

# INE5416

## Paradigmas de Programação

Ricardo Azambuja Silveira  
INE-CTC-UFSC  
E-Mail: [silveira@inf.ufsc.br](mailto:silveira@inf.ufsc.br)  
URL: [www.inf.ufsc.br/~silveira](http://www.inf.ufsc.br/~silveira)

---

---

# Estrutura de dados

- Listas
  - Pilhas
  - Conjuntos
  - Árvores
  - Grafos
- 
-

# Classificação em listas

- Algoritmo bubblesort
  - Encontre dois elementos adjacentes, X e Y, nesta ordem em Lista, tais que  $X @> Y$ . Troque as posições de X e Y, obtendo Lista1 e, depois, classifique Lista1;
  - Se não houver nenhum par de elementos adjacentes, X e Y, nesta ordem em Lista, então esta já está classificada.
- Neste algoritmo tanto o melhor caso, como o pior caso tem ordem " $n^2$ " porque os ciclos são sempre realizados até ao fim, mesmo quando os elementos já estão ordenados.

# Classificação em listas

- Bubblesort

bubblesort(Lista, Saída) :-

troca(Lista, Lista1), !, bubblesort(Lista1, Saída).

bubblesort(Saída, Saída).

troca([X, Y | Resto], [Y, X | Resto]) :-

X@>Y.

troca([Z | Resto], [Z | Resto1]) :-

troca(Resto, Resto1).



# Classificação em listas

- Algoritmo insertsort
  - Para classificar uma lista não vazia,  $L = [X \mid R]$ :
    - Classifique o corpo  $R$  da lista  $L$ ;
    - Insira a cabeça,  $X$ , de  $L$  no corpo classificado em uma posição tal que a lista resultante esteja classificada.



# Classificação em listas

- Algoritmo insertsort

insertsort([], []).

insertsort([X | Resto], Saída) :-

insertsort(Resto, Resto1), insere(X, Resto1, Saída).

insere(X, [Y | Saída], [Y | Saída1]) :-

X@>Y, !, insere(X, Saída, Saída1).

insere(X, Saída, [X | Saída]).

---

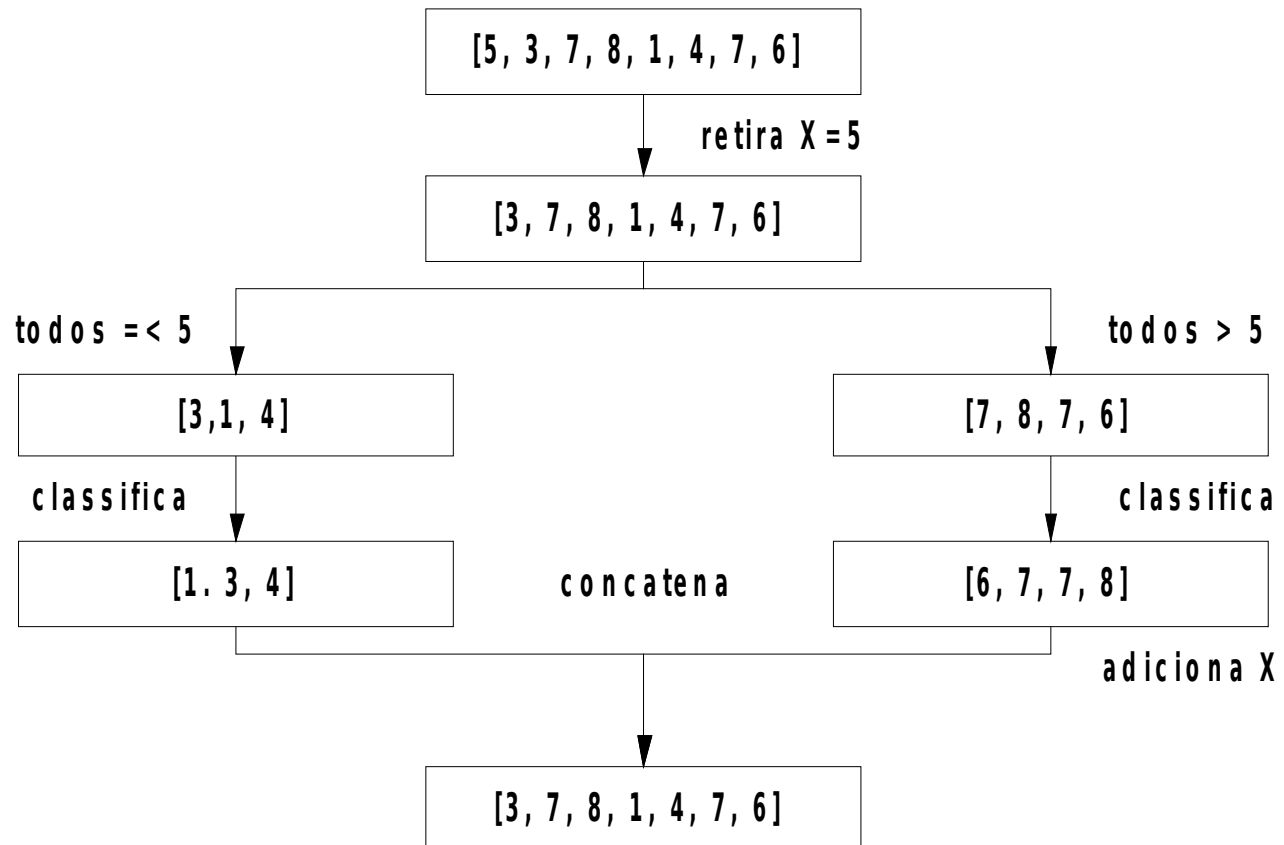
---

# Classificação em listas

- Algoritmo Quicksort
    - Para classificar uma lista não vazia  $L$ :
      - Separe algum elemento  $X$  de  $L$  e divida o restante em duas listas, denominadas Menor e Maior, da seguinte maneira: Todos os elementos de  $L$  que são maiores do que  $X$  pertencem a Maior e os restantes pertencem a Menor;
      - Classifique Menor, obtendo Menor1;
      - Classifique Maior, obtendo Maior1;
      - A lista completa é a concatenação de Menor1 com  $[X \mid \text{Maior1}]$ .
- 
-

# Classificação em listas

- Algoritmo Quicksort





# Classificação em listas

- Algoritmo Quicksort

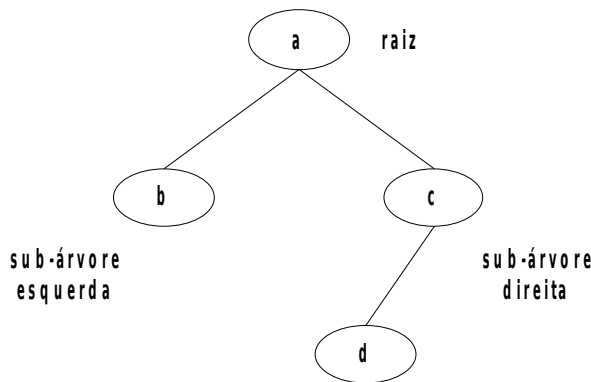
quicksort([X | R], Saída) :-  
  divide(X, R, Maior, Menor),  
  quicksort(Menor, Menor1),  
  quicksort(Maior, Maior1),  
  conc(Menor1, [X | Maior1], Saída).

divide(X, [], [], []).  
divide(X, [Y | R], [Y | Menor], Maior) :-  
  X@> Y, !, divide(X, R, Menor, Maior).  
divide(X, [Y | R], Menor, [Y | Maior]) :-  
  divide(X, R, Menor, Maior).

conc([], L, L).  
conc([X | L1], L2, [X | L3]) :-  
  conc(L1, L2, L3).

# Conjuntos

- Representação através de árvores binárias
  - Uma árvore binária, ou é vazia, ou é constituída por três argumentos:
    - uma raiz,
    - uma sub-árvore esquerda, e
    - uma sub-árvore direita.
  - árvore mostrada



into {a, b, c, d}

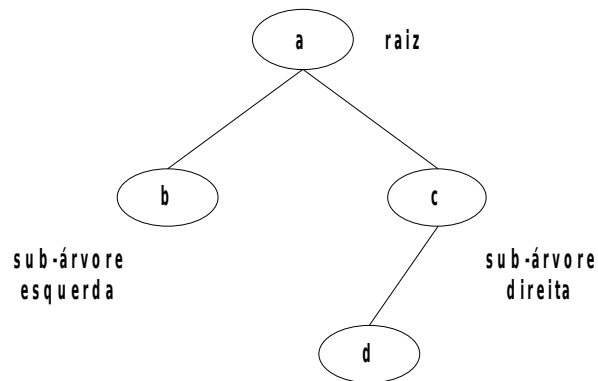
# Árvores binárias

- Representação em prolog
    - Uma forma é tornar a raiz da árvore o functor principal do termo e as sub-árvores os seus argumentos:  $a(b, c(d))$ .
    - Outra alternativa é usar um símbolo para representar a árvore vazia e um functor para as árvores com três componentes (a raiz e as duas sub-árvores).
- 
-

# Árvores binárias

- Representação em prolog
  - A árvore vazia será representada pelo átomo "nil",
  - usa-se functor t, de forma que a árvore que possui uma raiz R, uma sub-árvore esquerda E e uma sub-árvore direita D:  $t(E, R, D)$
  - Nessa representação a árvore do exemplo fica:

$t(t(\text{nil}, b, \text{nil}), a, t(\text{nil}, c, \text{nil}))$



# Árvores binárias

- Relação de pertinência
  - X pertence a uma árvore T se:
    - A raiz de T é X
    - X está na sub-árvore esquerda
    - X está na sub-árvore direita

$\text{pertence}(X, t(\_, X, \_)) \text{ :- !.}$

$\text{pertence}(X, t(E, \_, \_)) \text{ :-}$

$\text{pertence}(X, E).$

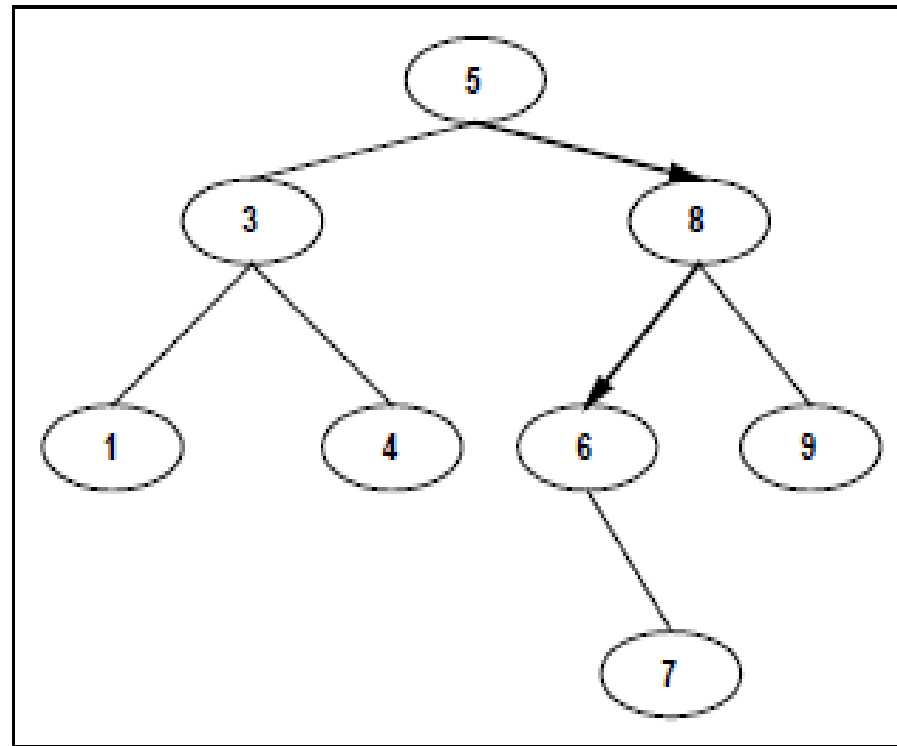
$\text{pertence}(X, t(\_, \_, D)) \text{ :-}$

$\text{pertence}(X, D).$

# Árvores ordenadas

- uma árvore não-vazia  $t(E, R, D)$  está ordenada da esquerda para a direita se:
    - Todos os nodos na sub-árvore E são menores do que X
    - Todos os nodos na sub-árvore D são maiores do que X
    - Ambas as sub-árvores estão também ordenadas.
  - Tal árvore binária é denominada um "dicionário binário".
- 
-

# Árvores ordenadas



# Dicionário binário

- Para encontrar um item  $X$  em um dicionário binário  $D$ :

Se  $X$  é a raiz de  $D$ , então  $X$  já foi encontrado, senão

Se  $X$  é menor do que a raiz de  $D$ , então  $X$  deve ser procurado na sub-árvore esquerda de  $D$ , senão

Procurar  $X$  na sub-árvore direita de  $D$ , e

Se  $D$  estiver vazio a pesquisa falha.

$\text{pertence}(X, t(\_, X, \_))$ .

$\text{pertence}(X, t(E, R, \_))$  :-

$R @ > X, \text{pertence}(X, E)$ .

$\text{pertence}(X, t(\_, R, D))$  :-

$X @ > R, \text{pertence}(X, D)$ .



# Dicionário binário

- O procedimento `pertence/2` pode também ser empregado para construir um dicionário binário
- a consulta abaixo irá construir um dicionário binário  $D$  que contém os elementos 5, 3 e 8:

?-`pertence(5, D)`, `pertence(3, D)`, `pertence(8, D)`.

$D = t(t(D1, 3, D2), 5, t(D3, 8, D4))$

- As variáveis  $D1$ ,  $D2$ ,  $D3$  e  $D4$  são sub-árvores não especificadas, que podem conter qualquer coisa. O dicionário que será construído irá depender da ordem dos objetivos na consulta.

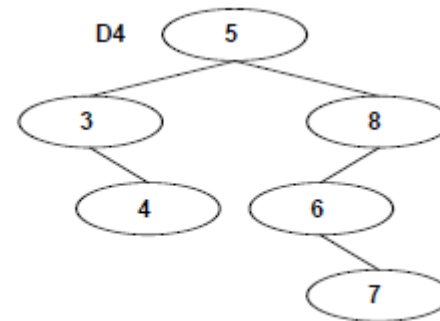
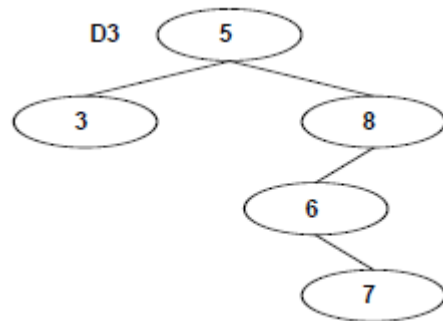
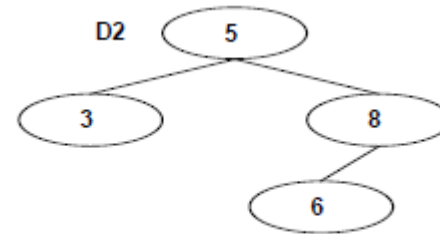
# Dicionário binário

- Inserção
    - O resultado da inserção de  $X$  a uma árvore vazia é a árvore  $t(\text{nil}, X, \text{nil})$ ;
    - Se  $X$  é a raiz de  $D$ ,  $D1=D$  (itens duplicados não são inseridos);
    - Se a raiz de  $D$  é maior do que  $X$ , então  $X$  deve ser inserido na sub-árvore esquerda de  $D$ . Caso contrário  $X$  deve ser inserido na sub-árvore direita de  $D$ .
- 
-

# Dicionário binário

- as árvores correspondem a seguinte sequência de inserções:

- insFolha(D1, 6, D2),
- insFolha(D2, 7, D3),
- insFolha(D3, 4, D4)



# Dicionário binário

- Inserindo folhas em prolog

$\text{insFolha}(\text{nil}, X, \text{t}(\text{nil}, X, \text{nil}))$ .

$\text{insFolha}(\text{t}(E, X, D), X, \text{t}(E, X, D))$ .

$\text{insFolha}(\text{t}(E, R, D), X, \text{t}(E1, R, D)) :-$

$R@> X, \text{insFolha}(E, X, E1)$ .

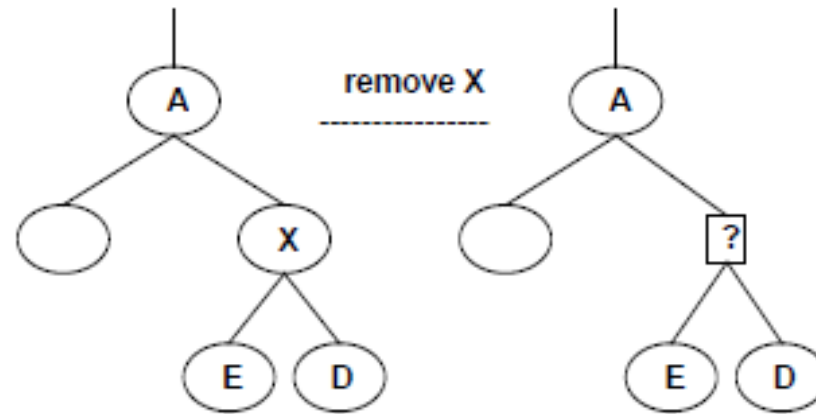
$\text{insFolha}(\text{t}(E, R, D), X, \text{t}(E, R, D1)) :-$

$X@>R, \text{insFolha}(D, X, D1)$ .



# Dicionário binário

- Removendo nodos



# Dicionário binário

- Se uma das duas sub-árvores, E ou D, estiver vazia, a sub-árvore não-vazia é conectada a A.
  - Se ambas forem não-vazias o nodo mais à esquerda de D ocupa a lacuna
  - A transferência do nodo mais à esquerda da sub-árvore direita é realizada pela relação  $\text{trans}(T, Y, T1)$  onde Y é o nodo mais à esquerda de T e T1 é T após remover Y.
- 
-

# Dicionário binário

$\text{remove}(t(\text{nil}, X, D), X, D).$   
 $\text{remove}(t(E, X, \text{nil}), X, E).$   
 $\text{remove}(t(E, X, D), X, t(E, Y, D1)) :-$   
   $\text{trans}(D, Y, D1).$   
 $\text{remove}(t(E, R, D), X, t(E1, R, D)) :-$   
   $R@> X, \text{remove}(E, X, E1).$   
 $\text{remove}(t(E, R, D), X, t(E, R, D1)) :-$   
   $X@> R, \text{remove}(D, X, D1).$

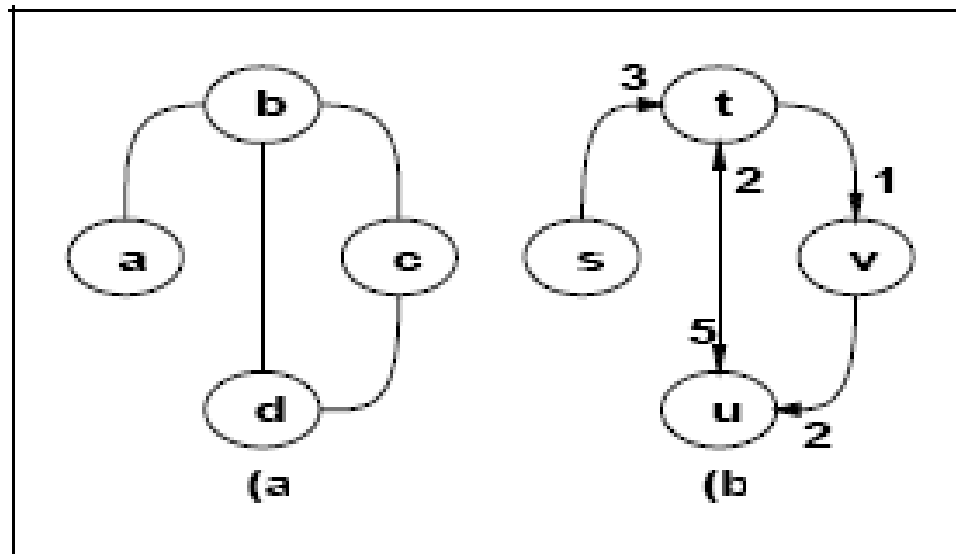
$\text{trans}(t(\text{nil}, Y, D), Y, D).$   
 $\text{trans}(t(E, R, D), Y, t(E1, R, D)) :-$   
   $\text{trans}(E, Y, E1).$

---

---

# Representação de Grafos

- Um grafo um conjunto de nodos arestas, onde cada aresta interliga um par de nodos.
- Quando as arestas são direcionadas, são denominadas arcos, formando grafos direcionados.
- Aos arcos podem ser associados custos, nomes etc.





# Representação de Grafos

- Os grafos podem ser representados em Prolog de diversas maneiras.
  - Um método é representar cada aresta ou arco separadamente, por meio de uma cláusula.

conecta(a, b).

conecta(b, c).

conecta(c, d).

conecta(d, b).

arco(s, t, 3).

arco(t, u, 5).

arco(t, v, 1).

arco(v, u, 2).

arco(u, t, 2).

# Representação de Grafos



# Representação de Grafos

- Outro método é representar o grafo completo como um único objeto representado por um par de conjuntos: nodos e arcos

$G1 = \text{grafo}([a,b,c,d],[\text{ar}(a,b),\text{ar}(b,c),\text{ar}(b,d),\text{ar}(c,d)])$

$G2 = \text{grd}([s,t,u,v],[a(s,t,3),a(t,v,1),a(t,u,5),a(u,t,2), a(v,u,2)])$

- Outro método é associar a cada nodo a lista de todos os nodos adjacentes, usando um operador infix

$G1 = [a \text{ ® } [b], b \text{ ® } [a, c, d], c \text{ ® } [b, d], d \text{ ® } [b, c]]$

$G2 = [s \text{ ® } [t/3], t \text{ ® } [u/5, v/1], u \text{ ® } [t/2], v \text{ ® } [u/2]]$



# Caminhamento em grafos

- Dado o grafo  $G$ , os nodos  $A$  e  $Z$ , o caminho  $C$  é dado por:

$\text{caminho}(A, Z, G, C) :-$

$\text{caminho1}(A, [Z], G, C).$

$\text{caminho1}(A, [A | C1], \_, [A | C1]).$

$\text{caminho1}(A, [Y | C1], G, C) :-$

$\text{adjacente}(X, Y, G),$

$\text{not membro}(X, C1),$

$\text{caminho1}(A, [X, Y | C1], G, C).$

$\text{adjacente}(X, Y, \text{grafo}(\text{Nodos}, \text{Arestas})) :-$

$\text{membro}(\text{ar}(X, Y), \text{Arestas});$

$\text{membro}(\text{ar}(Y, X), \text{Arestas}).$

# Caminho Hamiltoniano

- Percorre todos os nodos do grafo

hamiltoniano(Grafo, Caminho) :-

  caminho( \_, \_, Grafo, Caminho),

  cobre(Caminho, Grafo).

cobre(Caminho, Grafo) :-

  not(nodo(N, Grafo), not membro(N, Caminho)).



# Custo do caminho

caminho(A, Z, G, C, Custo) :-

    caminho1(A, [Z], 0, G, C, Custo).

    caminho1(A, [A | C1], Custo1, G, [A | C1], Custo1).

    caminho1(A, [Y | C1], Custo1, G, C, Custo) :-

        adjacente(X, Y, CustoXY, G),

        not membro(X, C1),

        Custo2 is Custo1+CustoXY,

        caminho1(A, [X, Y | C1], Custo2, G, C, Custo).



# Cronograma

DATA	ASSUNTO
30/10	Estruturas de dados
06/11	Estruturas de dados Enunciado do trabalho final (SECCOM)
13/11	TRABALHO
20/11	TRABALHO
27/11	PROVA
04/12	Prova de recuperação
11/12	