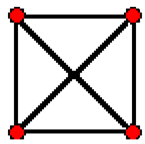
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E DE ESTATÍSTICA
INE5413 - TEORIA DE GRAFOS

2ª Prova - 26/11/2009

1) (2,0) Para ampliar a rede Estadual de Educação Superior, a Secretaria Estadual de Educação sugeriu ao Governo do Estado a instalação de Polos de Formação Superior. Contudo, dada a escassez de recursos, o Governo do Estado não julga viável implementar estes centros em todos os quase 200 municípios, mas ao mesmo tempo deseja atender satisfatoriamente todos os municípios. Desta forma, ele solicitou um estudo à Secretaria Estadual de Educação visando definir um conjunto mínimo de municípios candidatos, considerando que uma vez implantado um polo na sede de um município, este polo pode atender a todos os municípios próximos, ou seja, municípios cuja sede estejam a menos de 100 km da sede deste primeiro via estrada. Como se poderia identificar um conjunto de municípios candidatos? Apresente um modelo de Grafos G(V,A) que represente este problema e discorra sobre como se pode obter solução para este problema tendo como base este modelo.

2) (2,0) Responda os itens seguintes. Justifique suas respostas:
   a) o grafo ao lado é um grafo planar?
   b) qual é o número cromático de um grafo completo de ordem n?
   c) qual é o número cromático de uma árvore de ordem n?
   d) se um grafo G(V,A) é bipartido, o que se pode afirmar sobre o seu número cromático?
   e) O grafo ao lado admite uma 3-coloracao?



3) (2,0) Sobre a questão de encontrar a sequência mais longa de pré-requisitos dentre as disciplinas do currículo de seu curso, em sala foi discutido um modelo de grafos cuja solução podia ser obtida utilizando o conceito de Caminho Crítico. Buscando um alternativa a esta solução, apresente um modelo de grafos G(V,A) que defina o currículo, disciplinas e pré-requisitos, de seu curso e descreva em linhas gerais uma segunda forma de entrar esta seqüência mais longa.

4) (2,0) Seja G um grafo não orientado sem laços e sem arestas múltiplas. Considere o algoritmo de busca em profundidade ao lado que supostamente verifica se há ciclos em G. Seja v um vértice qualquer de G. Considerando que façamos uma invocação:

   G.haCiclo(v,v,Conjunto.vazio())

   a) em quais casos ele produz resultado incorreto?
   b) o que você proporia para sempre obtermos resultado correto?

```
G.háCiclo(v, vAnterior, jáVisitados) => Boolean
  // v = vértice atualment em foco
  // vAnterior = vértice em foco no passo anterior
 // jáVisitados = coleção contendo os vértices já visitados
   Se v ∈ jáVisitados Então
     retorna verdade
   Fim Se
   jáVisitados.adiciona(v)
   Para cada vAdj adjacente a v  faça
     Se vAdj ~= vAnterior Então
       Se háCiclo(vAdj,v,jáVisitados) Então
         retorna verdade
       Fim Se
     Fim Se
   Fim
   jáVisitados.remova(v)
   retorna falso
```

5) (2,0) A empresa Internet Floripa S.A. possui um conjunto de centrais distribuídas pela Ilha de Santa Catarina. De cada central partem conexões capilares para um grande número de residências (seus usuários). Como forma de melhorar a qualidade do serviço aos seus usuários, esta empresa resolveu refazer as conexões entre as centrais, substituindo os atuais cabos por fibra ótica de forma a propiciar conexões de altíssimas velocidades entre as centrais. O responsável técnico construiu um grafo G(V,A) com as possibilidades de conexão entre as centrais, dado por: V={v| v é uma central}; A={(x, y, c) | o custo para conectar as centrais x e y é de c unidades monetárias}. Numa primeira etapa esta empresa pretende apenas garantir a conexão mínima entre as centrais, com o menor custo possível. Como se poderia determinar quais conexões deveriam ser implantadas de imediato? Indique qual opção abaixo lhe parece mais promissora, mas comente porque as outras não lhe parecem indicadas.
   a) Procurar a SCIE Minimal de menor cardinalidade e conectar estes vértices aos seus adjacentes considerando as arestas de menor custo;
   b) Obter o ciclo hamiltoniano de custo mínimo;
   c) Escolher um vértice qualquer e computar os caminhos de custo mínimo deste vértice para os demais vértices do grafo;
   d) Obter uma árvore T’(V, A’), A’⊆A cuja somatória dos custos das arestas seja mínimo;
   e) Calcular o fluxo máximo entre as centrais, e selecionar as caminhos que contenham arestas saturadas;