



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro Tecnológico
Departamento de Informática e Estatística
Curso de Graduação em Ciências da Computação



Sistemas Digitais

INE 5406

Aula 5-T

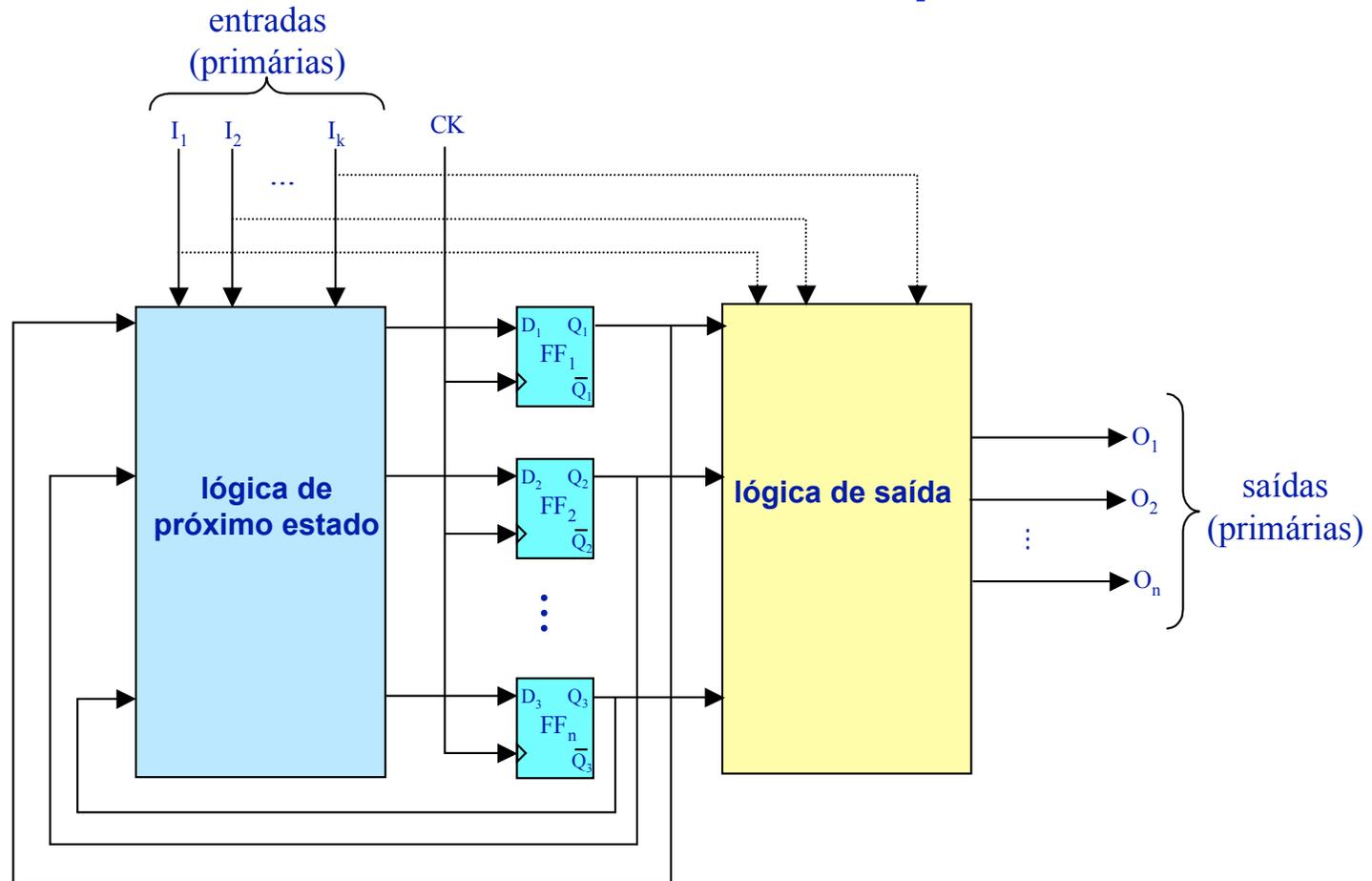
4. Máquinas Seqüências Síncronas: Síntese de circuitos seqüenciais. Minimização e codificação de estados.

Prof. José Luís Güntzel
guntzel@inf.ufsc.br

www.inf.ufsc.br/~guntzel/ine5406/ine5406.html

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

▶ Diagrama de Blocos de um Circuito Seqüencial Síncrono



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

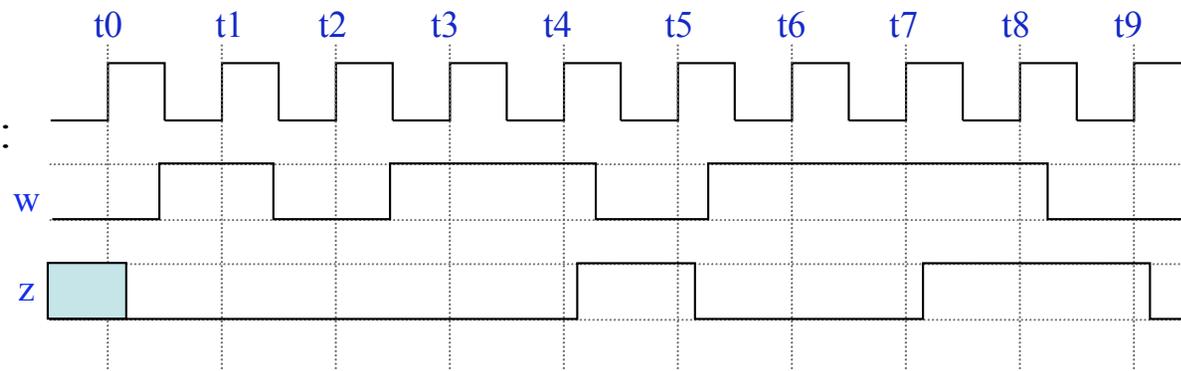
► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2:

Projete um circuito que satisfaça às seguintes especificações:

1. O circuito possui uma entrada, **w**, e uma saída, **z**.
2. Todas as mudanças de valores no circuito ocorrem na borda de subida do sinal de relógio.
3. Quando o circuito detectar que a entrada **w** vale “0”, a saída **z** deve valer “0” no ciclo de relógio seguinte. Porém, quando o circuito detectar que a entrada **w** vale “1” durante duas bordas de relógio consecutivas, a saída **z** deve passar a valer “1” no ciclo de relógio seguinte à segunda ocorrência do valor “1”. As mudanças de **z** estão sincronizadas com a borda de relógio ativa.

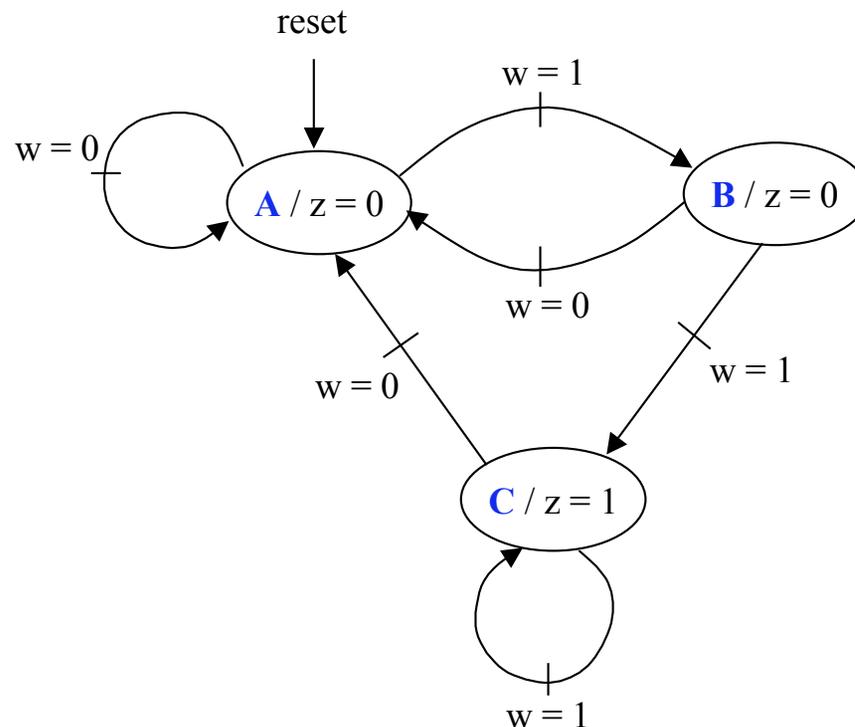
Exemplo de funcionamento:



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Diagrama de Estados

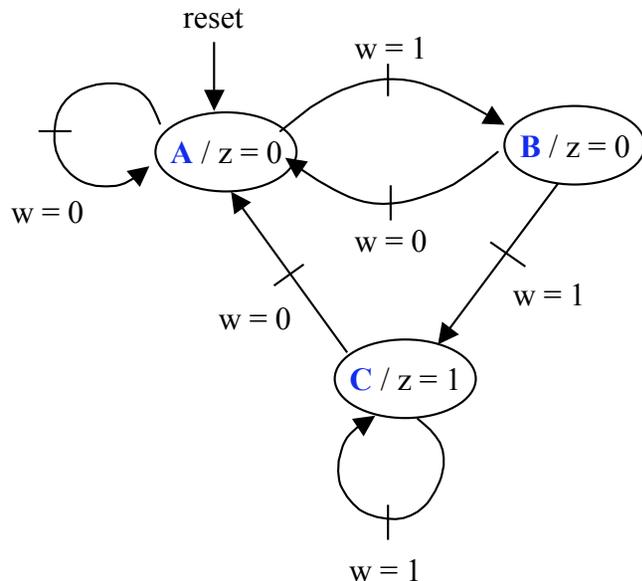


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Tabelas de (Transição de) Estados e de Saída

Tabela de (transição de) estados



Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	0	A
B	1	C
C	0	A
C	1	C

Tabela de saída

Estado	z
A	0
B	0
C	1

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Diagrama de Blocos

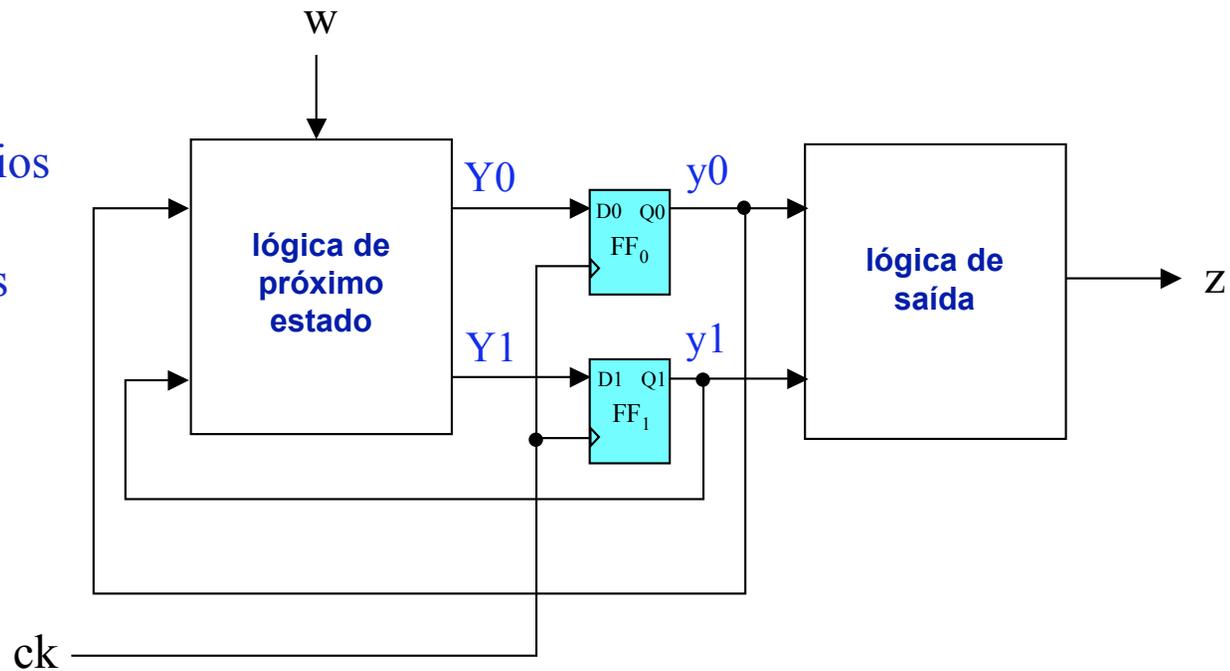
Sinais de entrada: w

Sinais de saída: z

Número de estados: 3

⇒ Logo, são necessários

2 flip-flops para
armazenar as variáveis
de estado



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Assinalamento de Estados

Supondo o seguinte assinalamento: A=00, B=01, C=10

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	0	A
B	1	C
C	0	A
C	1	C



	Estado atual y1y0	w	Próximo estado Y1Y0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	10	C
C	10	0	00	A
C	10	1	10	C
-	11	0	XX	-
-	11	1	XX	-

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Projetando a lógica de saída

	Estado y_1y_0	z
A	00	0
B	01	0
C	10	1
	11	X

z	\bar{y}_0	y_0
\bar{y}_1	0	0
y_1	1	X

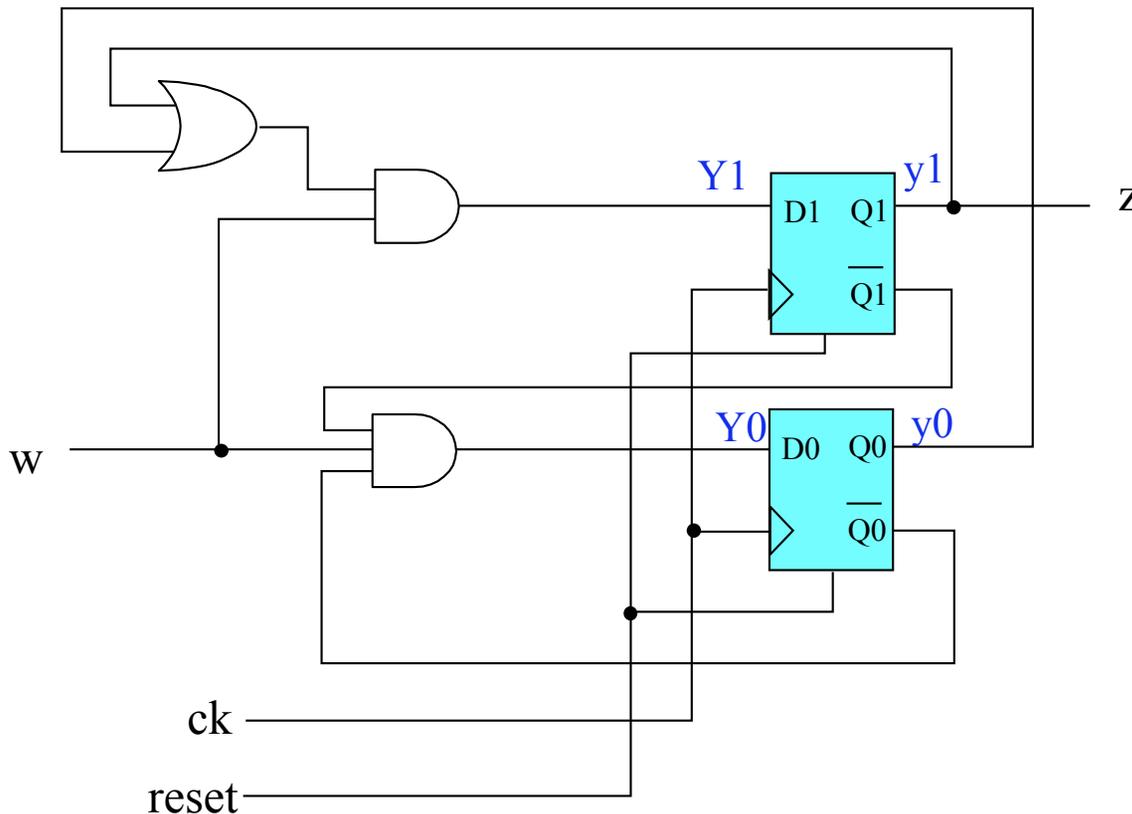
y_1

$$z = y_1$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: circuito final

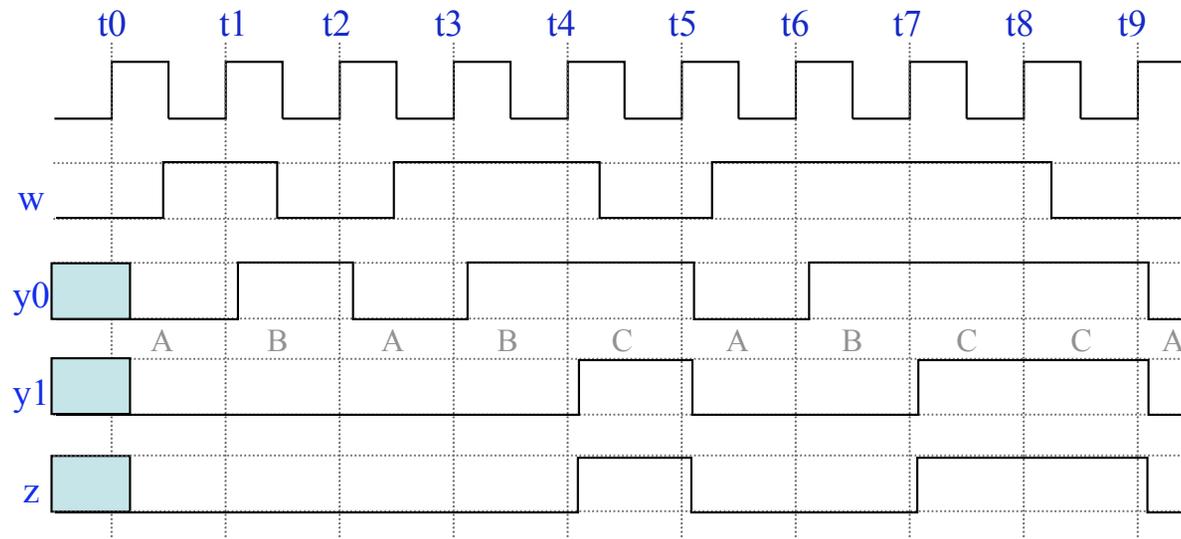


$$\begin{aligned} Y1 &= w \cdot y1 + w \cdot y0 \\ &= w (y1 + y0) \\ Y0 &= w \cdot \bar{y1} \cdot \bar{y0} \\ z &= y1 \end{aligned}$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Funcionamento dinâmico

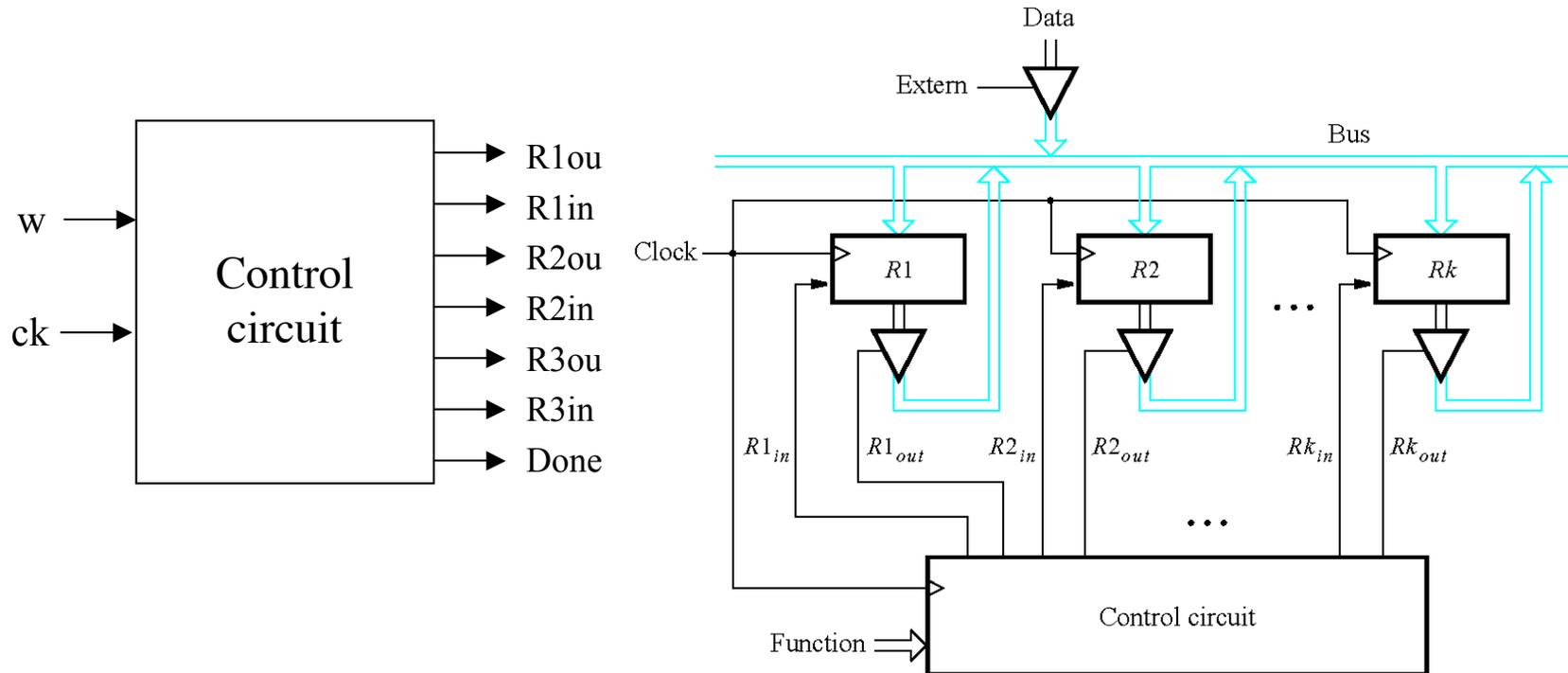


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3:

Projetar o circuito de controle que permita realizar um *swap* entre R1 e R2, utilizando R3 como temporário. (Desconsiderar outras possíveis operações.)



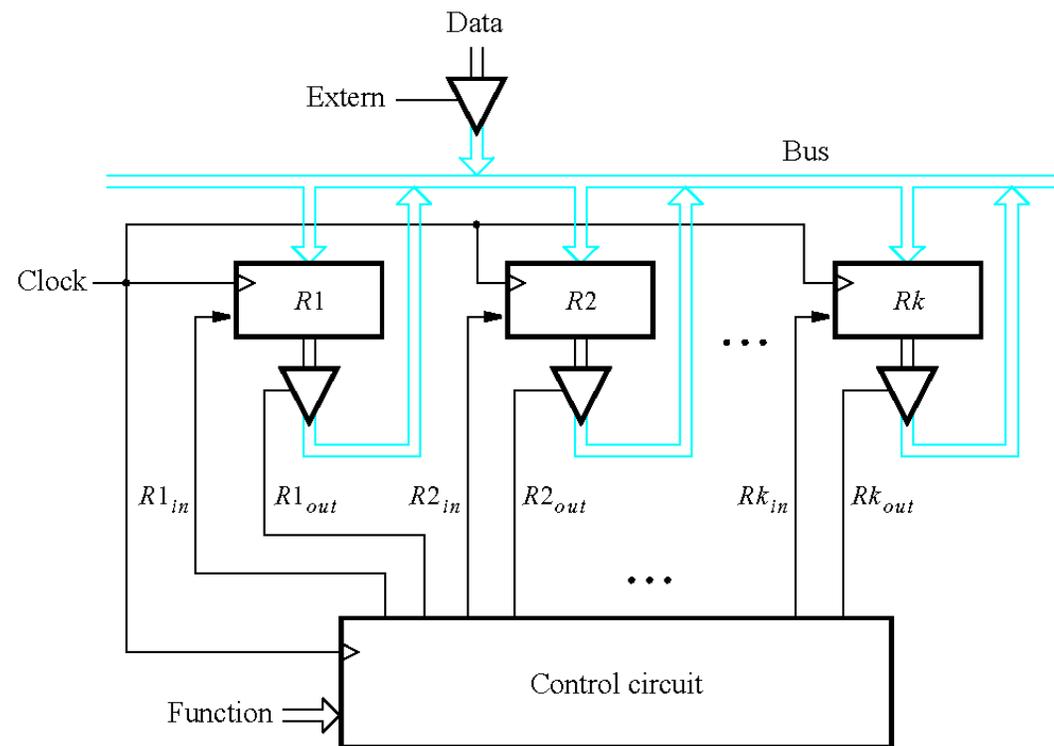
4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3:

Passos:	Sinais de controle
$R3 \leftarrow R2;$	$R2_{out} = 1; R3_{in} = 1;$
$R2 \leftarrow R1;$	$R1_{out} = 1; R2_{in} = 1;$
$R1 \leftarrow R3;$	$R3_{out} = 1; R1_{in} = 1;$ $Done = 1;$

Obs: os sinais não citados na tabela devem valer "0"

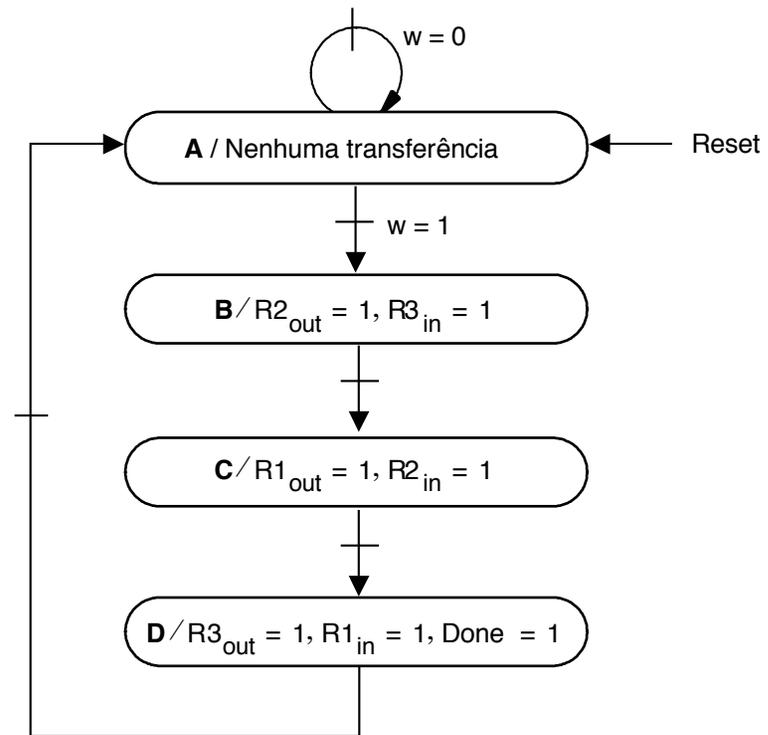


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Diagrama de estados

Passos:	Sinais de controle
$R3 \leftarrow R2;$	$R2_{out} = 1; R3_{in} = 1;$
$R2 \leftarrow R1;$	$R1_{out} = 1; R2_{in} = 1;$
$R1 \leftarrow R3;$	$R3_{out} = 1; R1_{in} = 1;$ $Done = 1;$



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Tabelas de (Transição de) Estados e de Saída

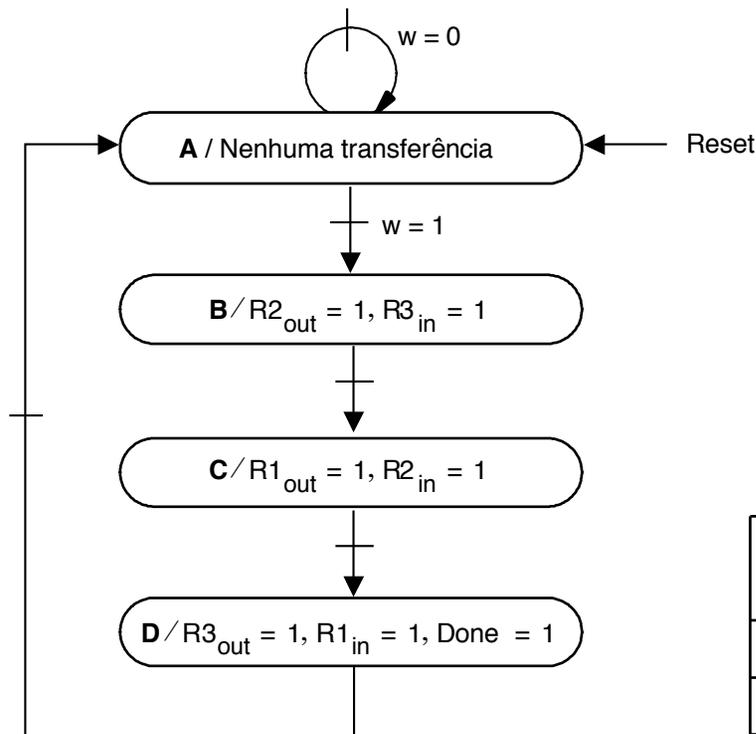


Tabela de
(transição de)
estados

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	X	C
C	X	D
D	X	A

Tabela de saída

	R1out	R1in	R2out	R2in	R3out	R3in	Done
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	1

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Diagrama de Blocos

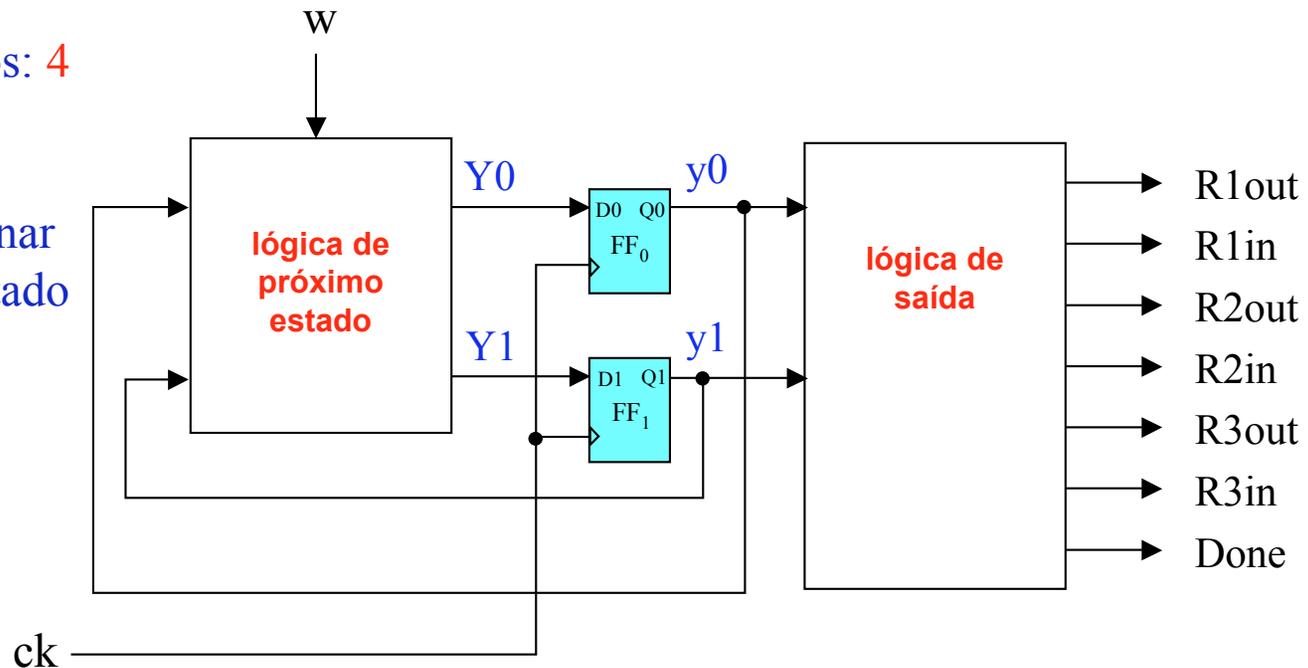
Sinais de entrada: w

Sinais de saída: z

Número de estados: 4

⇒ Logo, são

necessários **2** flip-flops para armazenar as variáveis de estado



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Assinalamento de Estados

Supondo o Seguinte Assinalamento: A=00, B=01, C=10, D=11

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	X	C
C	X	D
D	X	A



	Estado atual y1y0	w	Próximo estado Y1Y0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	X	10	C
C	10	X	11	D
D	11	X	00	A

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Projetando a lógica de próximo estado

	Estado atual y_1y_0	w	Próximo estado Y_1Y_0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	X	10	C
C	10	X	11	D
D	11	X	00	A

Y_1	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	y_1y_0	$y_1\bar{y}_0$
\bar{w}	0	1	0	1
w	0	1	0	1

$$y_1 \cdot \bar{y}_0$$

$$\bar{y}_1 \cdot y_0$$

$$Y_1 = \bar{y}_1 \cdot y_0 + y_1 \cdot \bar{y}_0 = y_1 \oplus y_0$$

Y_0	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	y_1y_0	$y_1\bar{y}_0$
\bar{w}	0	0	0	1
w	1	0	0	1

$$y_1 \cdot \bar{y}_0$$

$$w \cdot \bar{y}_0$$

$$Y_0 = w \cdot \bar{y}_0 + y_1 \cdot \bar{y}_0$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Projetando a lógica de saída

	Estado y_1y_0	R1out	R1in	R2out	R2in	R3out	R3in	Done
A	00	0	0	0	0	0	0	0
B	01	0	0	1	0	0	1	0
C	10	1	0	0	1	0	0	0
D	11	0	1	0	0	1	0	1

$$R1out = R2in = y_1 \cdot \overline{y_0}$$

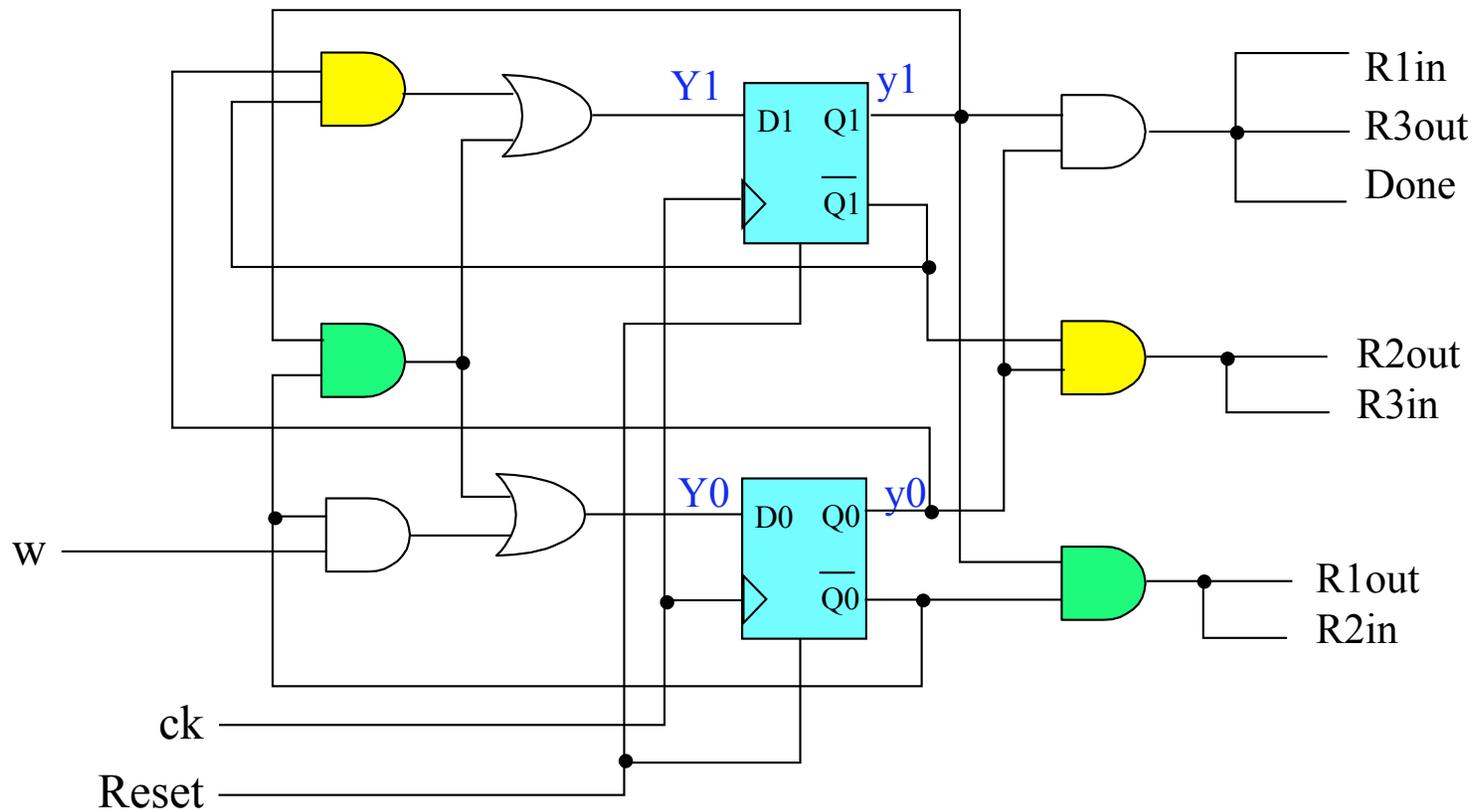
$$R1in = R3out = Done = y_1 \cdot y_0$$

$$R2out = R3in = \overline{y_1} \cdot y_0$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

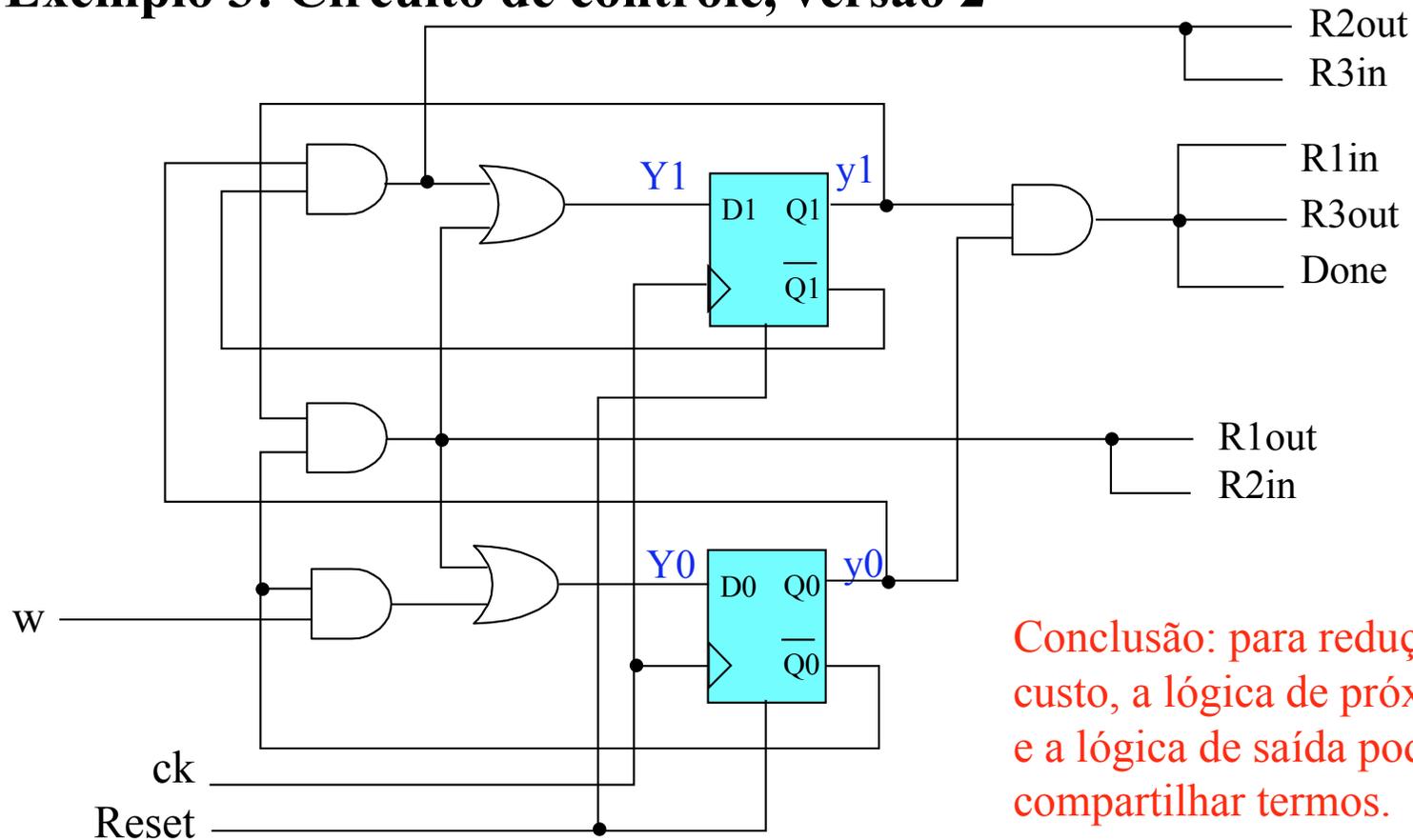
Exemplo 3: Circuito de controle, versão 1



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 3: Circuito de controle, versão 2



Conclusão: para redução do custo, a lógica de próximo estado e a lógica de saída podem compartilhar termos.

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 2, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11

	Estado atual y1y0	w	Próximo estado Y1Y0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	11	C
-	10	0	XX	-
-	10	1	XX	-
C	11	0	00	A
C	11	1	11	C

	Estado y1y0	z
A	00	0
B	01	0
-	10	X
C	11	1

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 2, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11

	Estado atual y_1y_0	w	Próximo estado Y_1Y_0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	11	C
-	10	0	XX	-
-	10	1	XX	-
C	11	0	00	A
C	11	1	11	C

Y_1	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	$y_1\bar{y}_0$	y_1y_0
\bar{w}	0	0	0	X
w	0	1	1	X

$$Y_1 = w \cdot y_0$$

$$w \cdot y_0$$

Y_0	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	$y_1\bar{y}_0$	y_1y_0
\bar{w}	0	0	0	X
w	1	1	1	X

$$Y_0 = w$$

w

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 2, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11

y_1y_0	z
00	0
01	0
10	X
11	1

z	\bar{y}_0	y_0
\bar{y}_1	0	0
y_1	X	1

y_1

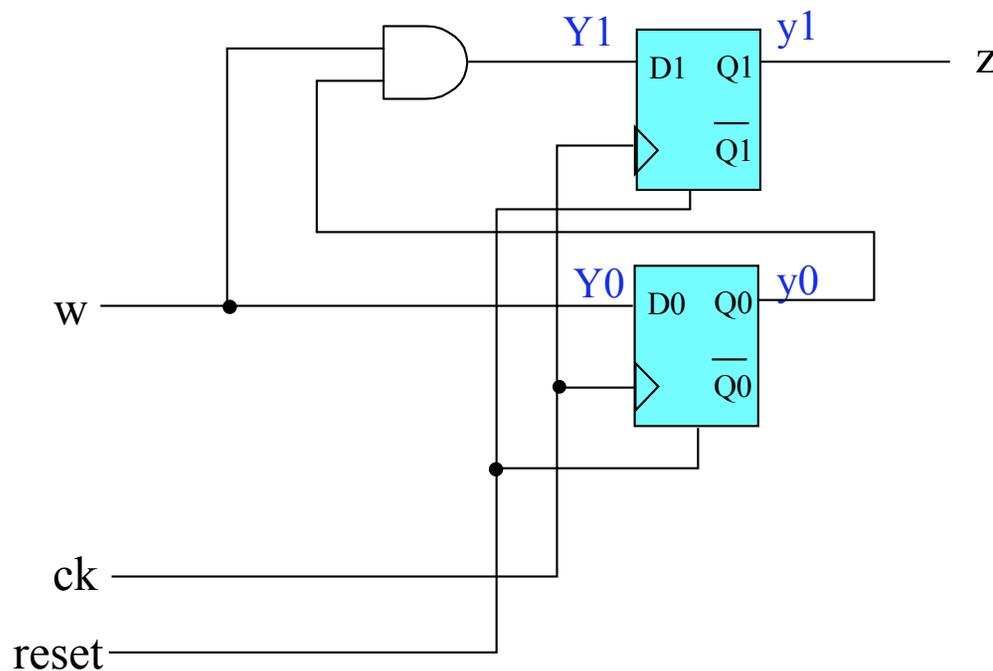
$$z = y_1$$

Coincidentemente, a equação de saída não mudou.

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 2, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11

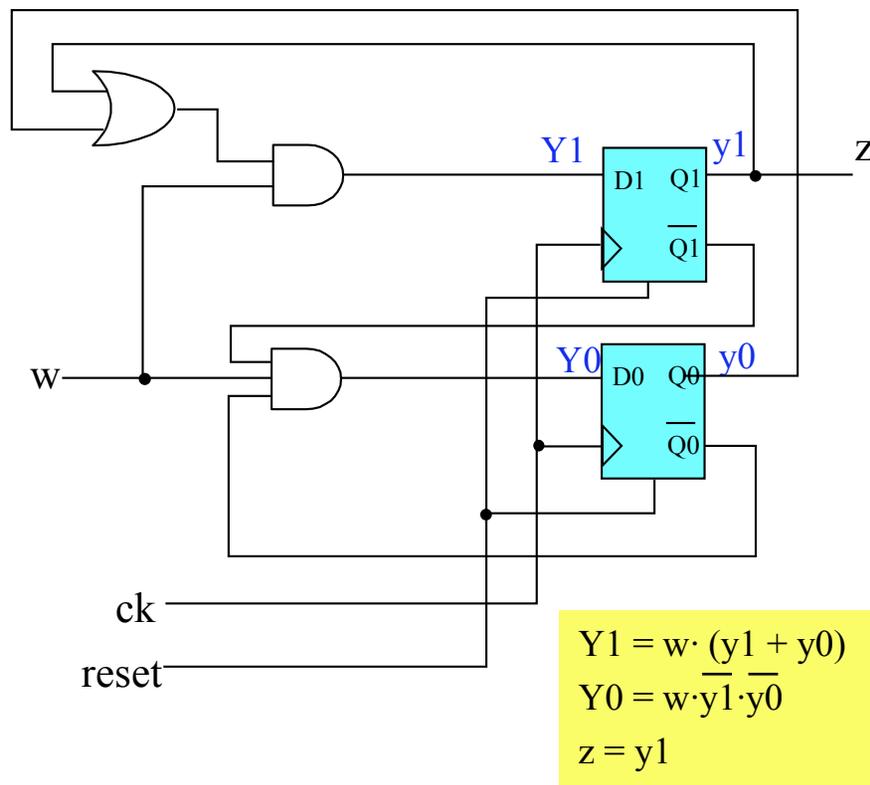


$$\begin{aligned} Y1 &= w \cdot y0 \\ Y0 &= w \\ z &= y1 \end{aligned}$$

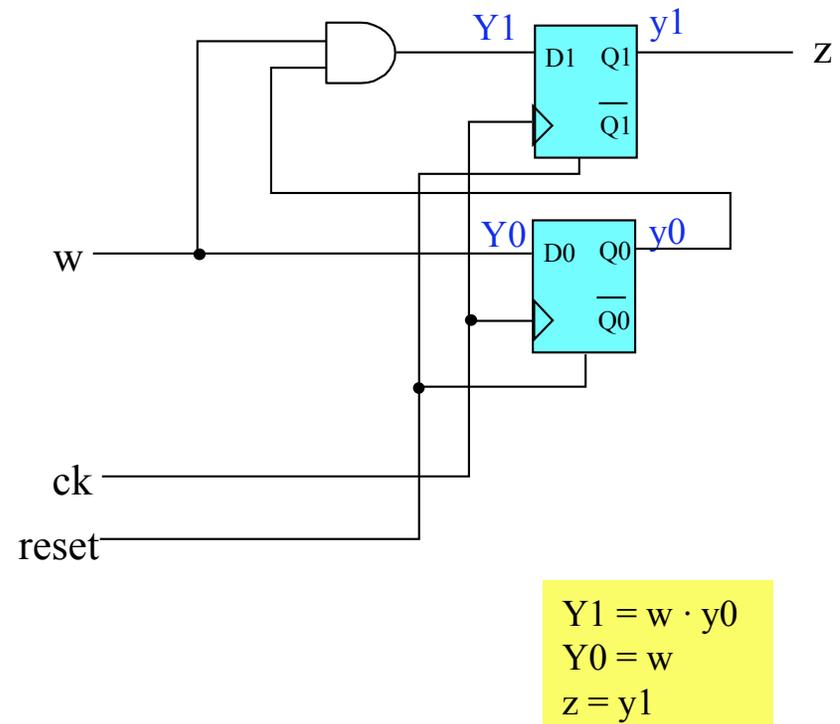
4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Assinalamento A=00, B=01, C=10



Assinalamento A=00, B=01, C=11



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11, D=10

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	X	C
C	X	D
D	X	A



	Estado atual y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₁ Y ₀	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	X	11	C
D	10	X	00	A
C	11	X	10	D

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
 A=00, B=01, C=11, D=10

	Estado atual y_1y_0	w	Próximo estado Y_1Y_0	
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	X	11	C
D	10	X	00	A
C	11	X	10	D

Y_1	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	y_1y_0	$y_1\bar{y}_0$
\bar{w}	0	1	1	0
w	0	1	1	0

y_0

$Y_1 = y_0$

Y_0	$\bar{y}_1\bar{y}_0$	\bar{y}_1y_0	y_1y_0	$y_1\bar{y}_0$
\bar{w}	0	1	0	0
w	1	1	0	0

$\bar{y}_1 \cdot y_0$

$Y_0 = w \cdot \bar{y}_1 + \bar{y}_1 \cdot y_0$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Cógigo Gray:
A=00, B=01, C=11, D=10

	Estado y1y0	R1out	R1in	R2out	R2in	R3out	R3in	Done
A	00	0	0	0	0	0	0	0
B	01	0	0	1	0	0	1	0
D	10	0	1	0	0	1	0	1
C	11	1	0	0	1	0	0	0

$$R1out = R2in = y1 \cdot y0$$

$$R1in = R3out = Done = y1 \cdot \overline{y0}$$

$$R2out = R3in = \overline{y1} \cdot y0$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Assinalamento A=00, B=01, C=10, D=11

$$Y1 = \bar{y}1 \cdot y0 + y1 \cdot \bar{y}0$$

$$Y0 = w \cdot \bar{y}0 + y1 \cdot \bar{y}0$$

$$R1out = R2in = y1 \cdot y0$$

$$R1in = R3out = Done = y1 \cdot y0$$

$$R2out = R3in = y1 \cdot y0$$

Assinalamento A=00, B=01, C=11, D=10

$$Y1 = y0$$

$$Y0 = w \cdot \bar{y}1 + \bar{y}1 \cdot y0$$

$$R1out = R2in = y1 \cdot y0$$

$$R1in = R3out = Done = y1 \cdot \bar{y}0$$

$$R2out = R3in = \bar{y}1 \cdot y0$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

▶ Codificação de Estados

Codificação “One-Hot”

- **Consiste em usar tantas variáveis de estado quantos forem os estados**
- **Cada estado é codificado de modo que somente uma das variáveis de estado vale “1” e todas as demais valem “0”**

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 2:

A=001, B=010, C=100

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	0	A
B	1	C
C	0	A
C	1	C



	Estado atual y2 y1 y0	w	Próximo estado Y2 Y1 Y0	
A	001	0	001	A
A	001	1	010	B
B	010	0	001	A
B	010	1	100	C
C	100	0	001	A
C	100	1	100	C



As combinações de entrada não citadas têm como próximo estado XXX

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 2:

A=001, B=010, C=100

	Estado atual y2 y1 y0	w	Próximo estado Y2 Y1 Y0	
A	001	0	001	A
A	001	1	010	B
B	010	0	001	A
B	010	1	100	C
C	100	0	001	A
C	100	1	100	C

Y2	$\bar{y}_2\bar{y}_1$	\bar{y}_2y_1	y_2y_1	$y_2\bar{y}_1$
$\bar{y}_0\bar{w}$	X	0	X	0
\bar{y}_0w	X	1	X	1
y_0w	0	X	X	X
$y_0\bar{w}$	0	X	X	X

$\bar{y}_0 \cdot w$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 2:

A=001, B=010, C=100

	Estado atual y2 y1 y0	w	Próximo estado Y2 Y1 Y0	
A	001	0	001	A
A	001	1	010	B
B	010	0	001	A
B	010	1	100	C
C	100	0	001	A
C	100	1	100	C

Y1	$\bar{y}_2\bar{y}_1$	\bar{y}_2y_1	y_2y_1	$y_2\bar{y}_1$
$\bar{y}_0\bar{w}$	X	0	X	0
\bar{y}_0w	X	0	X	0
y_0w	1	X	X	X
$y_0\bar{w}$	0	X	X	X

y0·w

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 2:

A=001, B=010, C=100

	Estado atual y2 y1 y0	w	Próximo estado Y2 Y1 Y0	
A	001	0	001	A
A	001	1	010	B
B	010	0	001	A
B	010	1	100	C
C	100	0	001	A
C	100	1	100	C

y0	$\bar{y}_2\bar{y}_1$	\bar{y}_2y_1	y_2y_1	$y_2\bar{y}_1$
$\bar{y}_0\bar{w}$	X	1	X	1
\bar{y}_0w	X	0	X	0
y_0w	0	X	X	X
$y_0\bar{w}$	1	X	X	X

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 2:

A=001, B=010, C=100

	Estado y ₂ y ₁ y ₀	z
A	001	0
B	010	0
C	100	1



As combinações de entrada não citadas têm como saída X

z	$\bar{y}_2\bar{y}_1$	\bar{y}_2y_1	y_2y_1	$y_2\bar{y}_1$
\bar{y}_0	X	0	X	1
y ₀	0	X	X	X

y₂

$$z = y_2$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Minimização e Codificação de Estados

Assinalamento A=00, B=01, C=10

$$\begin{aligned}Y1 &= w \cdot (y1 + y0) \\ Y0 &= w \cdot \overline{y1} \cdot \overline{y0} \\ z &= y1\end{aligned}$$

Assinalamento A=00, B=01, C=11 (Código Gray)

$$\begin{aligned}Y1 &= w \cdot y0 \\ Y0 &= w \\ z &= y1\end{aligned}$$

Codificação “One Hot”

$$\begin{aligned}Y2 &= \overline{y0} \cdot w \\ Y1 &= y0 \cdot w \\ Y0 &= \overline{w} \\ z &= y2\end{aligned}$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 2:

Projete um circuito que satisfaça às seguintes especificações:

1. O circuito possui uma entrada, w , e uma saída, z .
2. Todas as mudanças de valores no circuito ocorrem na borda de subida do sinal de relógio.
3. Quando o circuito detectar que a entrada w vale “0”, a saída z deve valer “0” no ciclo de relógio seguinte. Porém, quando o circuito detectar que a entrada w vale “1” durante duas bordas de relógio consecutivas, a saída z deve passar a valer “1” no ciclo de relógio seguinte à segunda ocorrência do valor “1”. As mudanças de z estão sincronizadas com a borda de relógio ativa.

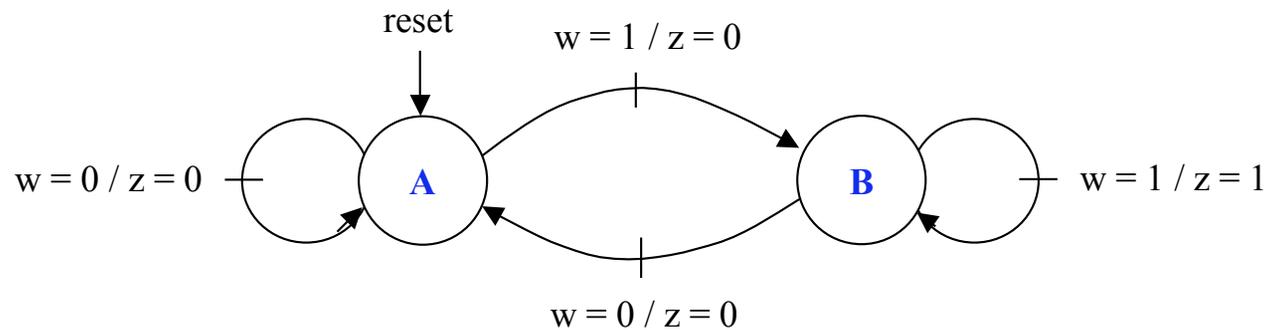
Considere a seguinte modificação da especificação acima:

- O sinal de saída z não precisa esperar que um segundo valor igual a “1” seja amostrado da entrada w .
- Porém, se $z = 1$ e w muda de “1” para “0”, z deve também mudar para “0”, **independentemente** da borda ativa do relógio

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 2: Diagrama de Estados



Interpretação do Diagrama de Estados:

- Durante o ciclo de relógio atual, o valor da saída z corresponde ao rótulo assinalado em alguma das arestas que partem do estado atual.
- No caso do estado B, por exemplo, z pode valer “0” ou valer “1”, conforme for o valor de w . Isto implica que z pode mudar de valor antes que a máquina de estados mude de estado.

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 2: Tabelas de (Transição de) Estados e de Saída

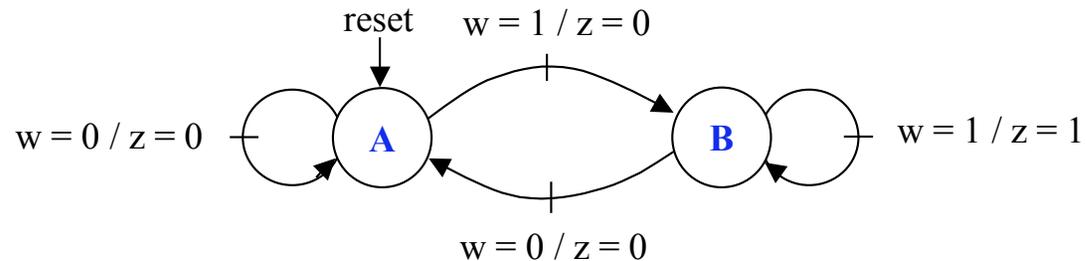


Tabela de (transição de) estados

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	0	A
B	1	B

Tabela de saída

Estado	w	z
A	0	0
A	1	0
B	0	0
B	1	1

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 2: Projetando a lógica de próximo estado e a lógica de saída

- Como há somente dois estados, iremos utilizar somente uma variável de estado.
- Assumindo o seguinte assinalamento de estados: A=0, B=1

Lógica de Próximo Estado

	y	w	Y	
A	0	0	0	A
A	0	1	1	B
B	1	0	0	A
B	1	1	1	B

$$Y = \bar{y} \cdot w + y \cdot w = w$$

Lógica de Saída

y	w	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

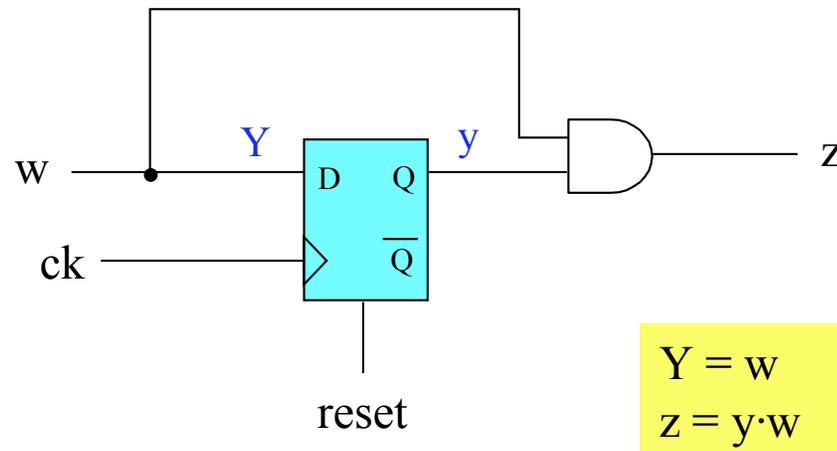


$$z = y \cdot w$$

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

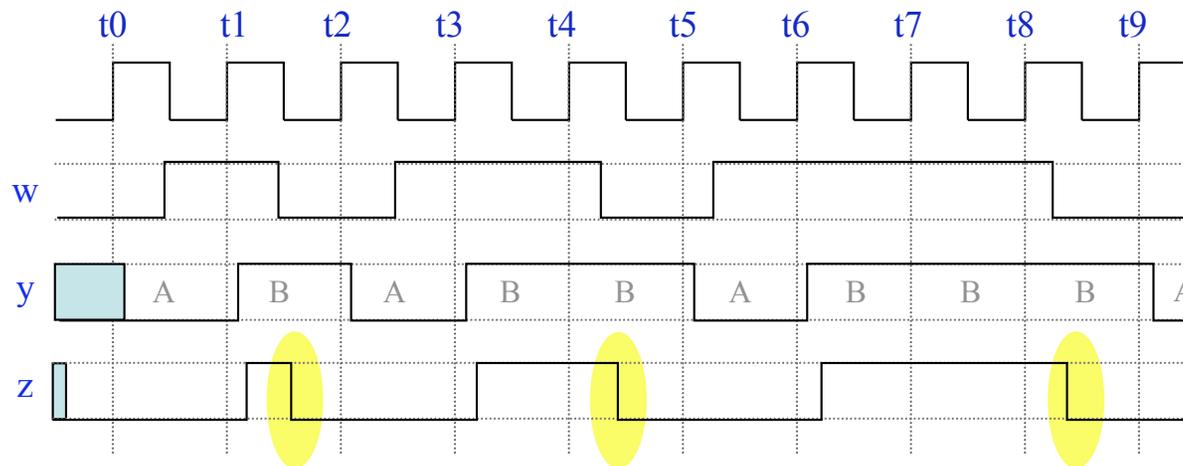
Exemplo 2: circuito final



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 2: exemplo de funcionamento dinâmico

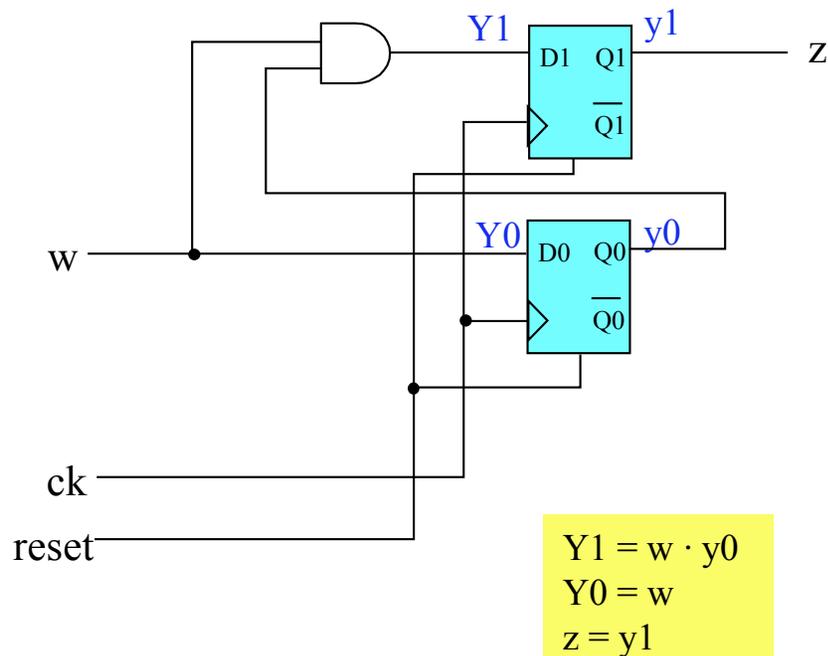


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

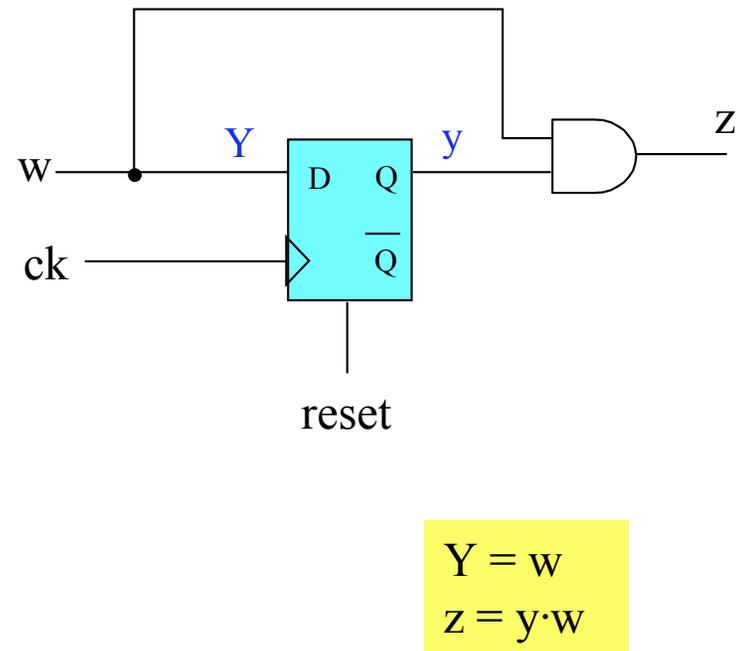
► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2: Comparando Moore e Mealy

Moore



Mealy

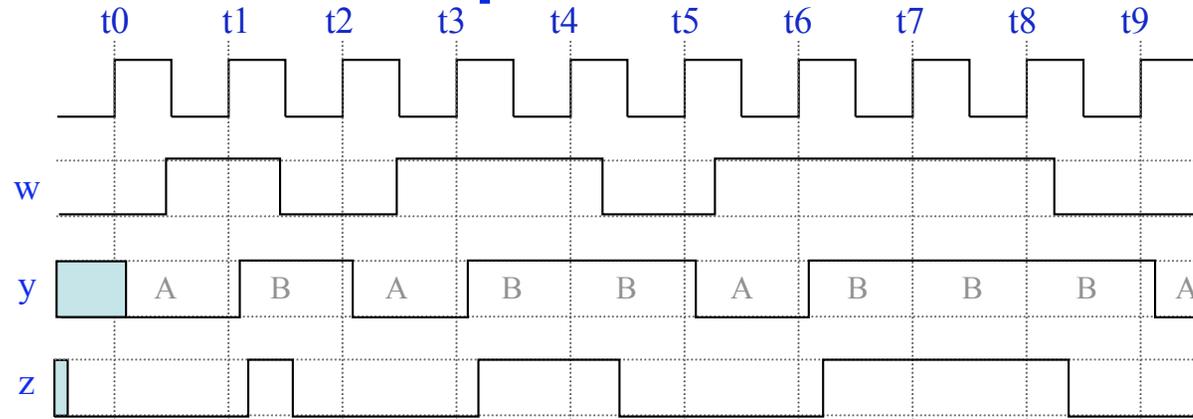


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

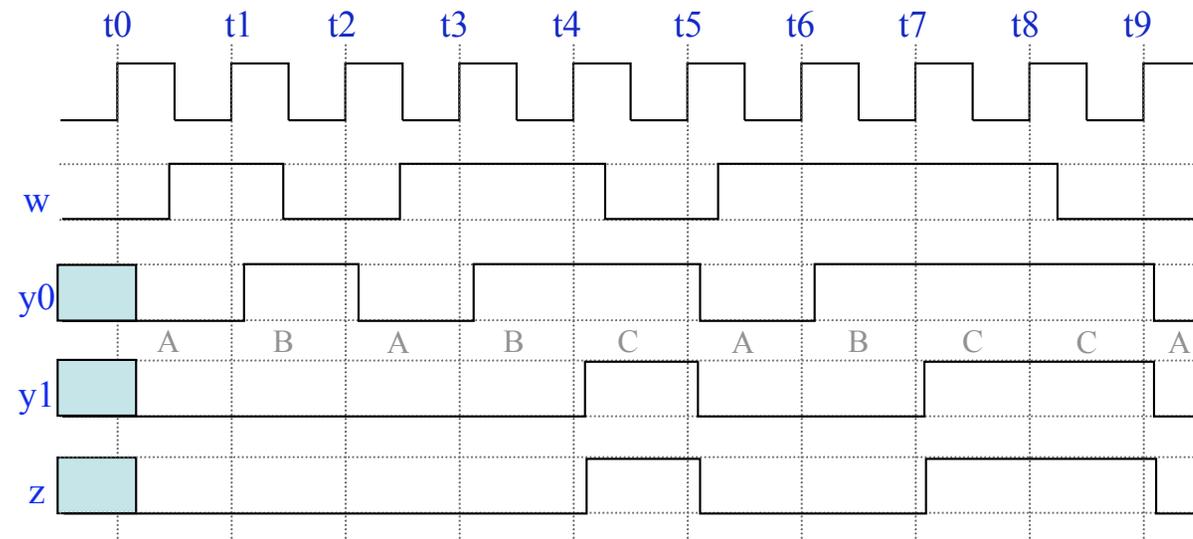
► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2:

Mealy



Moore

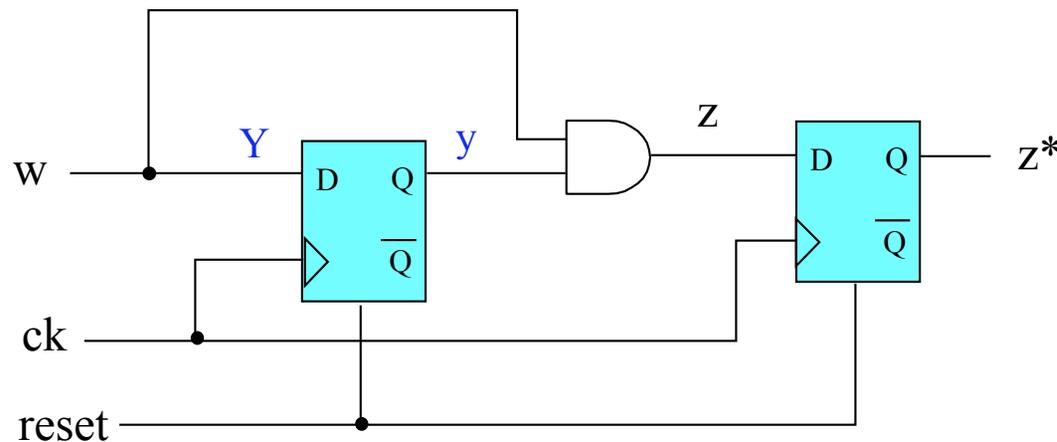


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2:

Porém, se passarmos a saída z por um segundo flip-flop, filtraremos o comportamento assíncrono. De fato, estaremos transformando o circuito para o Modelo de Moore...

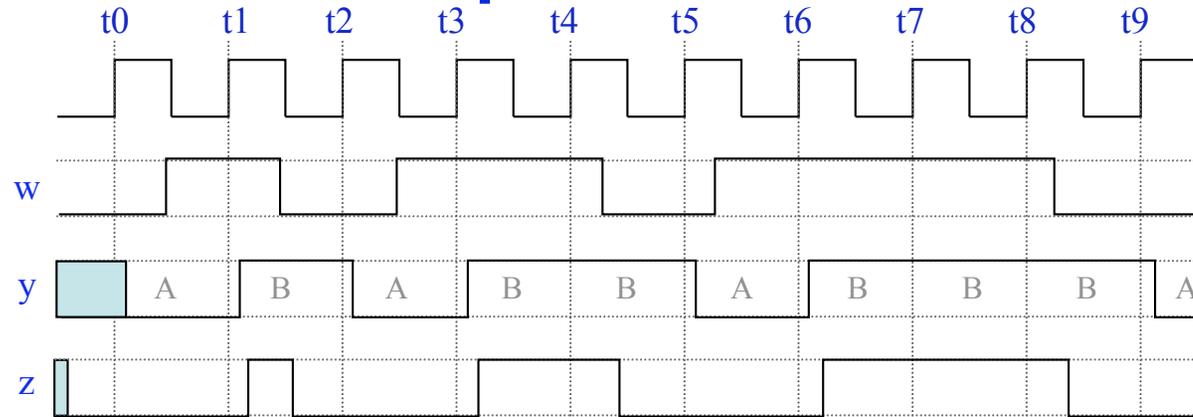


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

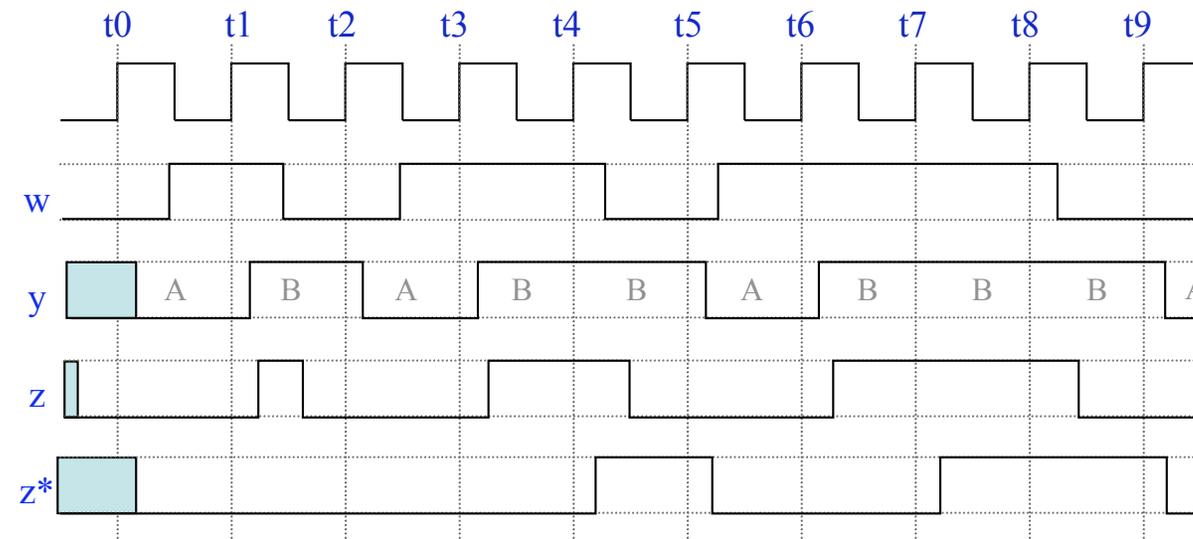
► Síntese de Circuitos Seqüenciais

Exemplo 2:

Mealy

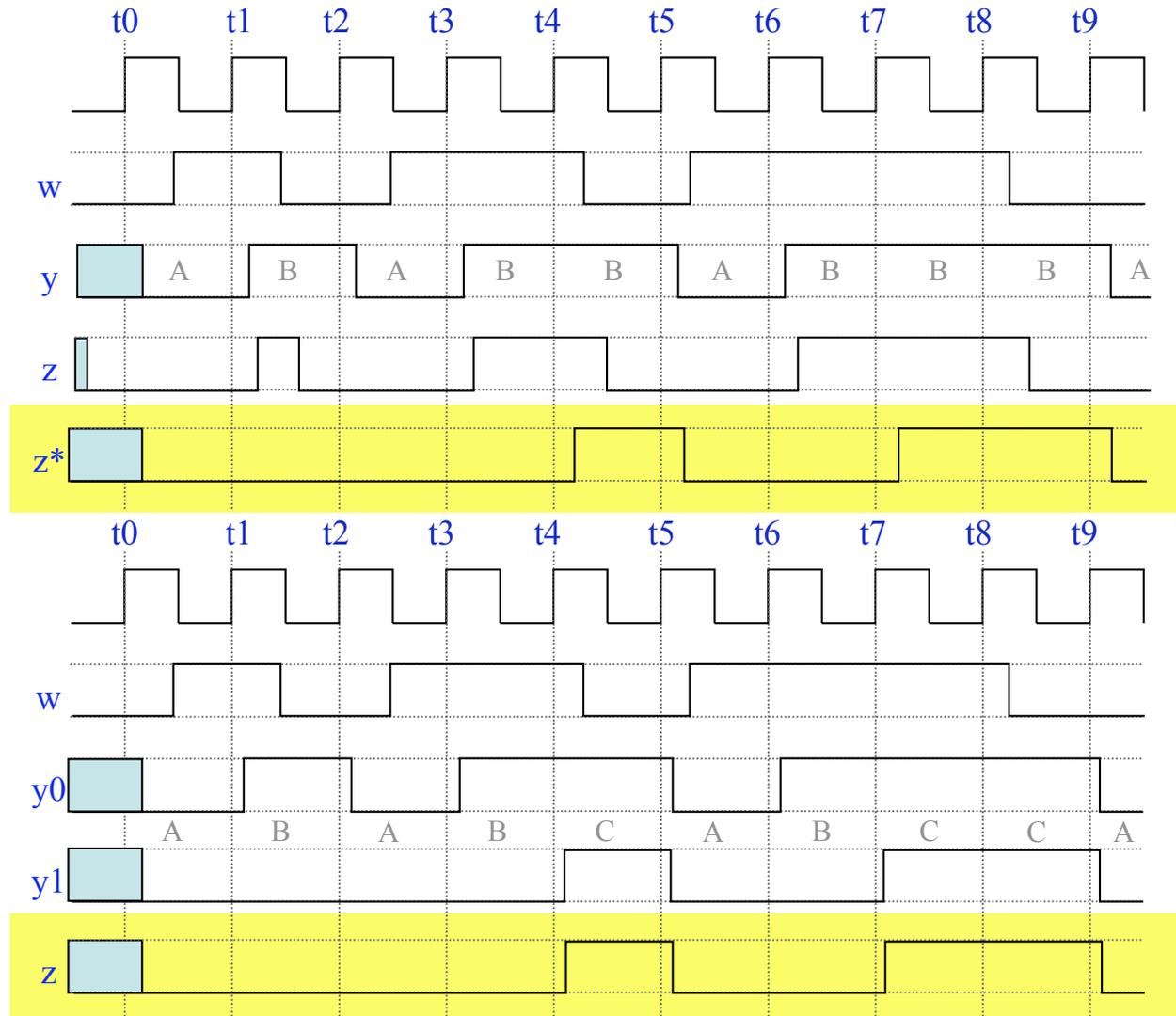


Mealy
transform.
em Moore



4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

Mealy transform. em Moore



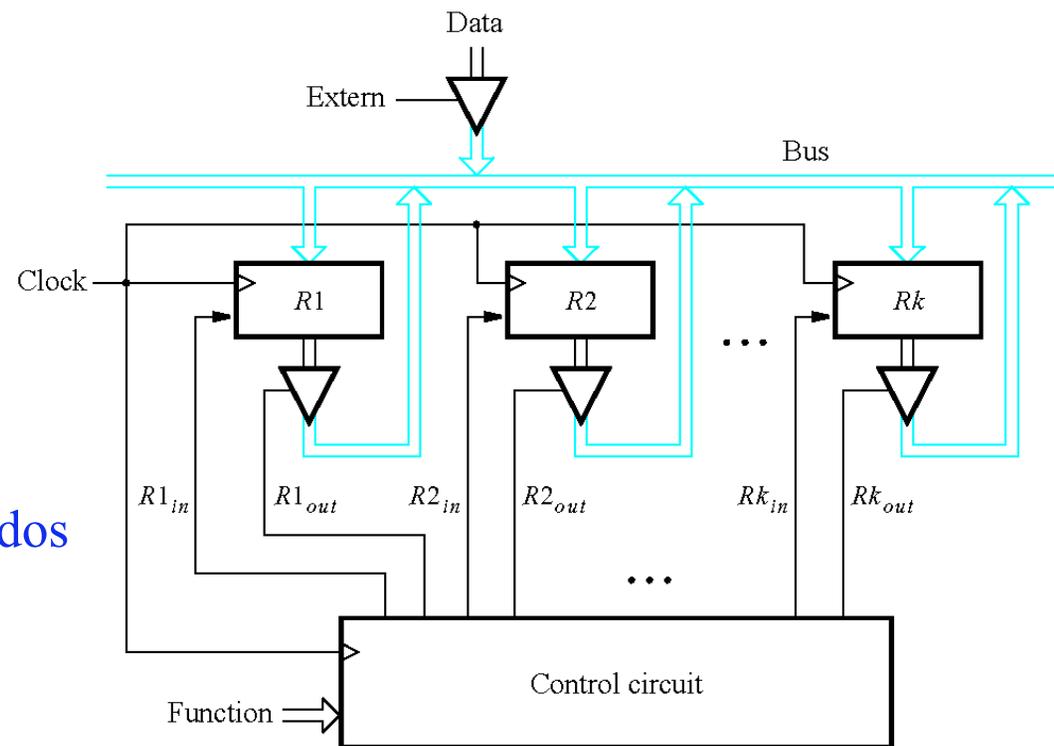
4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 3:

Passos:	Sinais de controle
$R3 \leftarrow R2;$	$R2_{out} = 1; R3_{in} = 1;$
$R2 \leftarrow R1;$	$R1_{out} = 1; R2_{in} = 1;$
$R1 \leftarrow R3;$	$R3_{out} = 1; R1_{in} = 1;$ $Done = 1;$

Obs: os sinais de saída não citados na tabela devem valer “0”

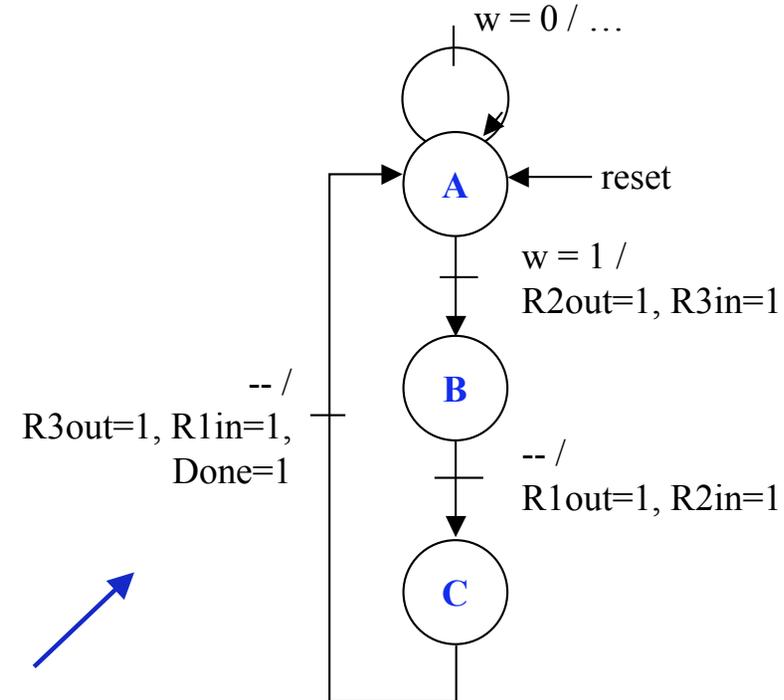


4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 3:

Passos:	Sinais de controle
$R3 \leftarrow R2;$	$R2out = 1; R3in = 1;$
$R2 \leftarrow R1;$	$R1out = 1; R2in = 1;$
$R1 \leftarrow R3;$	$R3out = 1; R1in = 1;$ $Done = 1;$



Obs: os sinais de saída não citados na tabela devem valer "0"

4. Máquinas Seqüenciais Síncronas

► Síntese de Circuitos Seqüenciais: Modelo de Mealy

Exemplo 3:

- A versão Mealy requer três estados (ao invés de quatro da versão Moore)
- Porém, isto não significa necessariamente que o circuito será menor, pois ainda são necessários dois flip-flops...
- A versão Mealy para o exemplo 3 gera os sinais de controle um ciclo de relógio mais cedo que a versão Moore
- Logo, para realizar o swap entre dois registradores a versão Mealy necessita de 3 ciclos de relógio, enquanto a versão Moore necessita de 4 ciclos .

