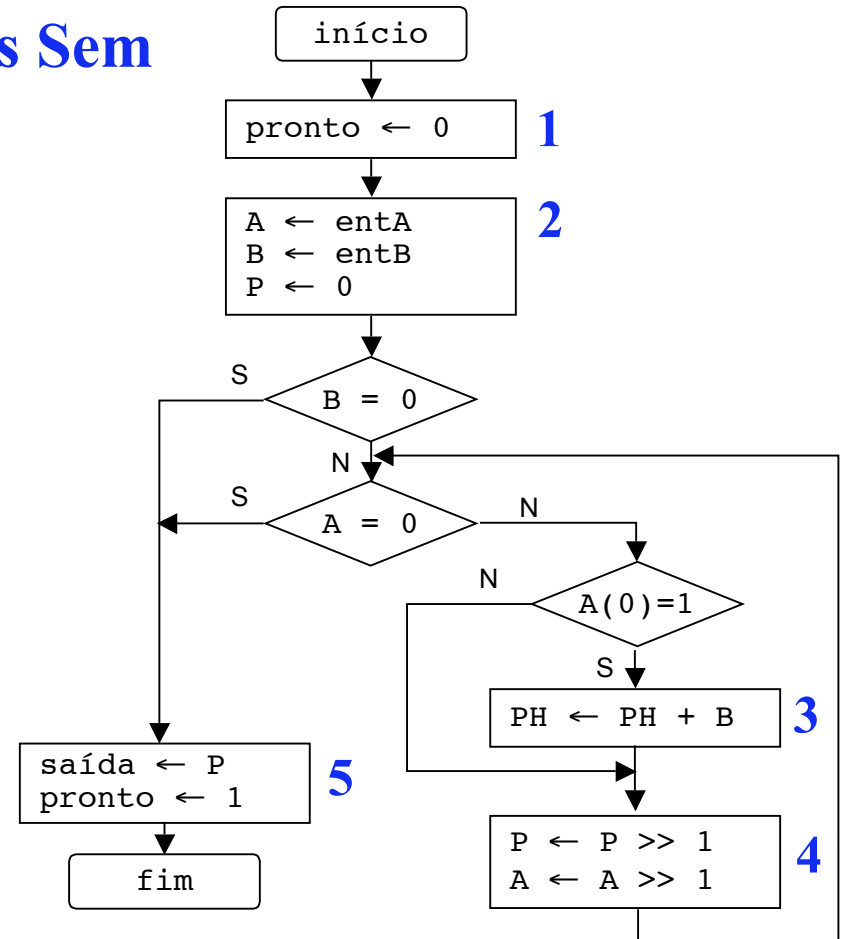
x	1 0 0 1	multiplicando
	1 0 1 1	multiplicador
+	1 0 0 1	P1
	0 0 0 0	AC
+	1 0 0 1	AC
	1 0 0 1 -	P2
+	1 1 0 1 1	AC
	0 0 0 0 - -	P3
+	0 1 1 0 1 1	AC
	1 0 0 1 - - -	P4
	1 1 0 0 0 1 1	AC=resultado

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Multiplicação de Inteiros Binários Sem Sinal: o algoritmo de somas e deslocamentos

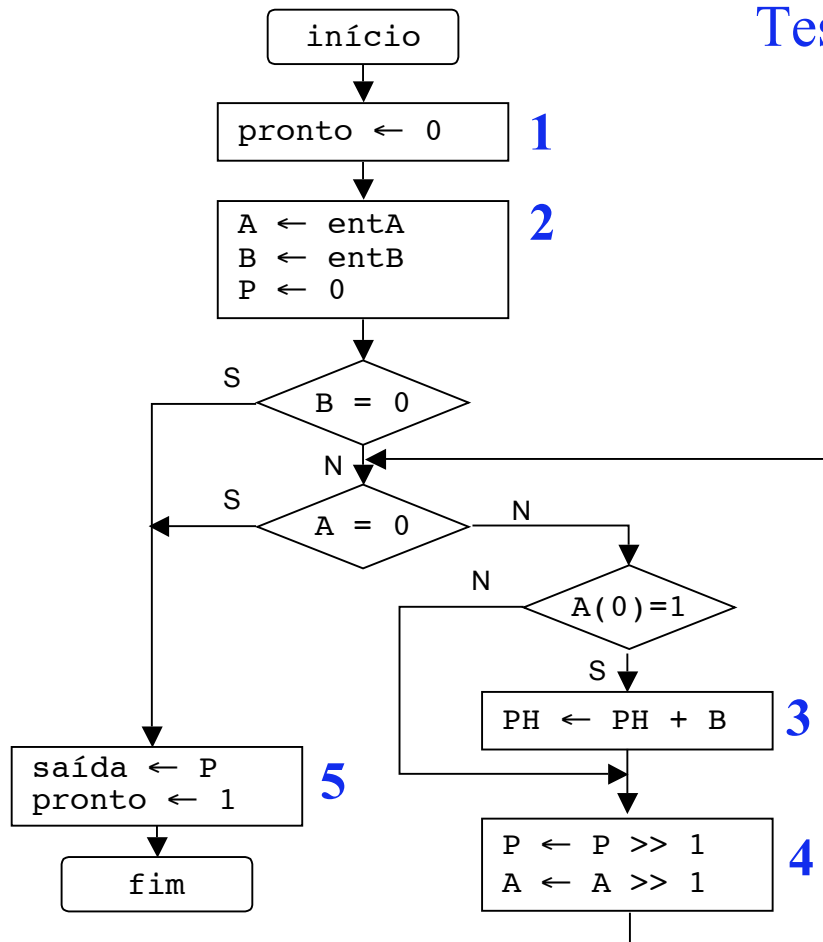
- A variável **P** irá usar um registrador com $2n$ bits, o qual será dividido em parte alta (**PH**) e parte baixa (**PL**), cada uma com n bits (não haverá problema de *overflow*)
- **A(0)** é o bit menos significativo de **A**
- **P** $\gg 1$ significa deslocar o conteúdo de **P** um bit para a direita (possivelmente, injetando um “0” pela esquerda)



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Teste de Mesa do Algoritmo de Multiplicação por Somas e Deslocamentos

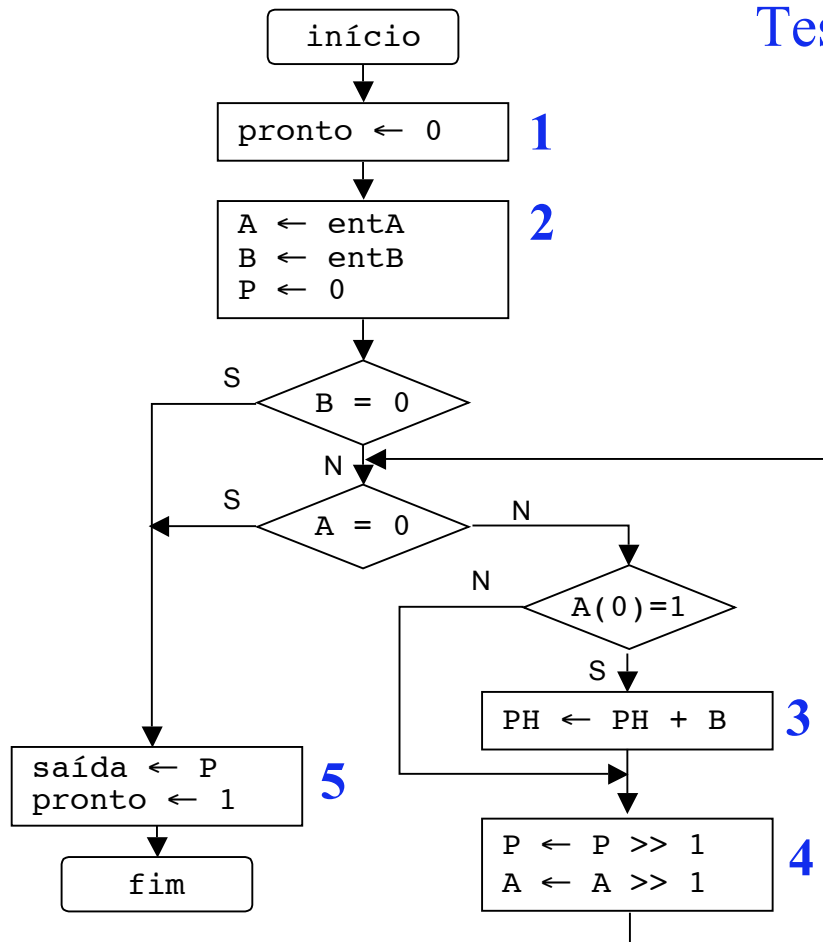


	A	B	PH	PL
2	1011	1001	0000	0000
3.1				
4.1				
3.2				
4.2				
4.3				
3.4				
4.4				

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Exploração Algorítmica

Teste de Mesa do Algoritmo de Multiplicação por Somas e Deslocamentos



	A	B	PH	PL
2	1011	1001	0000	0000
3.1	-	-	1001	0000
4.1	0101	-	0100	1000
3.2	-	-	1101	1000
4.2	0010	-	0110	1100
4.3	0001	-	0011	0110
3.4	-	-	1100	0110
4.4	0000	-	0110	0011

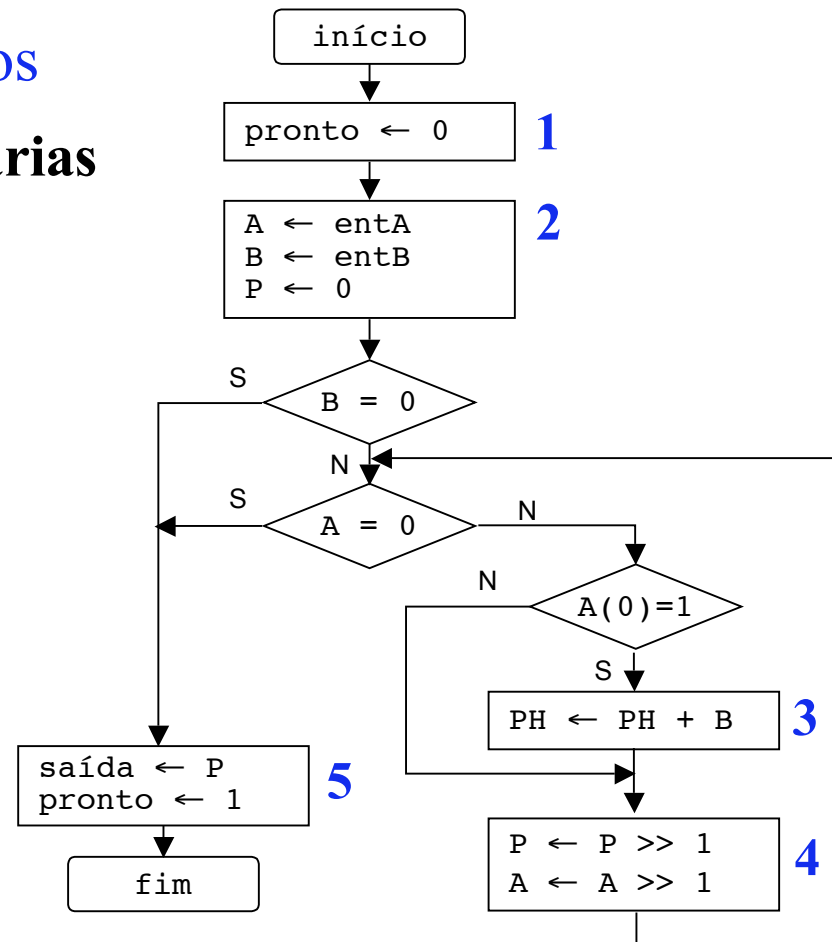
5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO 3

Solução 3: Somas e Deslocamentos

Unidades Funcionais (UFs) Necessárias

- Para os deslocamentos, iremos usar registradores de deslocamento
- Logo, necessitaremos de **um somador** (apenas)



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO 3

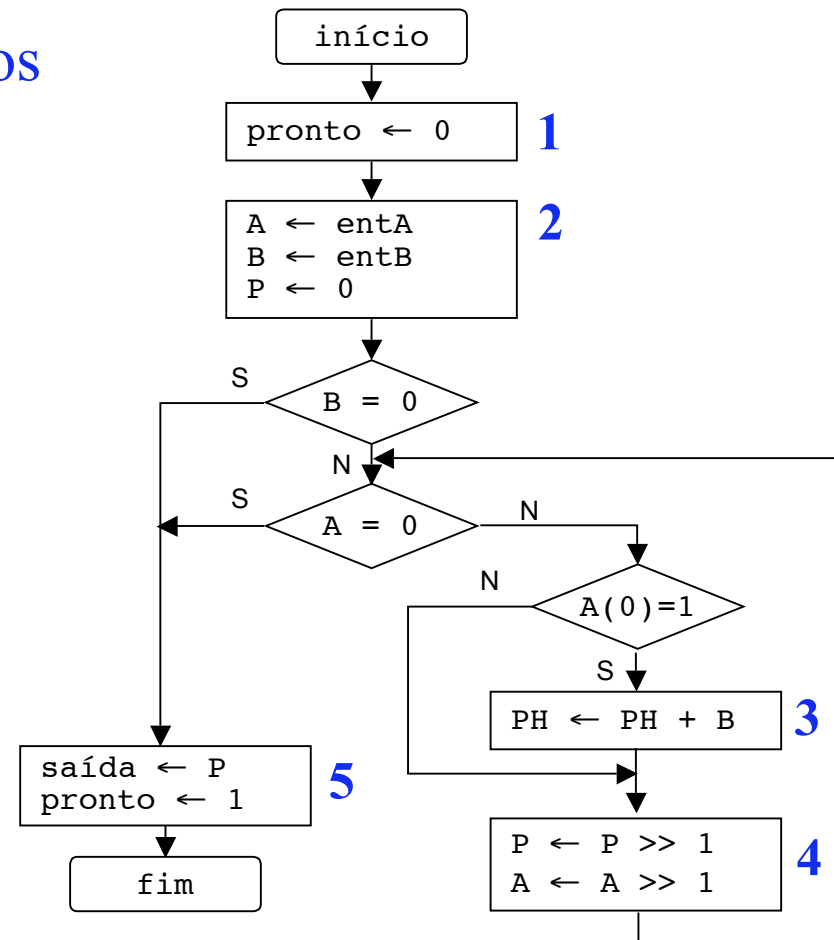
Solução 3: Somas e Deslocamentos

Análise do tempo de vida das variáveis:

	1	2	3	4	5
A			X	X	
B			X	X	
P			X	X	X

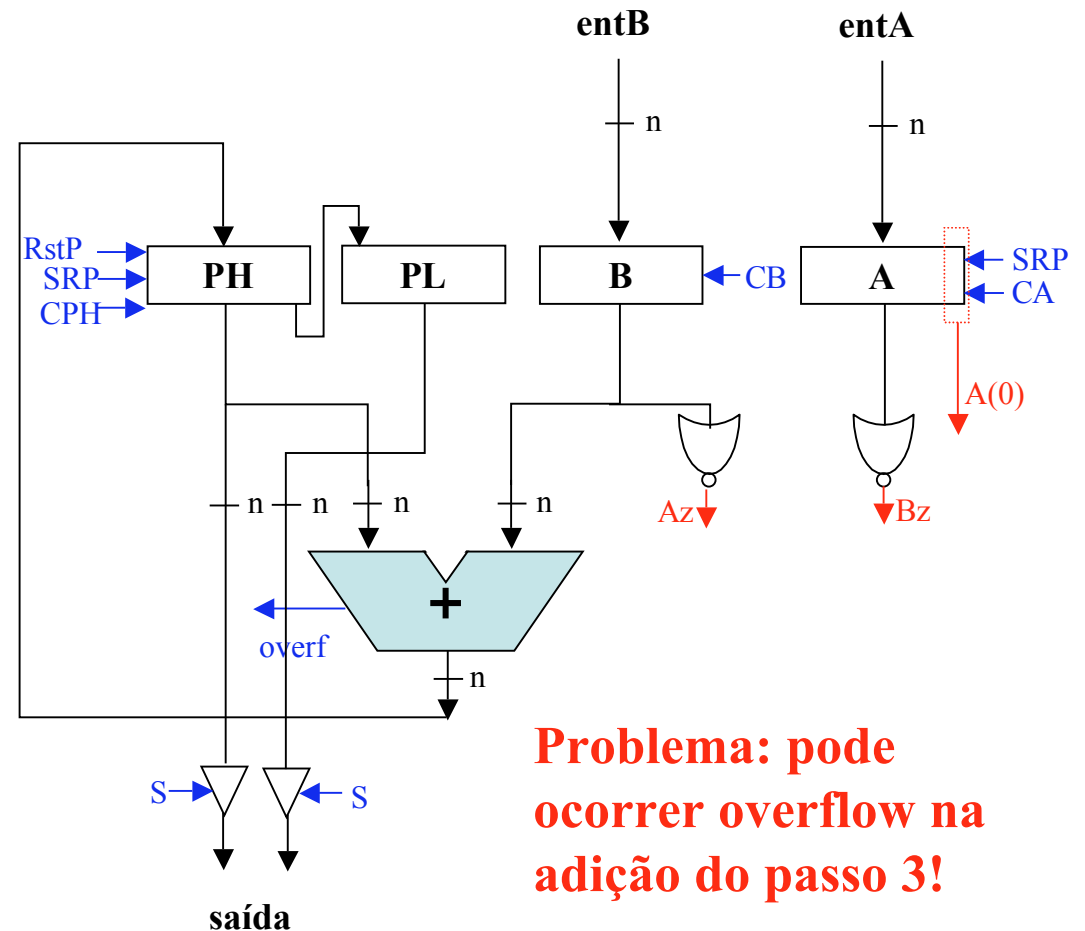
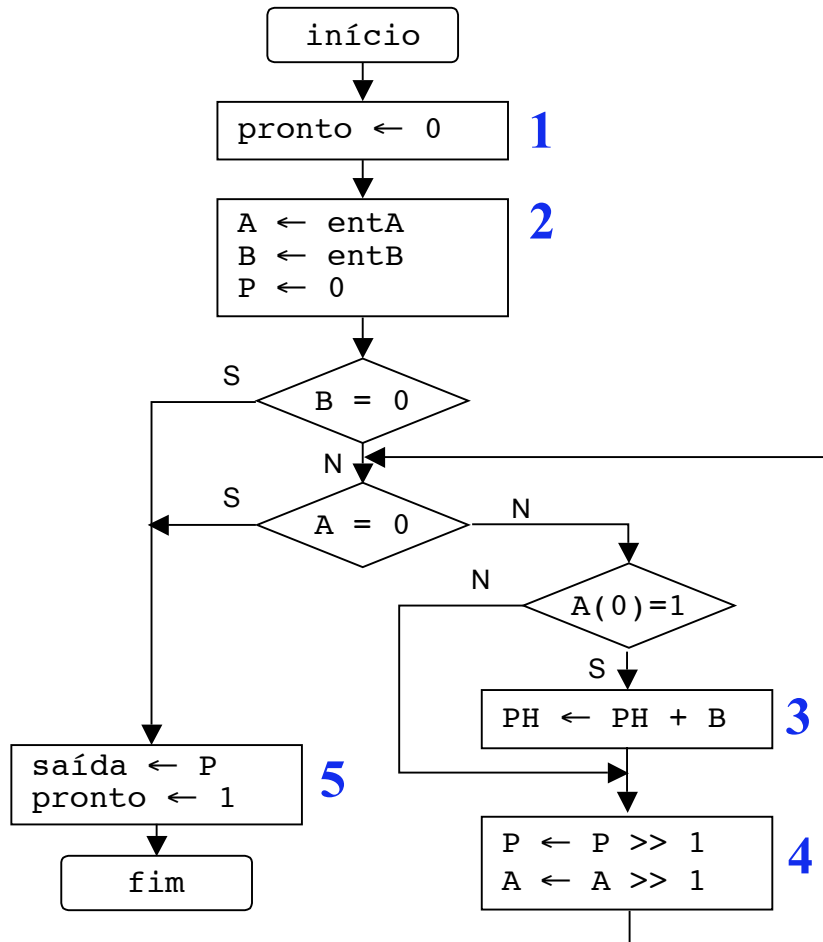
as 3 variáveis são escritas no final do passo 2

Ainda são necessários **3 registradores (A, B e P)**



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

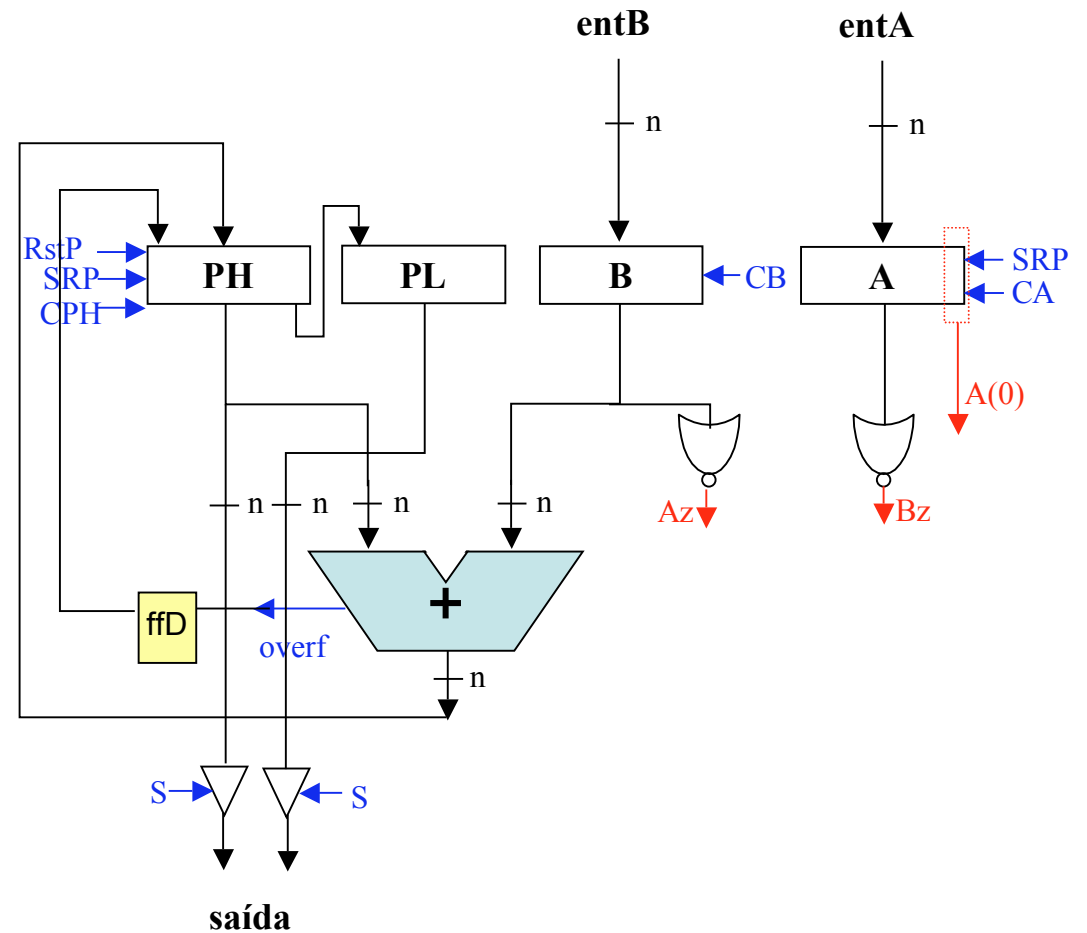
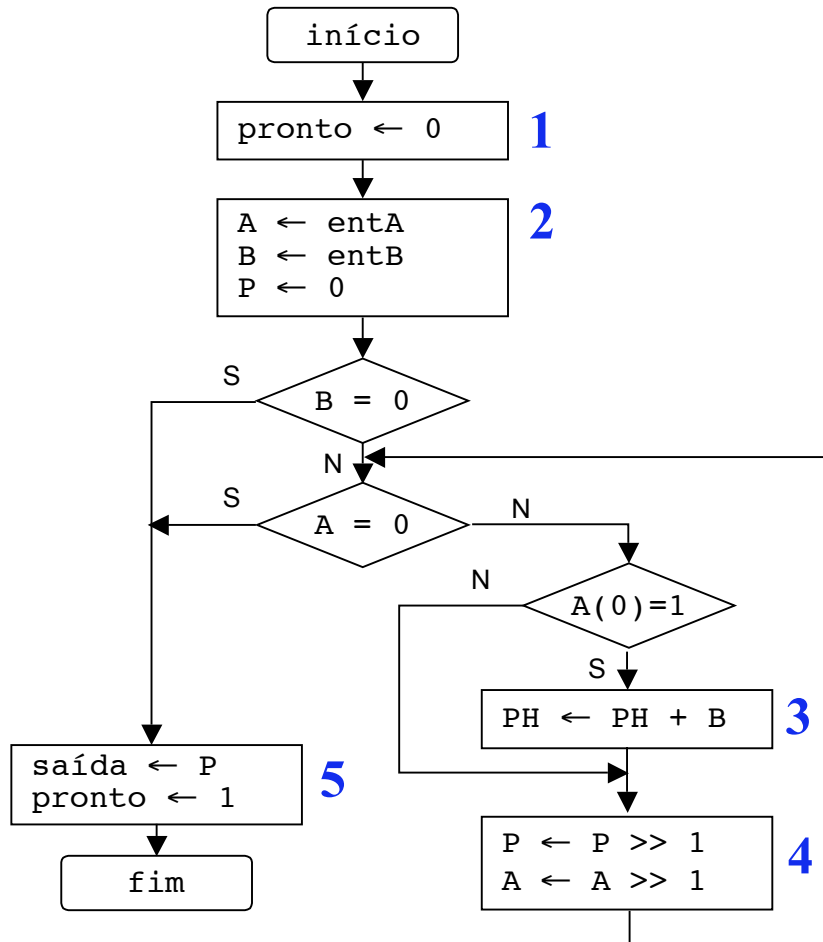
▶ Projeto do BO 3



Problema: pode ocorrer overflow na adição do passo 3!

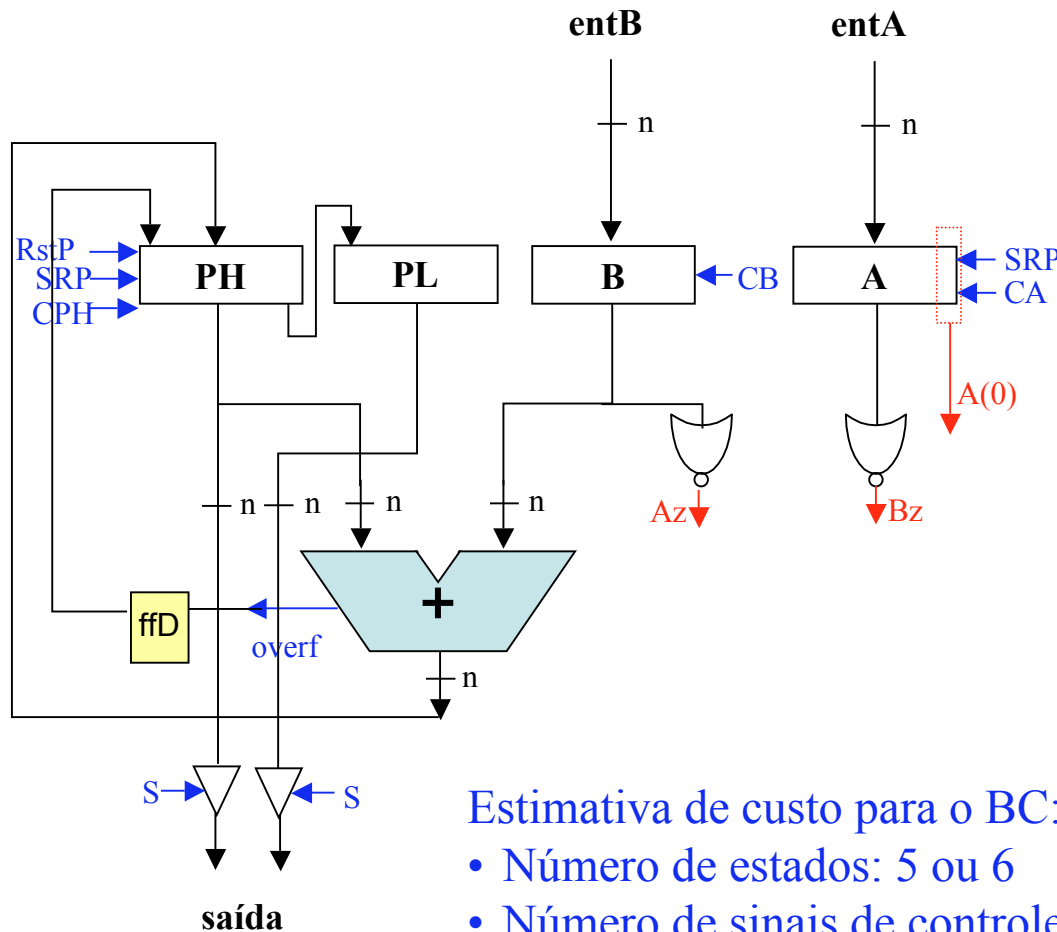
5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Projeto do BO 3



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Estimativa do Custo do BO da Solução 3



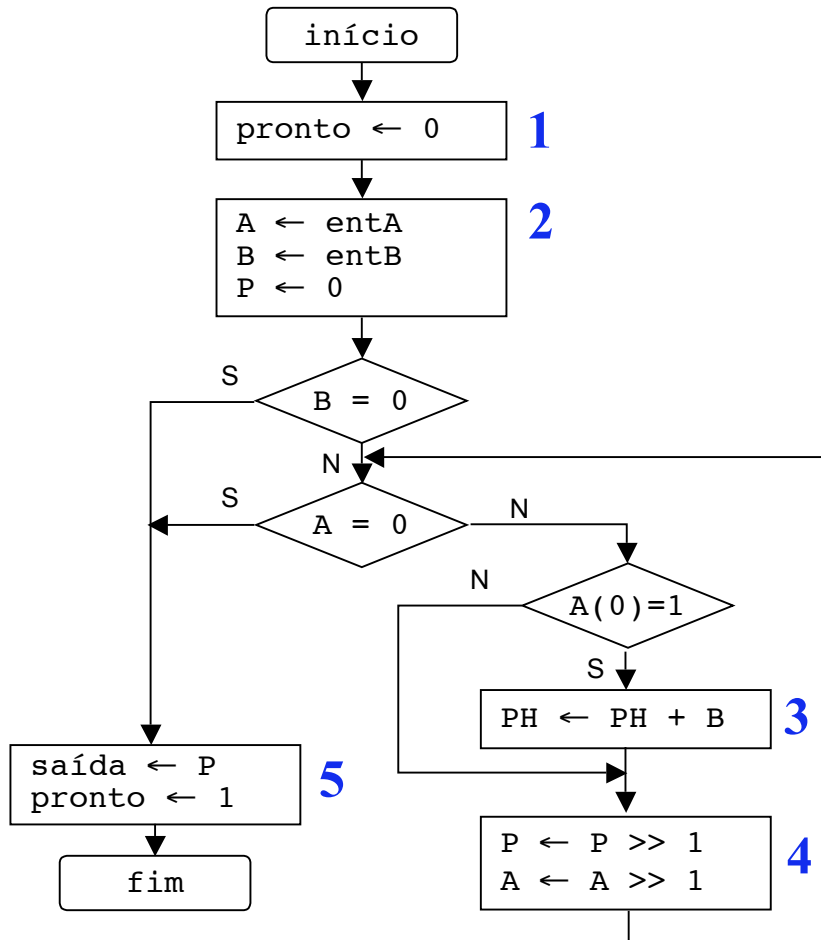
Estimativa de custo para o BC:

- Número de estados: 5 ou 6
- Número de sinais de controle = 7

Custo do BO 3	Custo
1 Somador	24n
1 Registrador com carga paralela controlada (B)	22n
1 Registrador de deslocamento com carga paralela controlada (A)	24n
1 Registrador de deslocamento com carga paralela controlada e reset assíncrono	26n
1 Registrador de deslocamento	22n
2 conjunto de <i>buffers tri-state</i> não inversores	$2 \times 6n = 12n$
Total	120n

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

▶ Estimativa do Desempenho do BO da Solução 3



Se $n = 4$ bits:

- Maior inteiro sem sinal: 15 ($\Rightarrow 1111$)
- Pior caso: $A \neq 15, B \neq 0$
- Seqüência de execução: 1, 2, $4 \times (3,4), 5 = 11$ passos (**11 ciclos de relógio**)
- BO 1 = 33 ciclos, BO 2 = 18 ciclos

Generalizando para n bits:

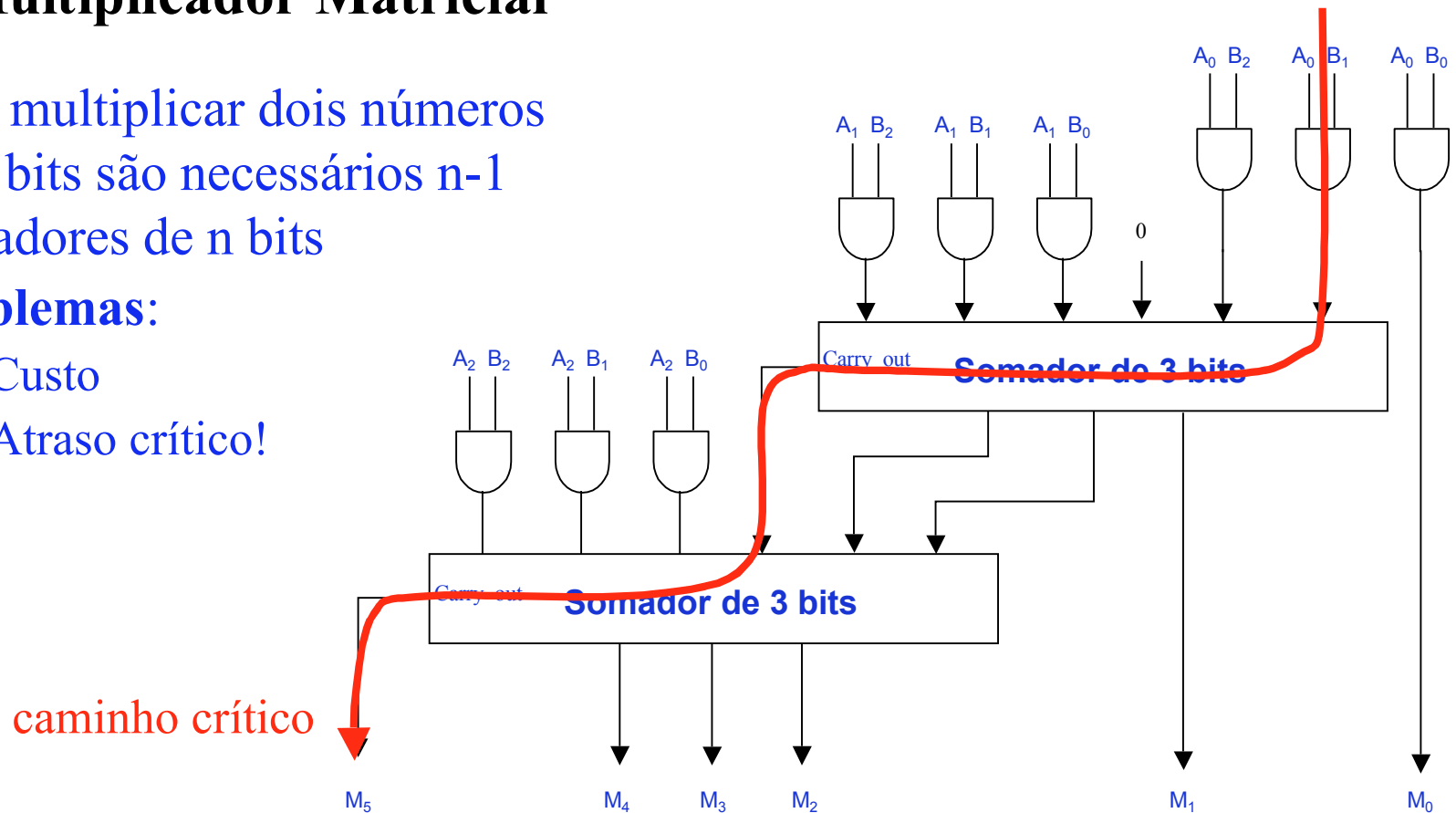
- Maior inteiro sem sinal: $2^n - 1$
- Pior caso: $A \neq 0, B \neq 0$
- Seqüência de execução: 1, 2, $n \times (3,4), 5 = 2n + 3$ passos ($\approx 2n$ ciclos de relógio)
- BO 1 = $\sim 2^{n+1}$ ciclos de relógio, BO 2 = $\sim 2^n$ ciclos de relógio

5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Multiplicação com Circuito Combinacional

O Multiplicador Matricial

- Para multiplicar dois números de n bits são necessários $n-1$ somadores de n bits
- **Problemas:**
 - Custo
 - Atraso crítico!

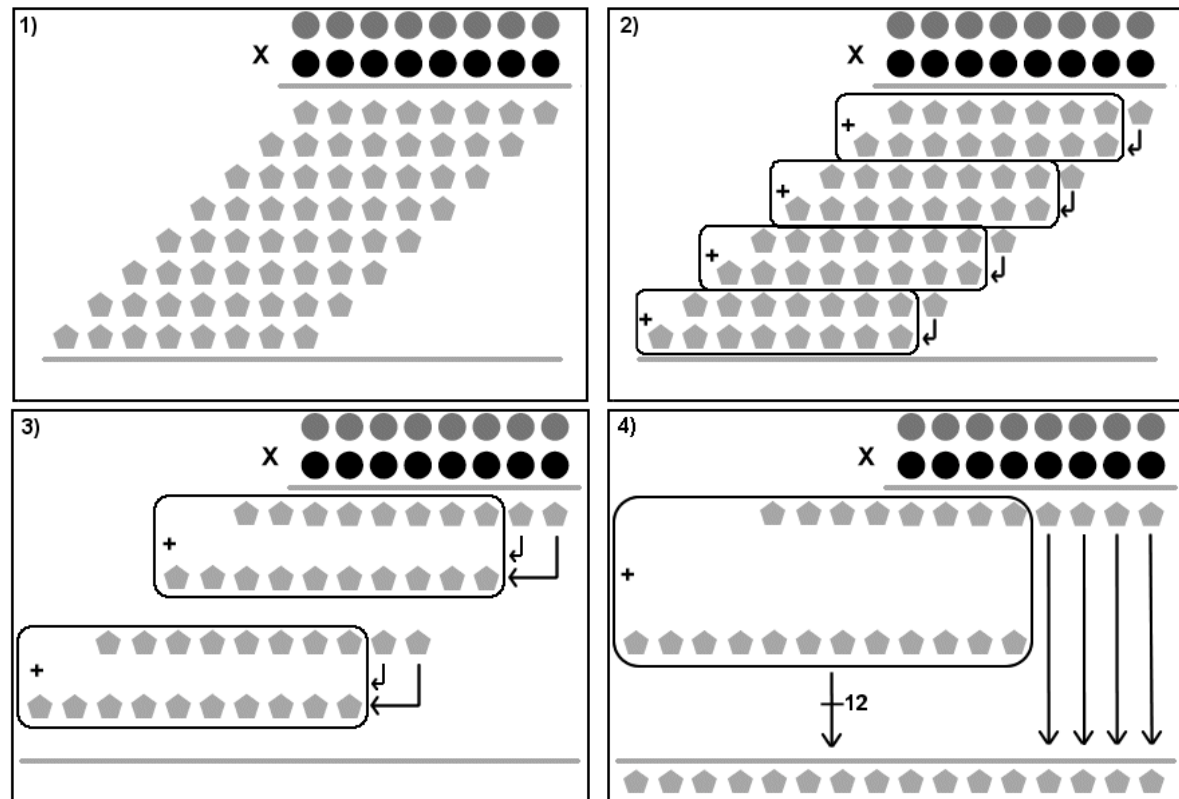


5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Multiplicação com Circuito Combinacional

O Multiplicador Matricial *Pipeline*

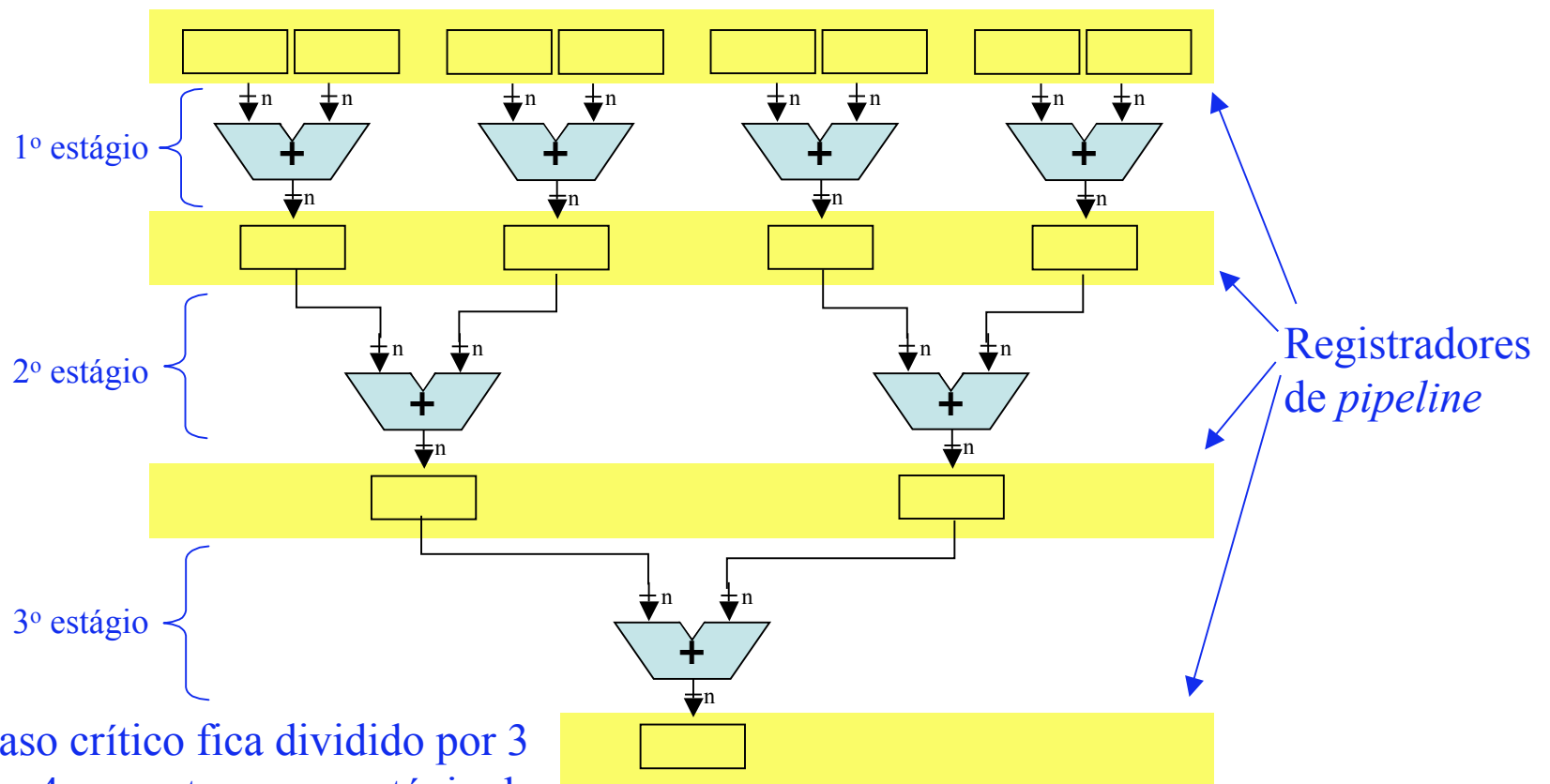
- **Passo 1:** todos os produtos parciais são gerados
- **Passo 2:** os produtos parciais são somados de dois em dois
- **Passo 3:** os resultados do passo anterior são somados de dois em dois
- ...



5. Projeto de Sistemas Digitais no Nível RT

► Multiplicação com Circuito Combinacional

O Multiplicador Matricial *Pipeline*



O Atraso crítico fica dividido por 3 (ou por 4 se contarmos o estágio de geração dos produtos parciais

Sistemas Digitais - semestre 2007/2