



Computação Gráfica:

# Aula 4: Clipping (Recorte)

Métodos, Técnicas e Algoritmos para Cálculo de  
Visualização em 2D

Prof. Dr. rer.nat. Aldo von Wangenheim



## Capítulo 4: Objetivos

### Aprenderemos:

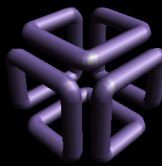
- Windows genéricos em 2D
- View Up Vector
- Sistema de Coordenadas Normalizado ou de Window
- Métodos de Clipping



Computação Gráfica:

# 4.1. Sistema de Coordenadas Normalizado





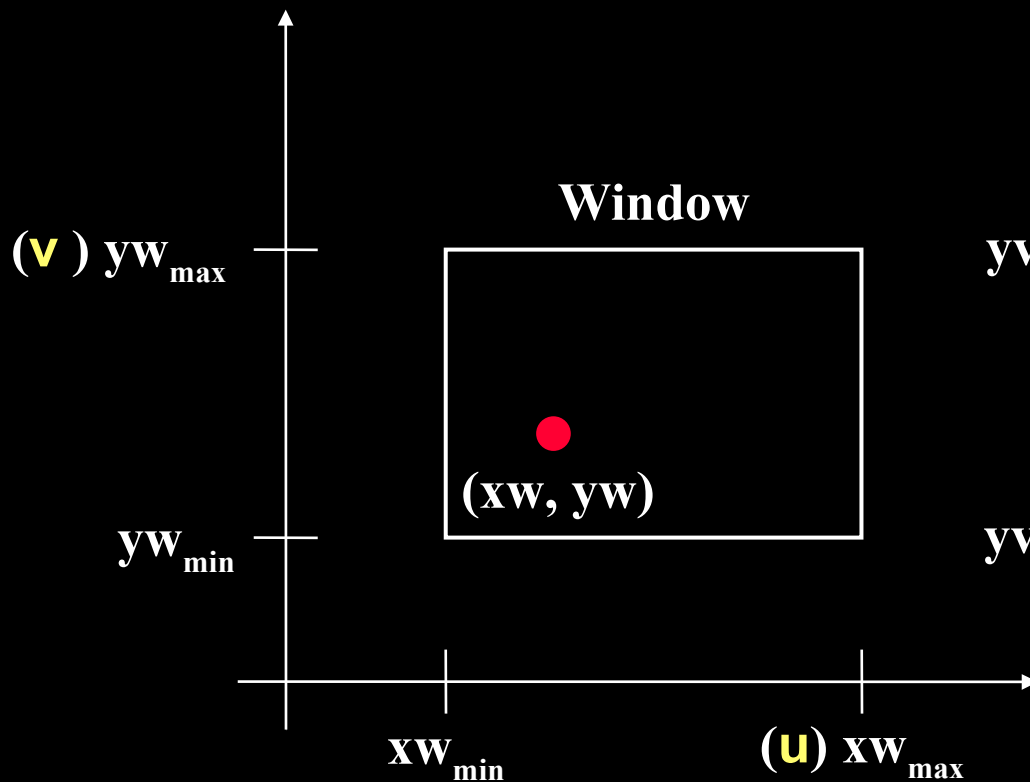
## As entidades de Visualização (recapitulando):

- **Window** (estr.dados - janela)
  - Uma área de world-coordinates (coordenadas do mundo) selecionada para ser mostrada.
- **Viewport** (estr.dados - área de desenho da tela)
  - Uma área em um dispositivo de display para a qual o conteúdo de uma window é mapeado.
- **Transformação de visualização** (transformação - viewing transform)
  - O mapeamento de uma parte de uma cena em coordenadas do mundo para coordenadas de dispositivo.

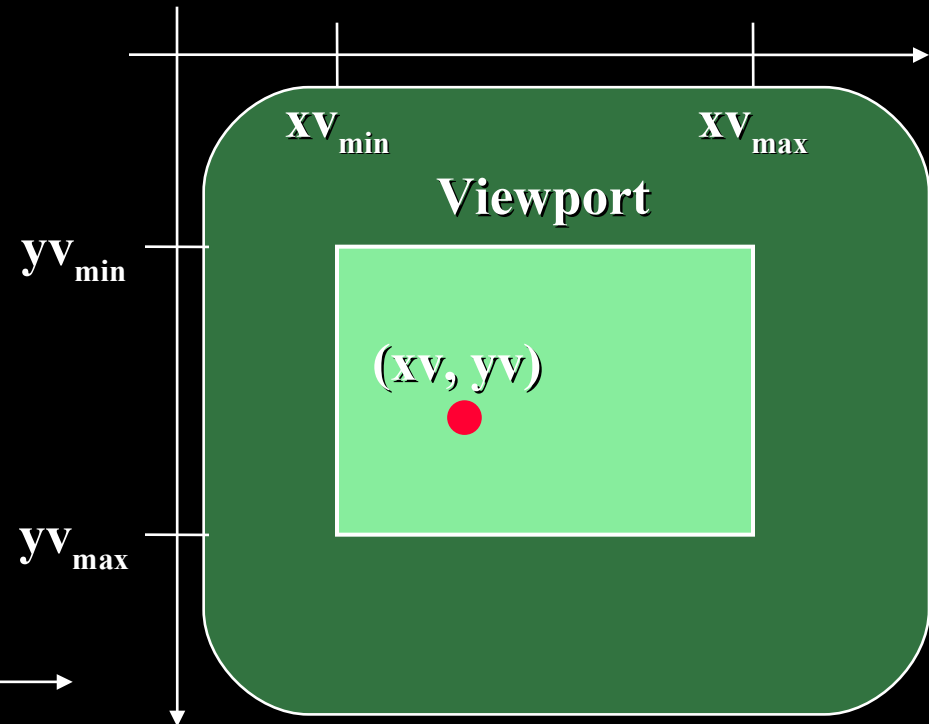


# Transformada Window-to-Viewport

Coordenadas do Mundo



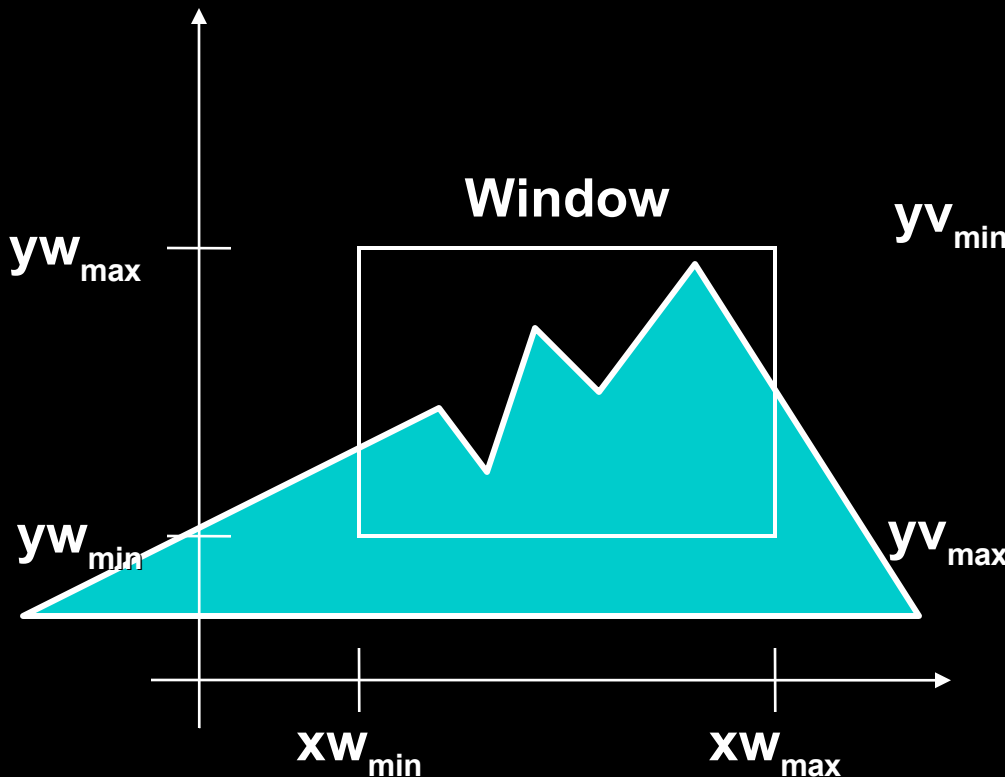
Coordenadas do Dispositivo



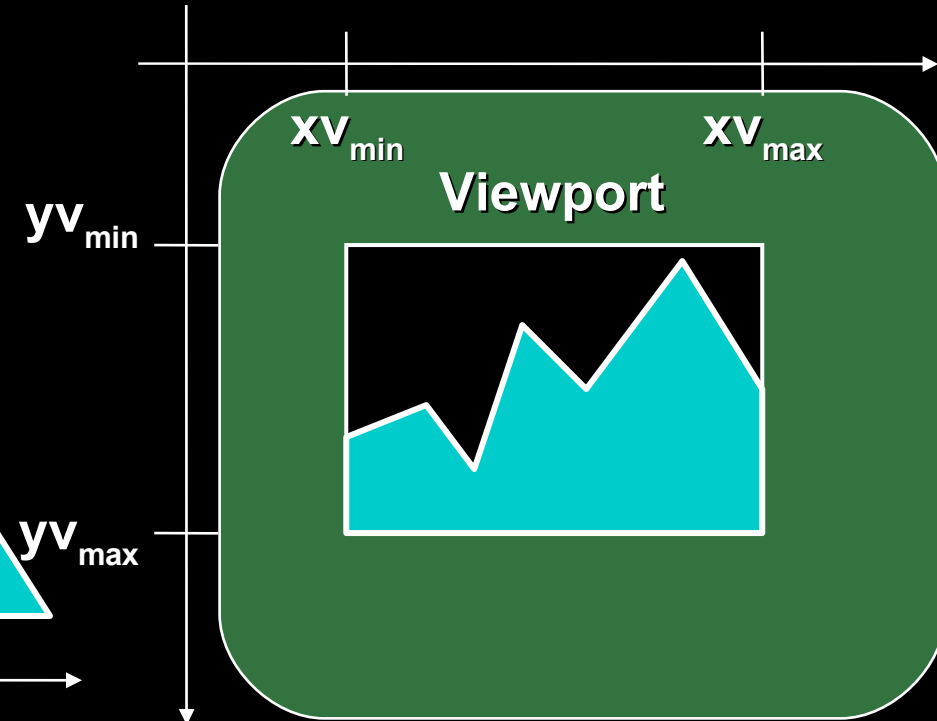


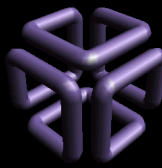
# Visualização de Mundos Complexos em duas dimensões

## Coordenadas do Mundo



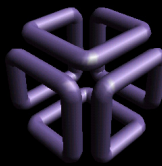
## Coordenadas do Dispositivo





## Desvantagens do mapeamento direto window->viewport

- Navegação limitada.
- Eixos de coordenadas de window e de viewport são sempre paralelos
  - Transformada de viewport é apenas uma transformação de escala
  - Operações como rotação da window são impossíveis.



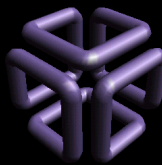
**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

**Aula 4: Clipping # 8**

- Efeito de  
• Movimento através
- Importância  
• Window quadrado







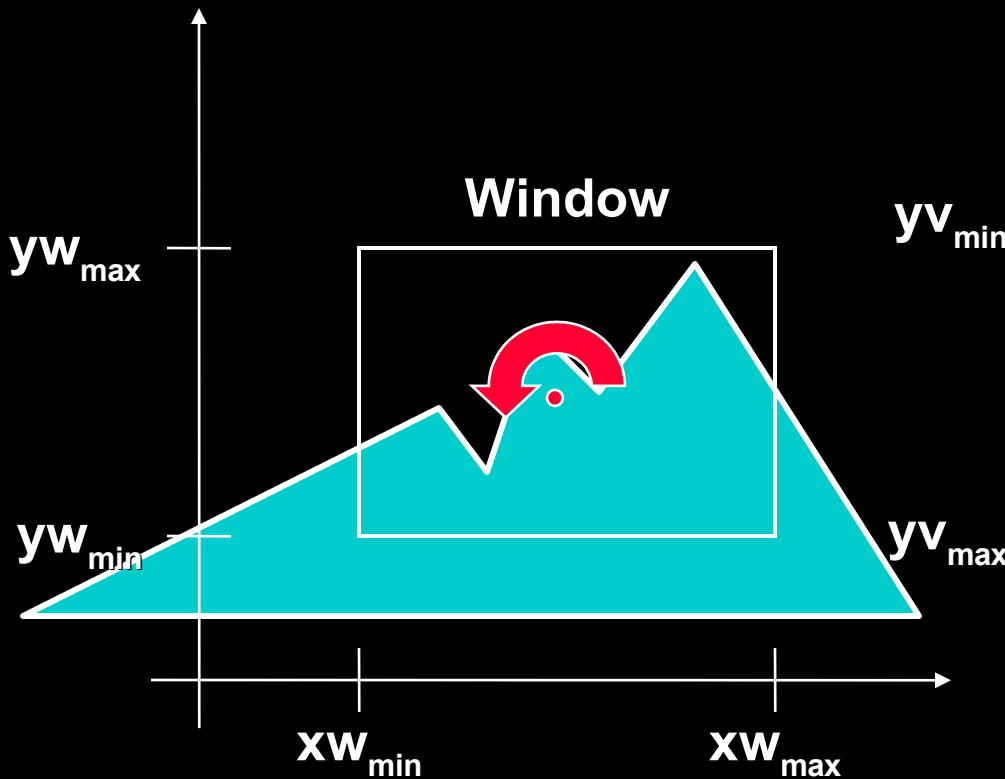
## As entidades de Visualização (extendendo o conceito de Window):

- Window: Para permitir todos os graus de liberdade na navegação no mundo, uma window deveria ser um retângulo com qualquer orientação
  - Até agora vimos apenas windows paralelas ao sistema de coordenadas do mundo.
  - Para estendermos uma window de forma a podermos realizar o efeito de panning, mesmo em 2D, temos de definir um **terceiro sistema de coordenadas intermediário**, entre o sistema de coordenadas do mundo e o sistema de coordenadas do vídeo.
  - Este sistema de coordenadas é chamado de **sistema de coordenadas normalizado** ou sistema de coordenadas de plano de projeção.

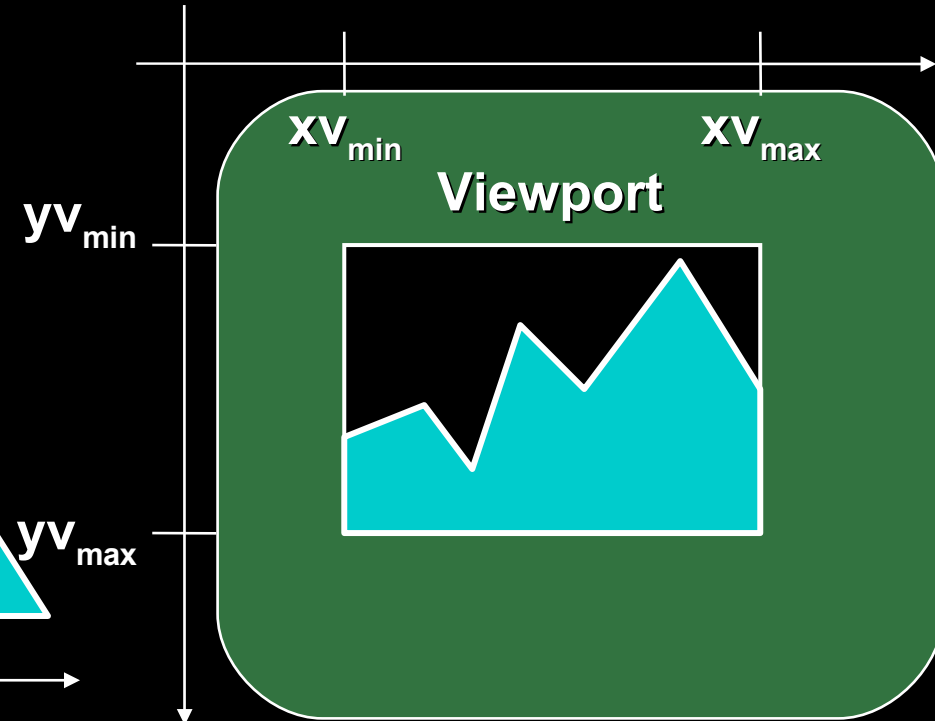


# Visualização de Mundos Complexos em duas dimensões

## Coordenadas do Mundo



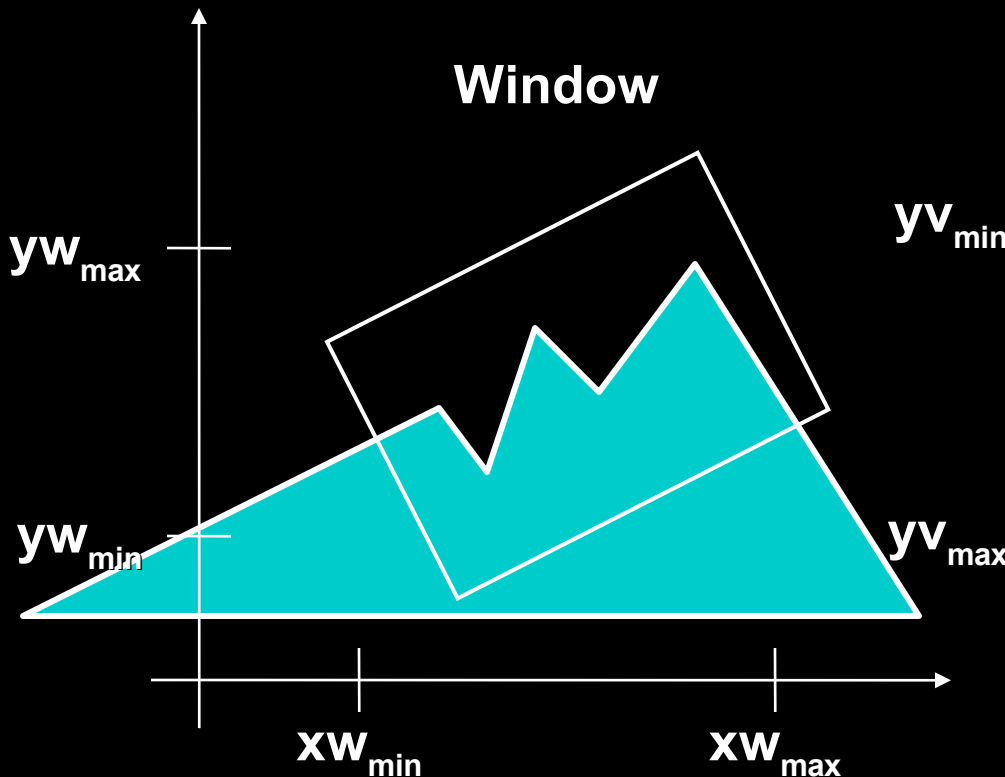
## Coordenadas do Dispositivo



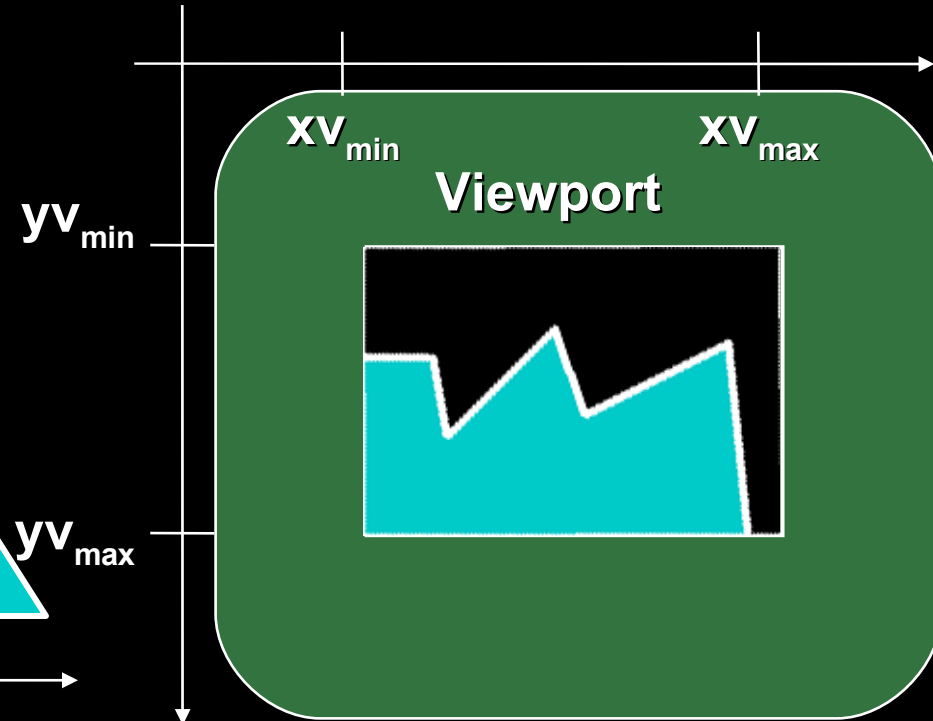


# Visualização de Mundos Complexos em duas dimensões

## Coordenadas do Mundo



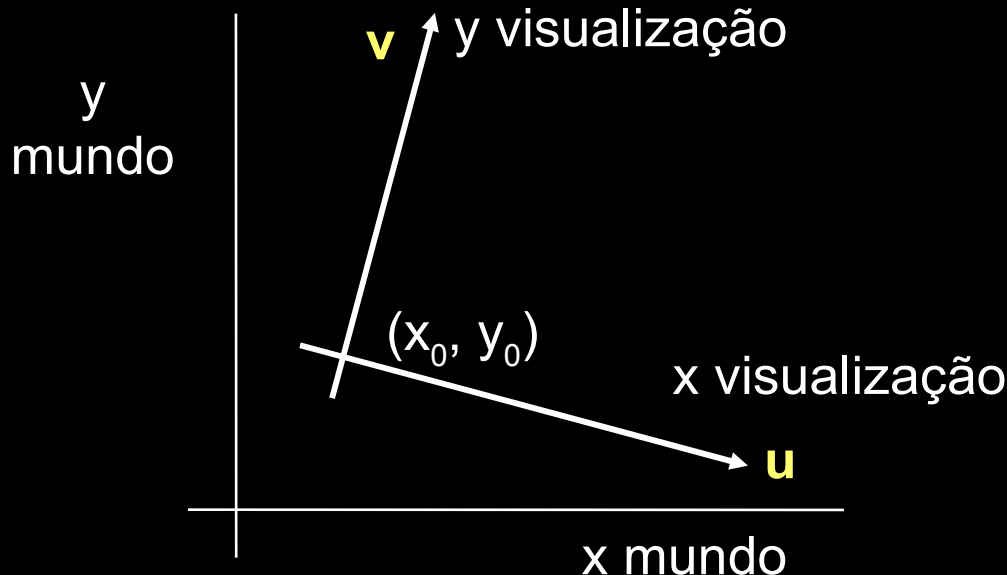
## Coordenadas do Dispositivo





## Visualizando o Sistema de Coordenadas Normalizado

- Esquema de referência para a especificação do window em relação às coordenadas do mundo:
  - Origem das coordenadas de visualização:  $P_0 = (x_0, y_0)$
  - *View up vector*  $V$ : Define a direção  $y_v$  de visualização



Origem:  $p_0 = (x_0, y_0)$

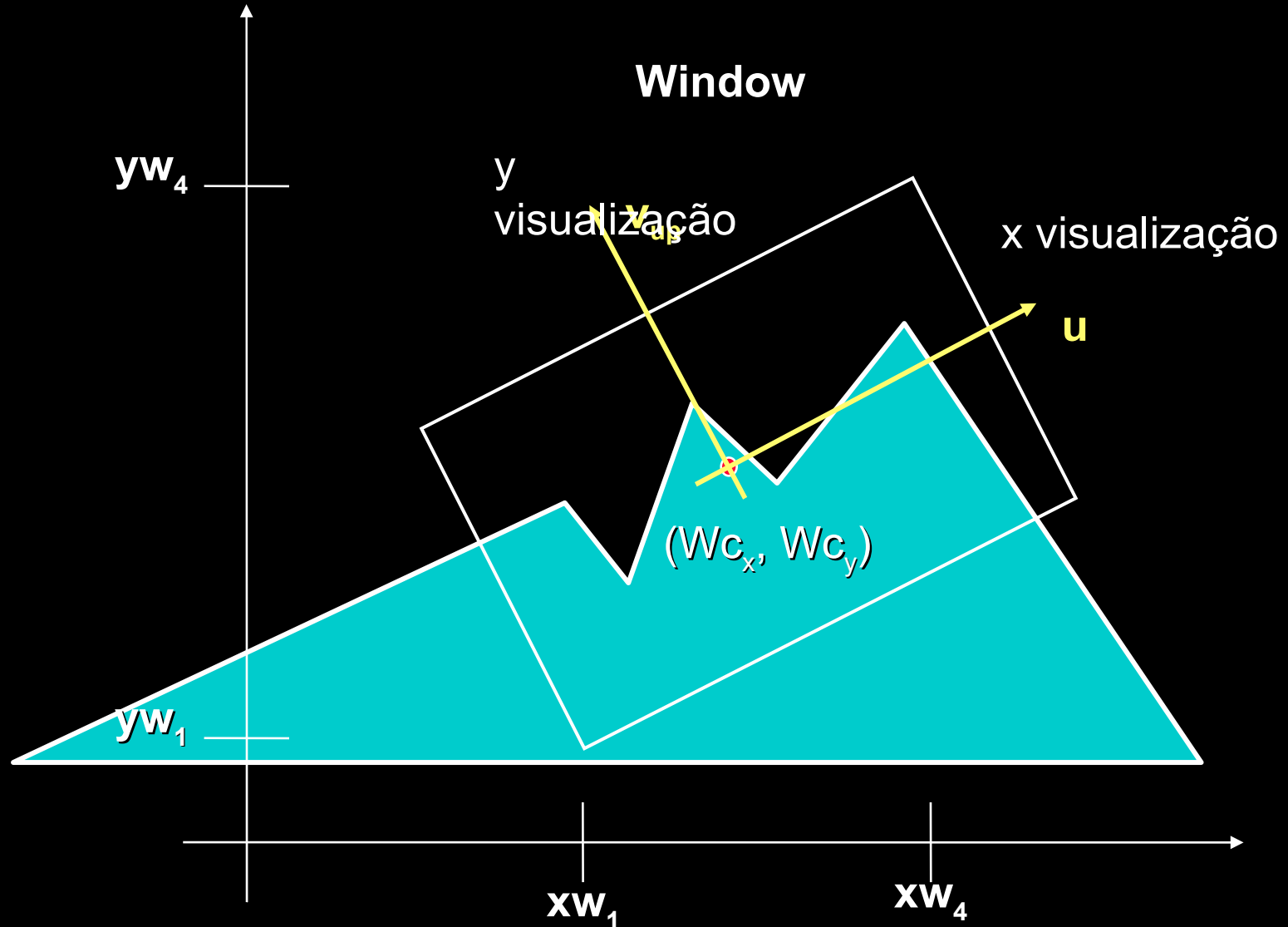
Eixo  $y_v$  :  $v = (v_x, v_y)$

Eixo  $x_v$  :  $u = (u_x, u_y)$



Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

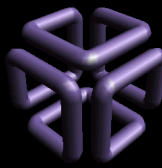
Aula 4: Clipping # 13





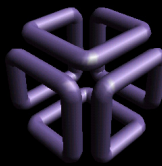
# Implicações do Sistema de Coordenadas Normalizado

- Cada objeto do mundo é representado em dois sistemas de coordenadas:
- **Coordenadas do Mundo**: suas coordenadas reais
  - Abreviamos por WC - World Coordinates
- **Coordenadas Normalizadas**: coordenadas do objeto expressas em termos de **u** e **v** e com origem em  $(Wc_x, Wc_y)$ 
  - Tradicionalmente normalizadas dentro da window



# Por que o nome Sistema de Coordenadas Normalizado ?

- Para tornar um sistema independente do tamanho da viewport e facilitar alguns algoritmos, usava-se normalizar as coordenadas dos objetos
  - Fixava-se os extremos da window em  $(-1,-1),(1,1)$
  - Ao se transformar de um sistema de coordenadas para o outro, normalizava-se os objetos
    - **Vantagem:** tudo que possuir uma coordenada fora do intervalo  $[-1,1]$  está fora da window.
    - **Desvantagem:** qualquer operação de navegação ou zoom implica em uma nova transformação de normalização de coordenadas.



## Alternativas ao Sistema de Coordenadas Normalizado

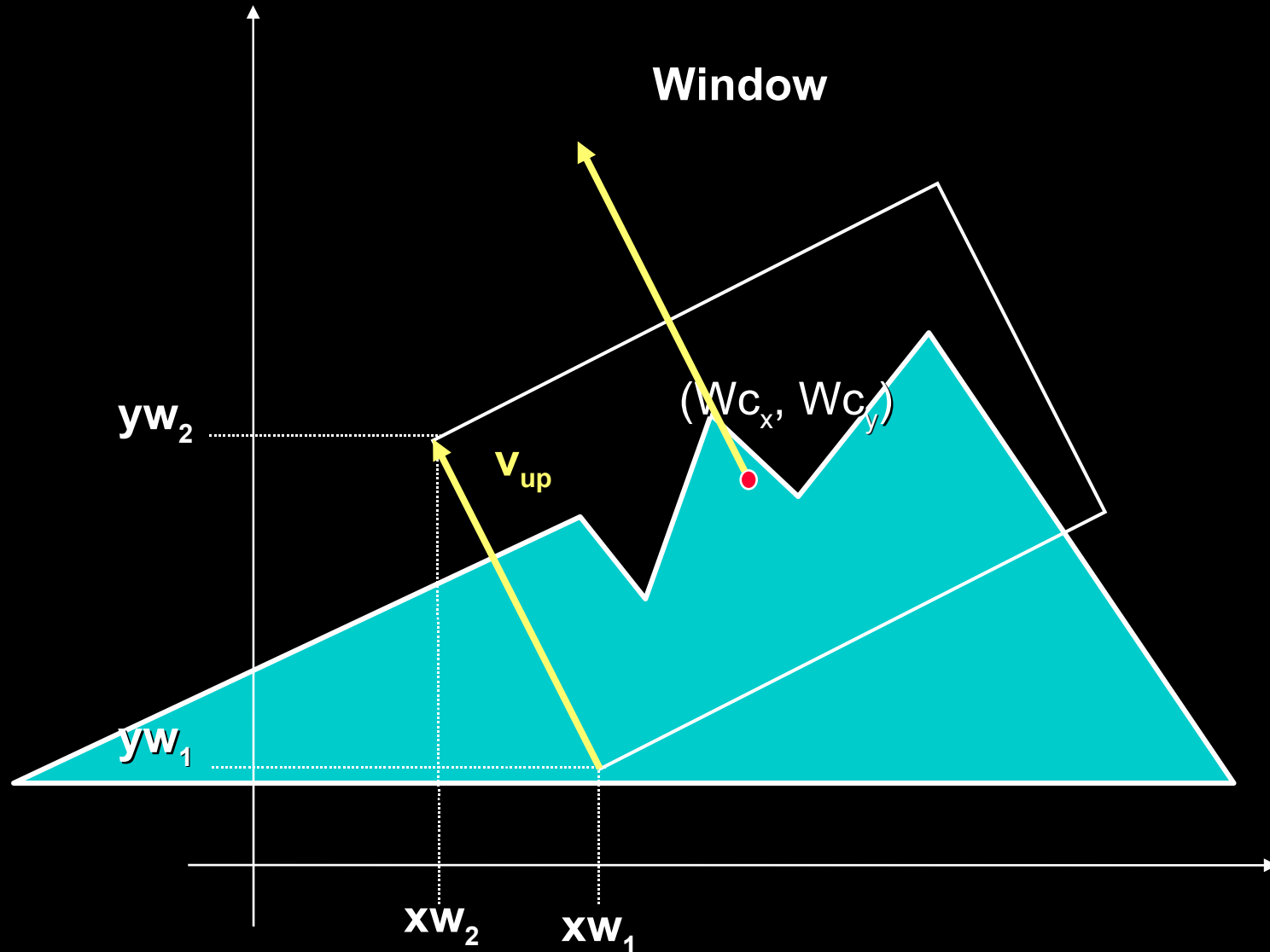
- Podemos continuar a representar a window em termos da unidade de medida das coordenadas do mundo: **sistema de coordenadas de plano de projeção - PPC**.
  - Mantemos a unidade de medida do mundo.
    - Muito menos divisões
  - Representamos  $\mathbf{v}_{up}$  por  $(xw_1, yw_1)(xw_2, yw_2)$  ao invés de  $(Wc_x, Wc_y)(v_{upx}, v_{upy})$





Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

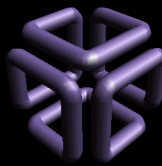
Aula 4: Clipping # 17





## Alternativas ao Sistema de Coordenadas Normalizado

- **PPC**: Transformamos o sistema de coordenadas para um sistema com origem em  $W_c$  e eixos paralelos aos limites da Window
  - Se  $\mathbf{v}_{up}$  for paralelo ao eixo Y, apenas transladamos  $W_c$  para a origem e aplicamos a transformada de viewport.
  - Se  $\mathbf{v}_{up}$  não for paralelo ao eixo Y, rotacionamos o mundo e a window em torno de  $(W_{c_x}, W_{c_y})$  por  $-\theta(Y, \mathbf{v}_{up})$ .

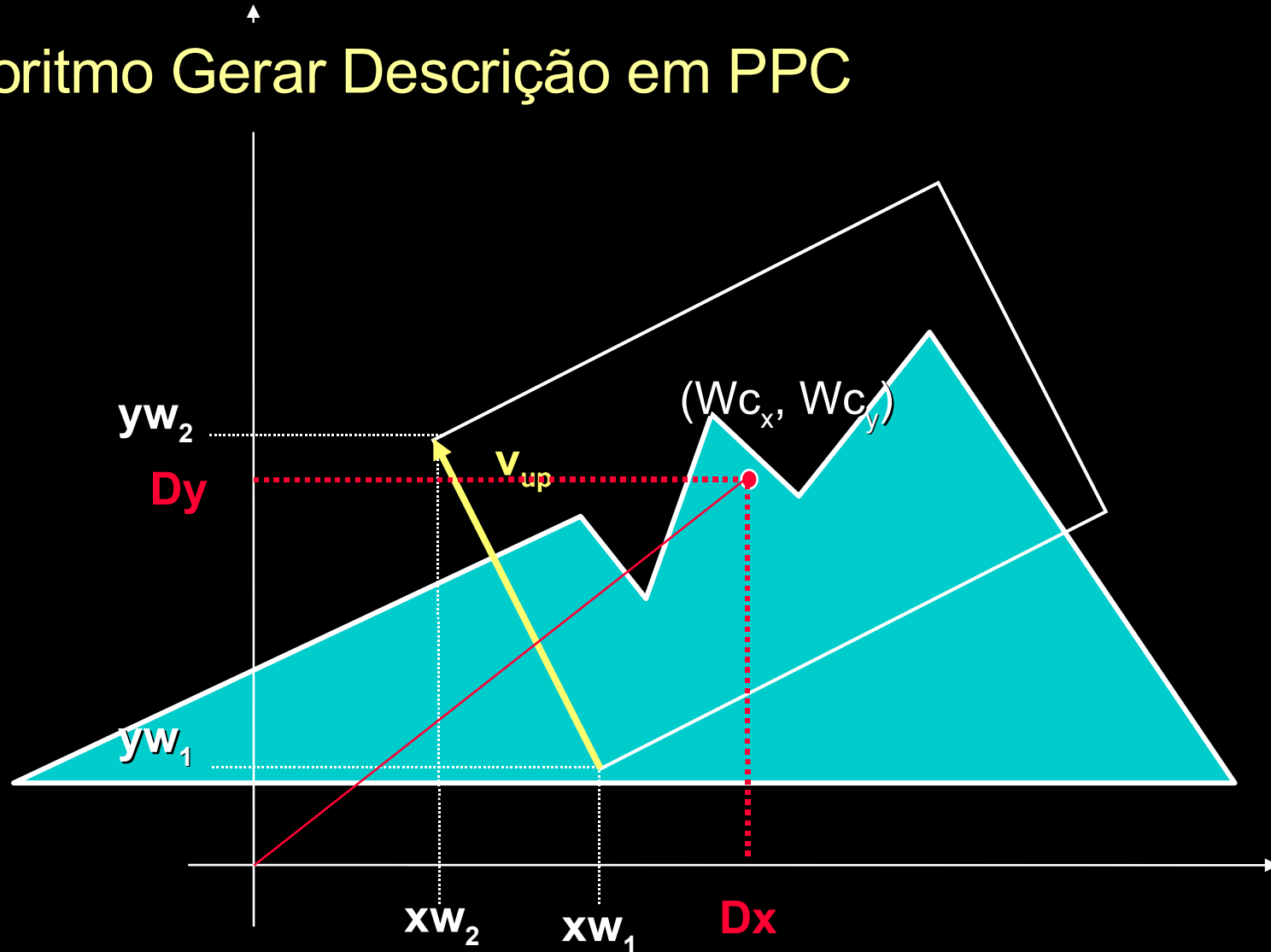


## Algoritmo Gerar Descrição em PPC

0. Crie ou mova a Window onde desejar.
1. Translade  **$Wc$**  para a origem
  - Transladar o mundo de  $[-Wc_x, -Wc_y]$
2. Determine  **$V_{up}$**  e o ângulo de  **$V_{up}$**  com Y
3. Rotacione o mundo de forma a alinhar  **$V_{up}$**  com o eixo Y
  - Rotacione o mundo por  $-\theta(Y, V_{up})$
4. Armazene as coordenadas CPP de cada objeto.
5. Armazene as coordenadas CPP da Window.
  - Você vai usar na transformada de Viewport.



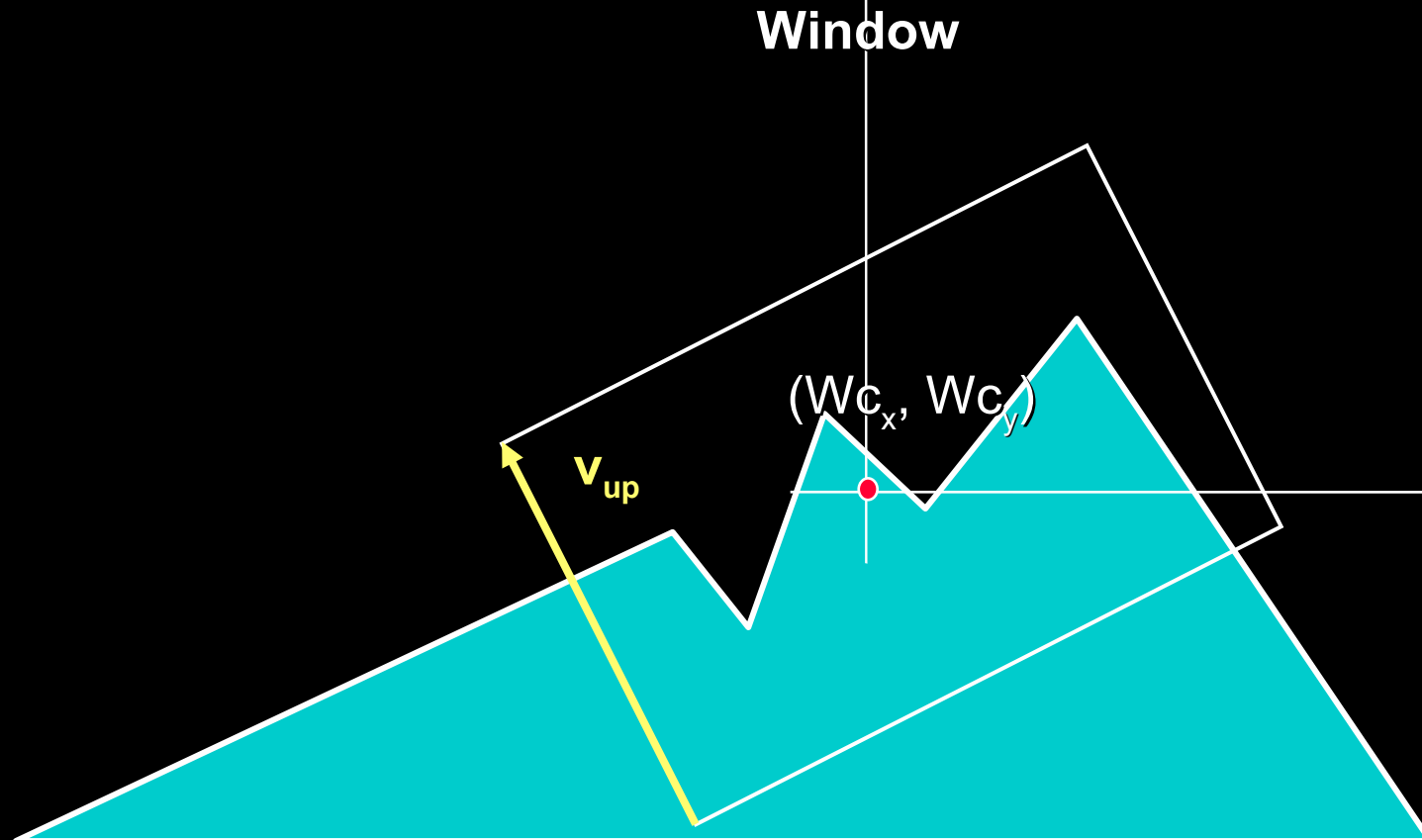
# Algoritmo Gerar Descrição em PPC

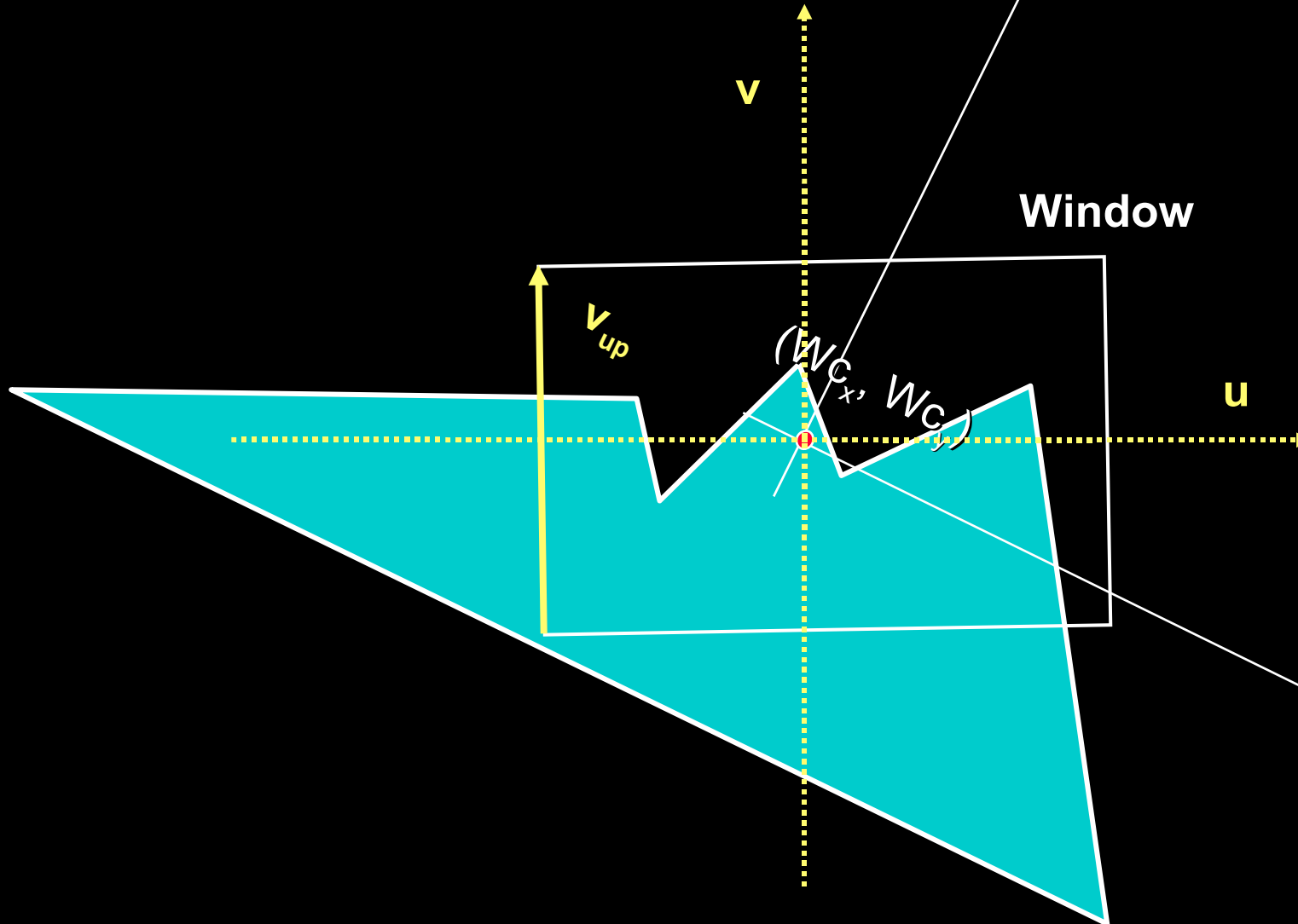
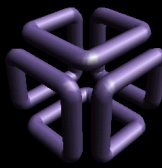


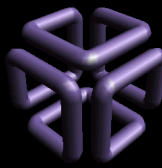


**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

**Aula 4: Clipping # 21**

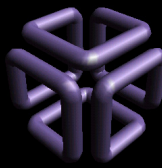






## Como representar e usar o PPC ?

- **Altere o display file.** Cada objeto gráfico de seu display file passará a possuir dois conjuntos de coordenadas:
  - as coordenadas do mundo - WC
  - as PPC
- Altere a definição da Window:
  - Será representada por dois conjuntos de coordenadas também: WC e PPC
- Utilize a representação em PPC dos objetos e da window para a transformada de Viewport.



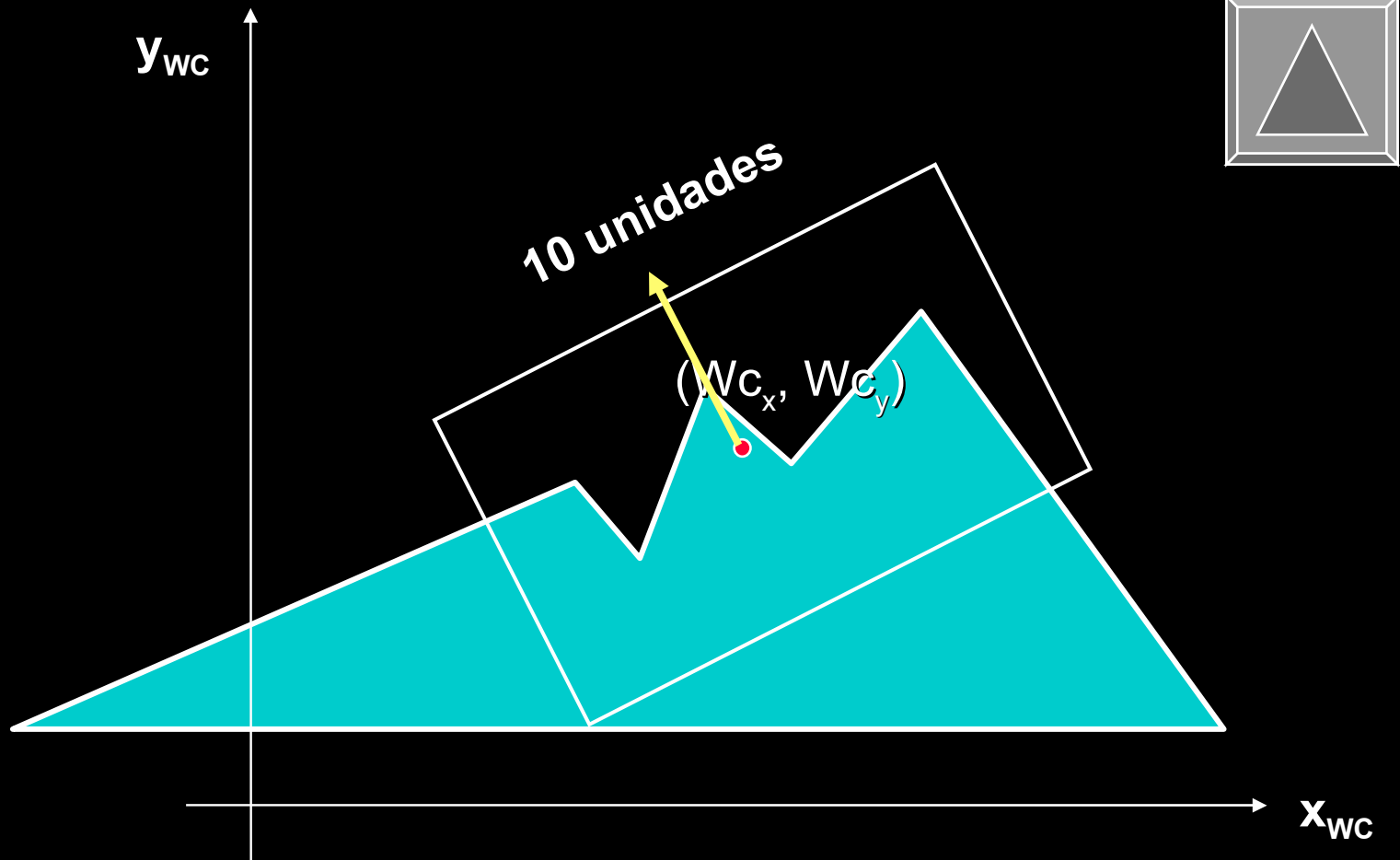
## Como eu navego no Mundo usando o PPC ?

- O referencial do usuário que está sentado ao computador é o **PPC**
  - Calcule o deslocamento da window no PPC
    - Ex.: “*seta para cima*” faz window mover 10 unidades na direção  $V_{up}$ .
- Mova a Window em termos de **WC**
  - Transforme movimento resultante para WC
  - Mude a posição ou orientação da window no WC
- A plique o algoritmo **Gerar Descrição em PPC**



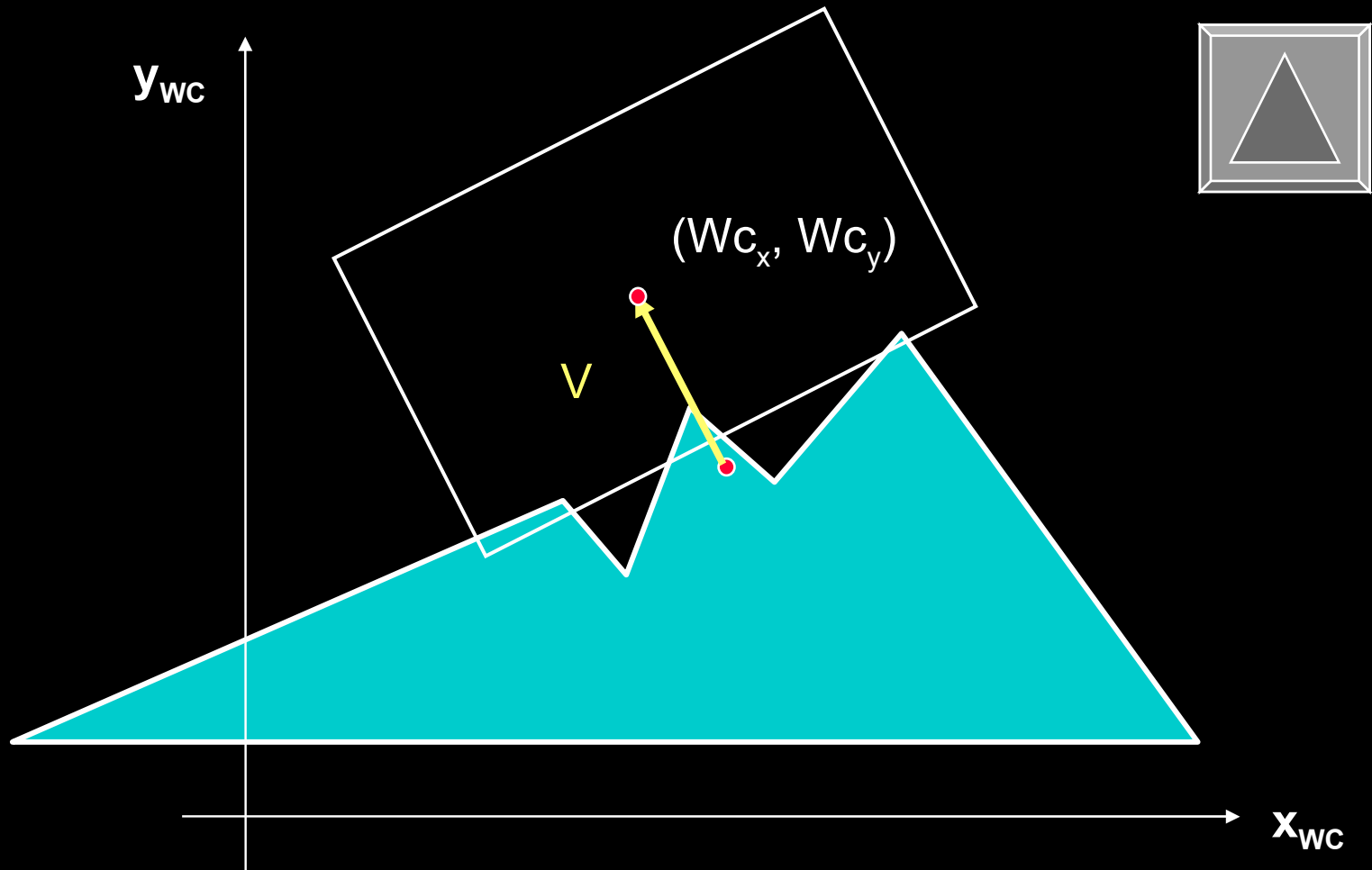


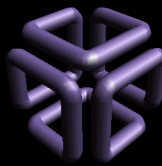
# Deslocamento Linear





# Deslocamento Linear



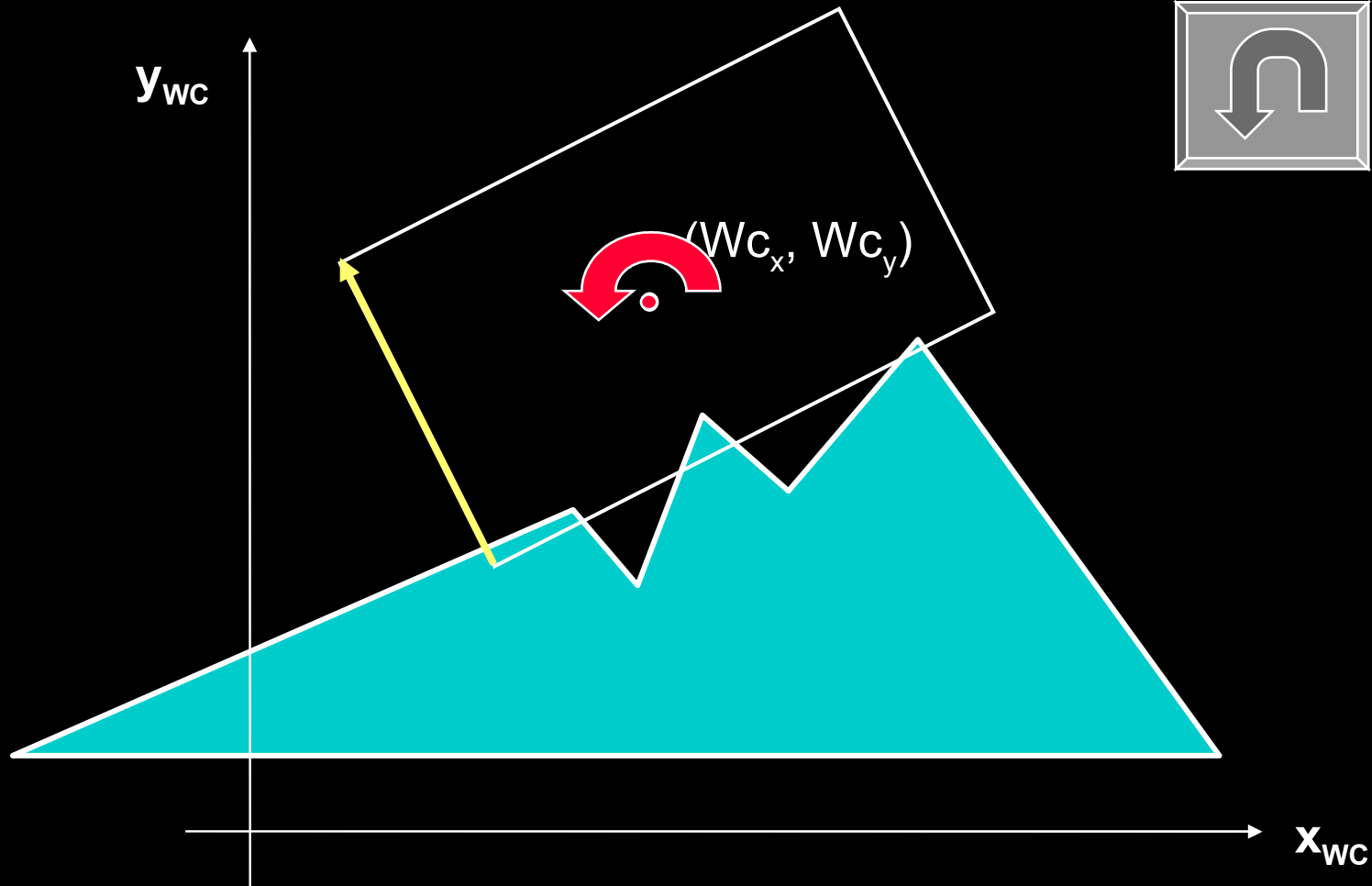


## Como implementar a translação da window quando estiver em uma orientação não paralela aos eixos ?

- Ex.: Considere o desenho anterior
  - cada toque em um botão “seta para cima” faz a window se mover 10 unidades no PPC
  - O vetor de deslocamento  $V$  é um vetor de mesma direção e sentido que  $V_{up}$  e norma 10.
  - $V_{up}$  em WC você tem: são os limites da window.
- Um procedimento possível:
  - Translade  $V_{up}$  em WC para a origem.
  - Calcule um vetor de módulo 10 sobre  $V_{up}$
  - Tome as projeções  $Dx, Dy$  de  $V$  sobre os eixos e adicione a todos os pontos da window e ao  $W_c$ .

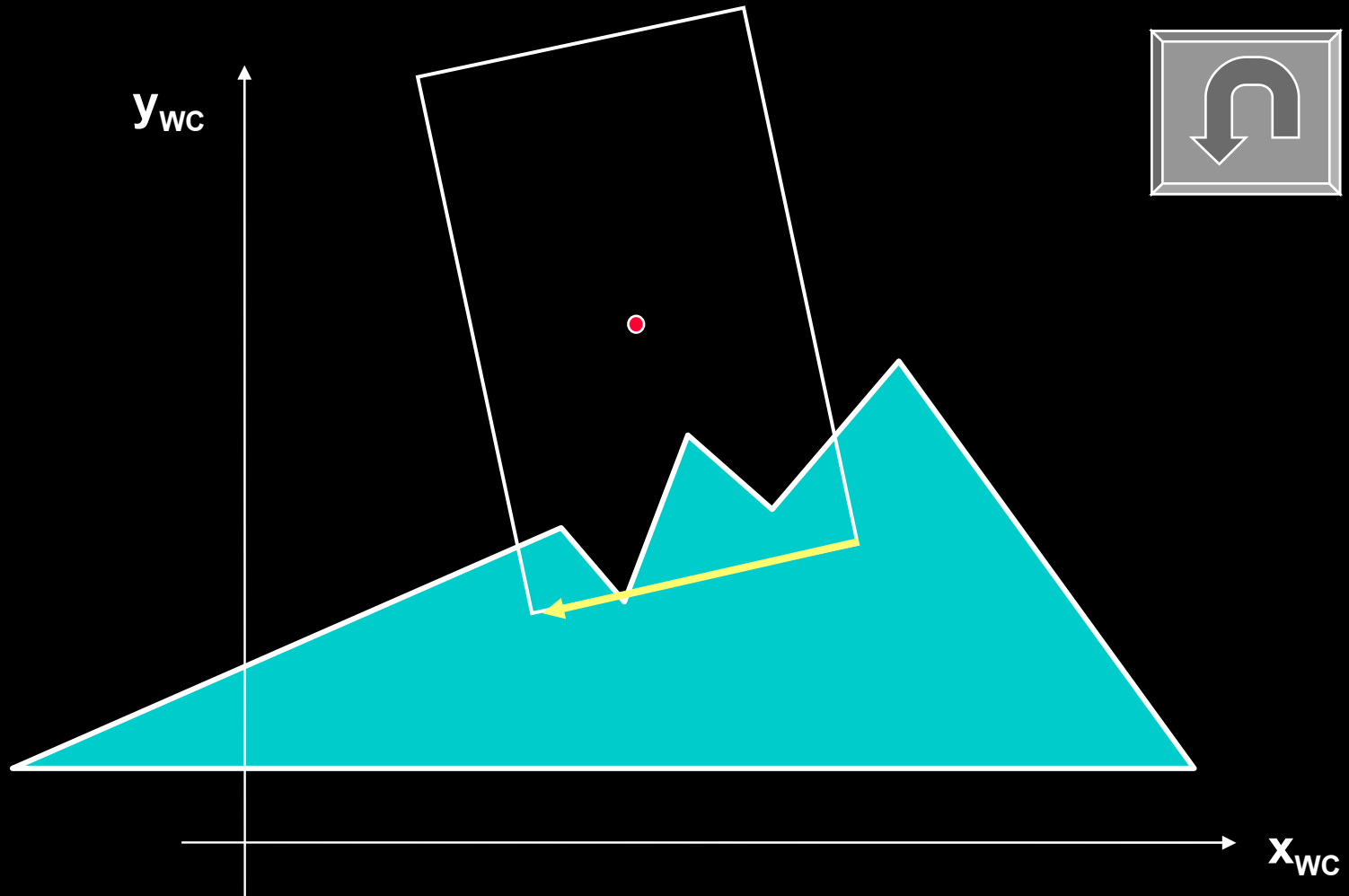


# Rotação



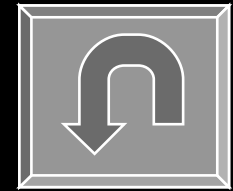
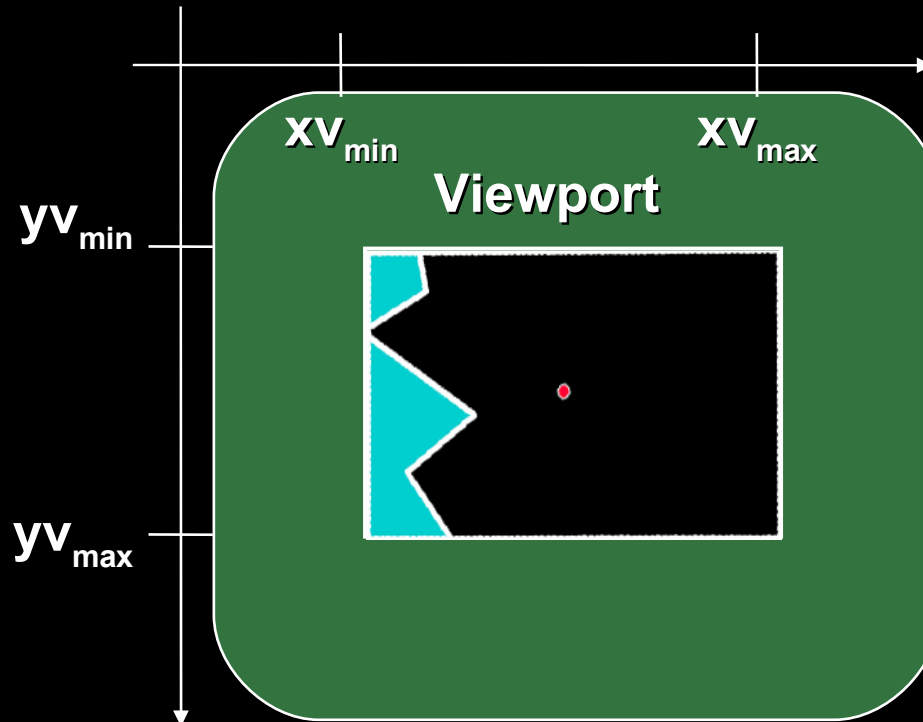


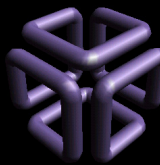
# Rotação





# Rotação





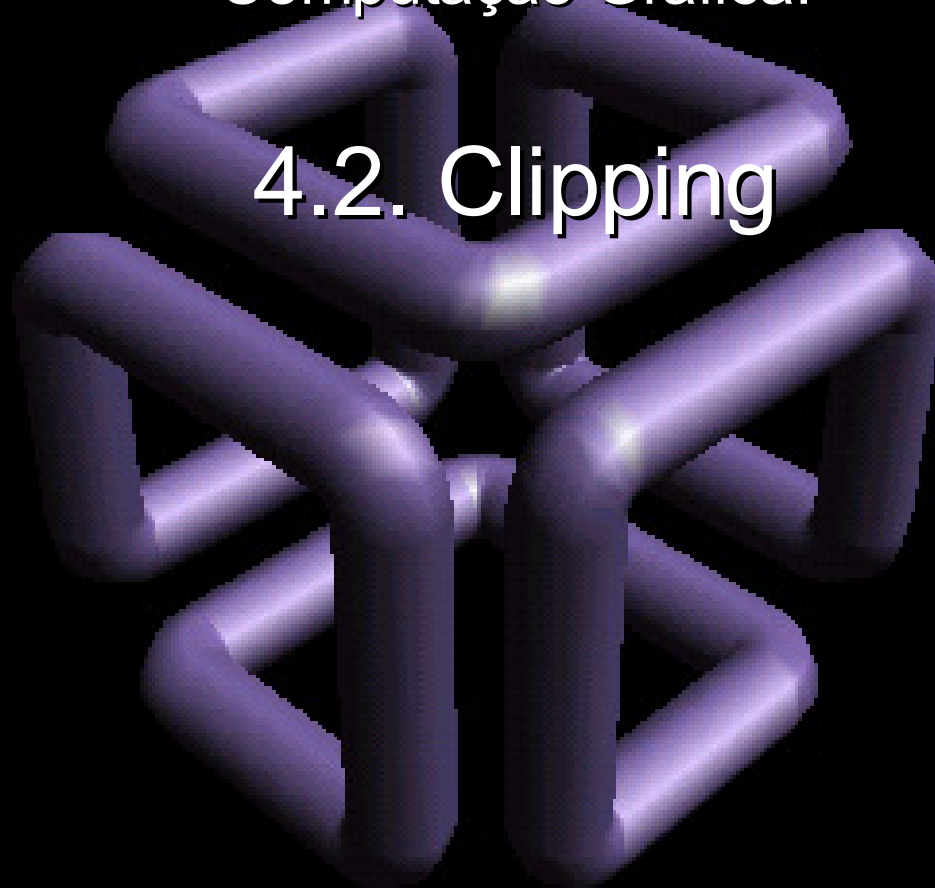
## Como implementar a rotação da window durante a navegação ?

- Considere a window como um objeto gráfico qualquer e aplique a rotação de objetos sobre um ponto arbitrário à window em **WC**.
- Recalcule as coordenadas do mundo em **PPC** aplicando o algoritmo **Gerar Descrição em PPC**
  - Observe que o mundo será girado na direção contrária àquela que você girou a window.



Computação Gráfica:

## 4.2. Clipping







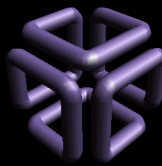
# O que é clipping?

- Clipping é um procedimento para o particionamento de primitivas geométricas:
  - Distinguir se primitivas geométricas estão dentro ou fora do **viewing frustum** (regiões do espaço especificadas)
  - Distinguir se primitivas geométricas estão dentro ou fora do **picking frustum**
  - Detectar intersecções entre primitivas
  - Calcular sombras (em 3D)



## Por quê recortamos ?

- Clipping é uma otimização importante:
  - É o **preprocessamento de visibilidade**.
  - Em cenas de mundo real o clipping remove uma porcentagem considerável do ambiente representado.
  - Assegura que somente primitivas potencialmente visíveis serão rasterizadas.



## Conceitos de Clipping (Recorte)

- Clip window
  - A região para a qual um objeto deve ser recortado.
  - A forma geométrica de recorte.
- Sempre realizamos recorte em coordenadas da Clip Window
  - No nosso caso utilizaremos a representação em PPC



# Conceitos de Clipping (Recorte)

- Tipos de clipping
  - Point clipping
  - Line clipping
  - Area (Polygon) clipping
  - Curve clipping
  - Text clipping

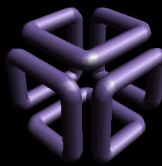


## Operações de Clipping (Recorte)

- Point clipping (p/clip window retangular)
  - Processo rápido e muito simples. O ponto que deve ser apresentado na viewport é aquele para o qual as inequações abaixo são satisfeitas:

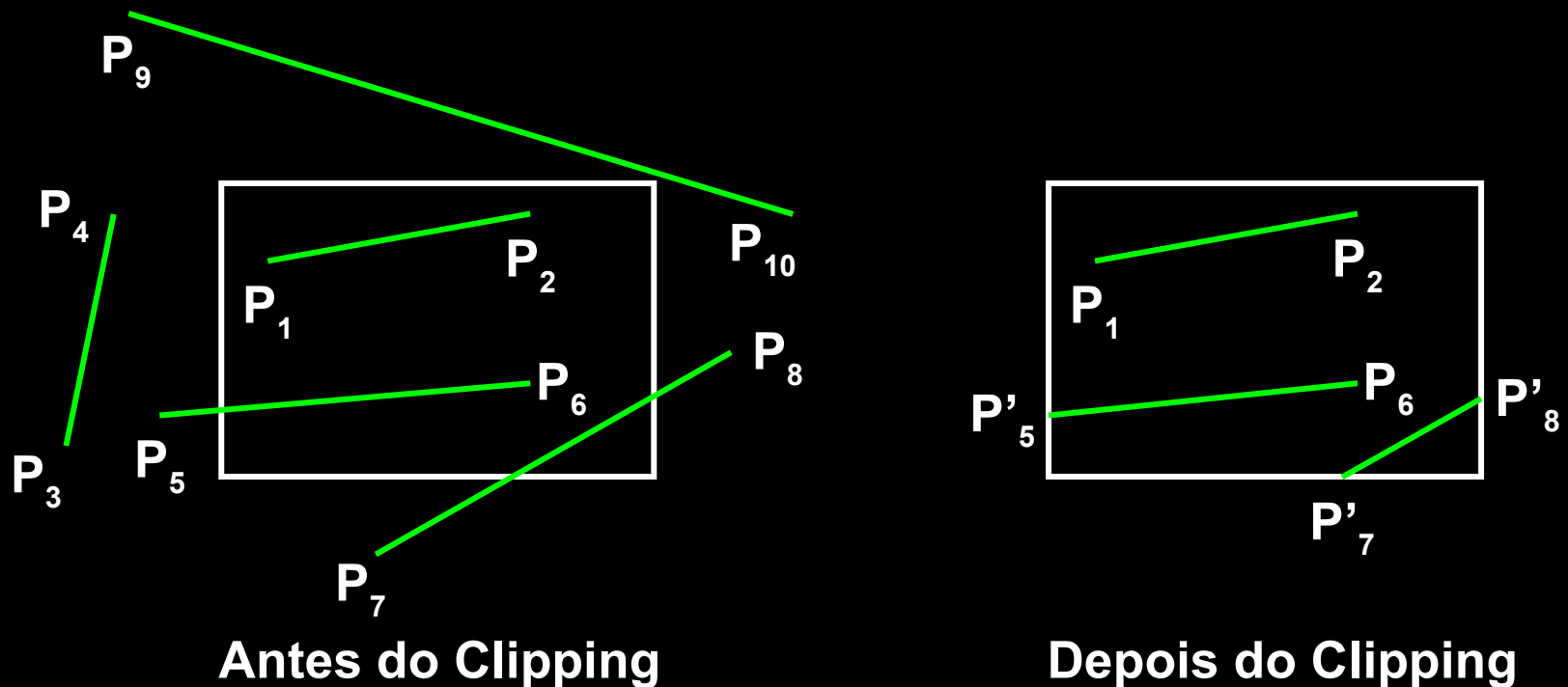
$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \quad \text{e} \quad y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$$

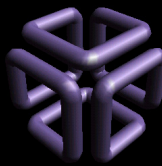
- Implementado por toda componente de superfície de desenho de linguagens de programação, como os subcanvas ou canvas



## Clipping de Linhas

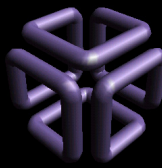
- Relacionamentos possíveis com uma clipping region retangular





# Clipping de Linhas

- Relacionamentos possíveis
  - Completamente dentro do window de clipagem  
(desenhamos)
  - Completamente fora do window  
(não desenhamos)
  - Parcialmente dentro do window  
(o que desenhamos ?)



## Clipping de Linhas usando representação paramétrica da reta

- Checagem por meio da equação paramétrica envolvendo os limites da janela e a própria linha.
  - Grande quantidade de cálculos e teste e não é muito eficiente. Num display típico, centenas ou milhares de linhas de linha podem ser encontradas.
  - Algoritmo eficiente:
    - Deve promover alguns testes iniciais de forma a determinar se cálculos de interseção são realmente necessários.
    - Par de pontos finais pode ser checado para observar se ambos pertencem à janela.





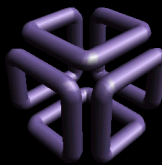
## Clipping de Linhas usando representação paramétrica da reta

- Representação paramétrica da reta

$$x = x_1 + u(x_2 - x_1)$$

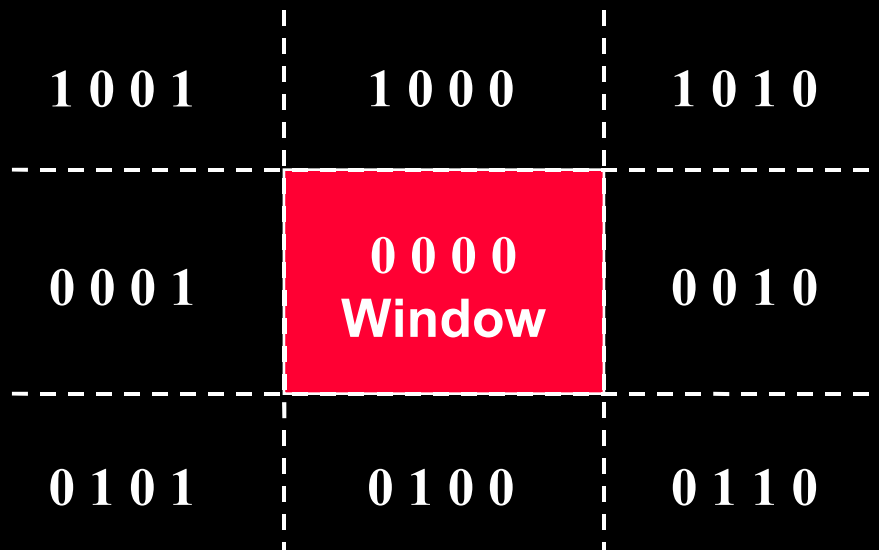
$$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$$

- Usamos o valor de  $u$  para calcular a intersecção com uma das bordas do retângulo definido pelo window
  - Fora:  $< 0$  ou  $> 1$
  - Dentro: de 0 a 1
- Se o valor da intersecção for maior que o tamanho do window, a intersecção ocorrerá em algum lugar fora deste.

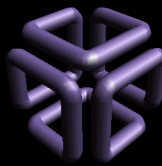


# Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

- Código de regiões
- Código binário de 4 dígitos atribuído a todo ponto final de uma linha na figura: region codes (RC)
- Numeramos as posições no código de regiões de 1 a 4. Cantos são representados por soma de valores.

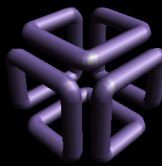


RC[1]: acima  
RC[2]: abaixo  
RC[3]: direita  
RC[4]: esquerda



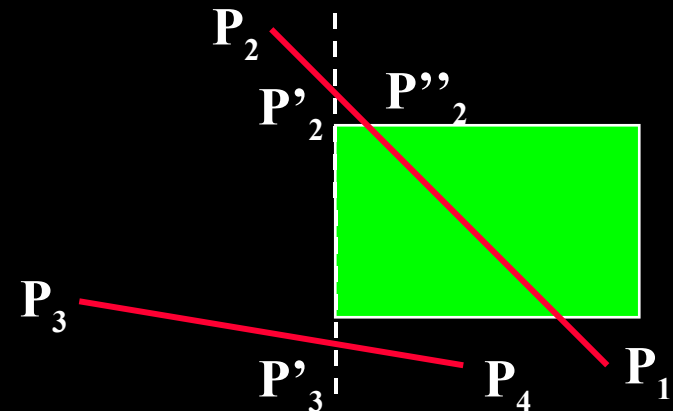
## Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

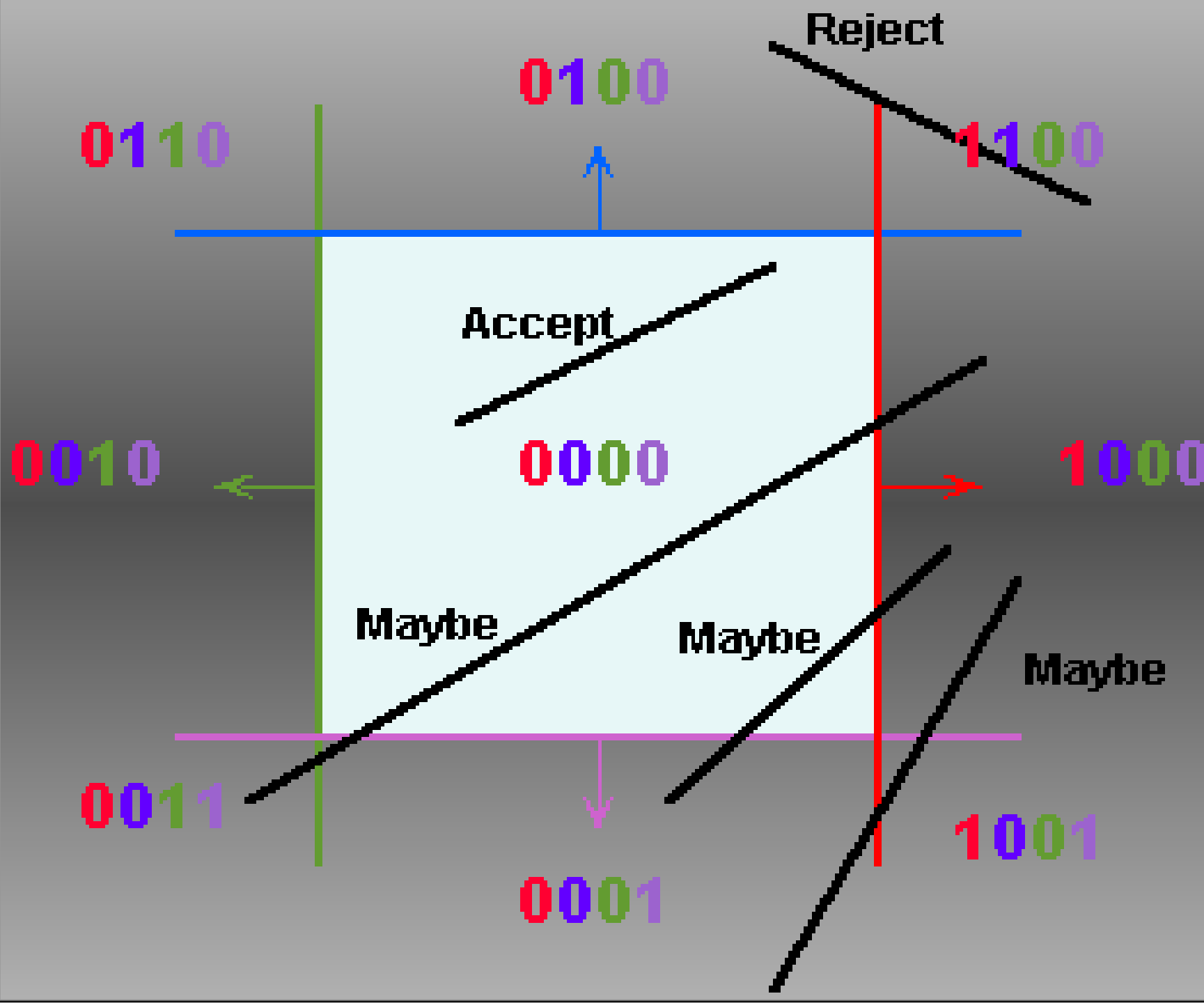
- Valores dos *region codes*
  - Determinados através da comparação das coordenadas das extremidades aos limites da window.
    - Valor 1 in em qqer posição: O ponto está neste quadrante.
  - Determinado:
    - Calcule as diferenças entre coordenadas das extremidades e limites de clipagem.
    - Use o sinal resultante para montar o código, setando o valor do bit correspondente.



## Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

- Possíveis relacionamentos:
  - Completamente contida na janela
    - 0000 para ambas as extremidades
  - Completamente fora da janela
    - *And logico* dos *region codes* para ambas as extremidades resulta diferente de 0000
  - Parcialmente
    - Extremidades possuem *region codes* diferentes
    - *And logico* dos *region codes* para ambas as extremidades resulta em 0000







## Algoritmo Geral para Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

**P1:** Associar códigos aos pontos extremos c/regra:

Para as coordenadas  $X$  de ambos os pontos da linha:

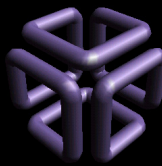
se  $x_i < X_{\text{wesq}}$  então  $RC_i[4] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[4] \leftarrow 0$

se  $x_i > X_{\text{wdir}}$  então  $RC_i[3] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[3] \leftarrow 0$

Para as coordenadas  $Y$  de ambos os pontos da linha:

se  $y_i < Y_{\text{wfun do}}$  então  $RC_i[2] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[2] \leftarrow 0$

se  $y_i > Y_{\text{wtopo}}$  então  $RC_i[1] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[1] \leftarrow 0$



## Algoritmo Geral para Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

- P2: Verificar se a linha é totalmente visível ou invisível ou parcialmente visível

Completamente contida na janela

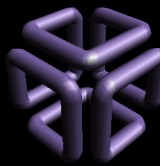
- $RC_{\text{inicio}} = RC_{\text{fim}} = [0\ 0\ 0\ 0]$

Completamente fora da janela

- $RC_{\text{inicio}} \& RC_{\text{fim}} \neq [0\ 0\ 0\ 0]$

Parcialmente

- $RC_{\text{inicio}} \neq RC_{\text{fim}}$
- $RC_{\text{inicio}} \& RC_{\text{fim}} = [0\ 0\ 0\ 0]$



## Algoritmo Geral para Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland

- P3: Se a linha é parcialmente visível devem ser calculadas as intersecções:

Esquerda:  $x_E, y = m^* (x_E - x_1) + y_1$ ; **M diferente de 0**

Direita:  $x_D, y = m^* (x_D - x_1) + y_1$

Topo:  $y_T, x = x_1 + 1/m \cdot (y_T - y_1)$

Fundo:  $y_F, x = x_1 + 1/m \cdot (y_F - y_1)$





## Exemplo: P3





## Clipando R1

- $RC1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$  -> esquerda e  $RC2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$  -> dentro
  - Clipamos apenas à esquerda e calculamos novo  $y_1$  para a linha.
- Cálculo do coeficiente angular:
  - $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = (17 - 12)/(15 - 5) = 5 / 10 = 0.5$
- Aplicamos a fórmula esq.:  $y_{intersec} = m * (x_E - x_1) + y_1$ 
  - $y_{intersec} = 0.5 * (10 - 5) + 12 = 2.5 + 12 = 14.5$
- Como  $14.5 > y_F = 10$  e  $14.5 < y_T = 20$  **aceitamos.**
- Nova linha clipada é:
  - $(10, 14.5)(15, 17)$

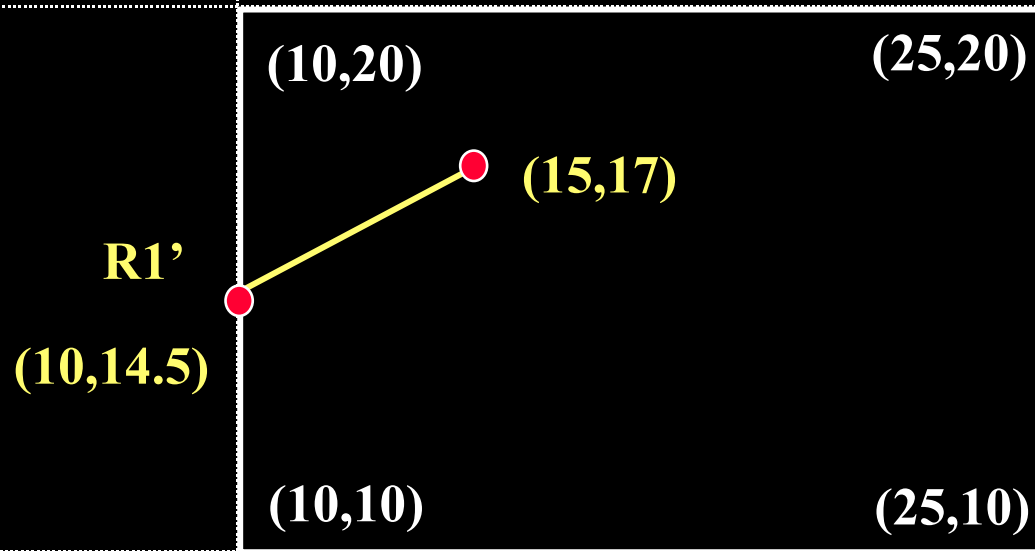


## Clipando R2

- $RC1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$  -> esquerda e  $RC2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$  -> topo
  - Clipamos à esquerda e calculamos novo  $y_1$  para a linha.
  - Clipamos ao topo e calculamos novo  $x_2$  para a linha
- Cálculo do coeficiente angular:
  - $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = (23 - 18)/(15 - 5) = 5 / 10 = 0.5$
- Aplicamos a fórmula esq.:  $y_{intersec} = m * (x_E - x_1) + y_1$ 
  - $y_{intersec} = 0.5 * (10 - 5) + 18 = 2.5 + 18 = 20.5$
- Como  $20.5 > y_F = 10$  **mas**  $20.5$  **não é**  $< y_T = 20$  **rejeitamos.**
  - Intersecção é fora da window
  - Não é necessário calcular  $x_2$  - se uma intersecção for fora a outra também o será.
- Linha é descartada como não visível.

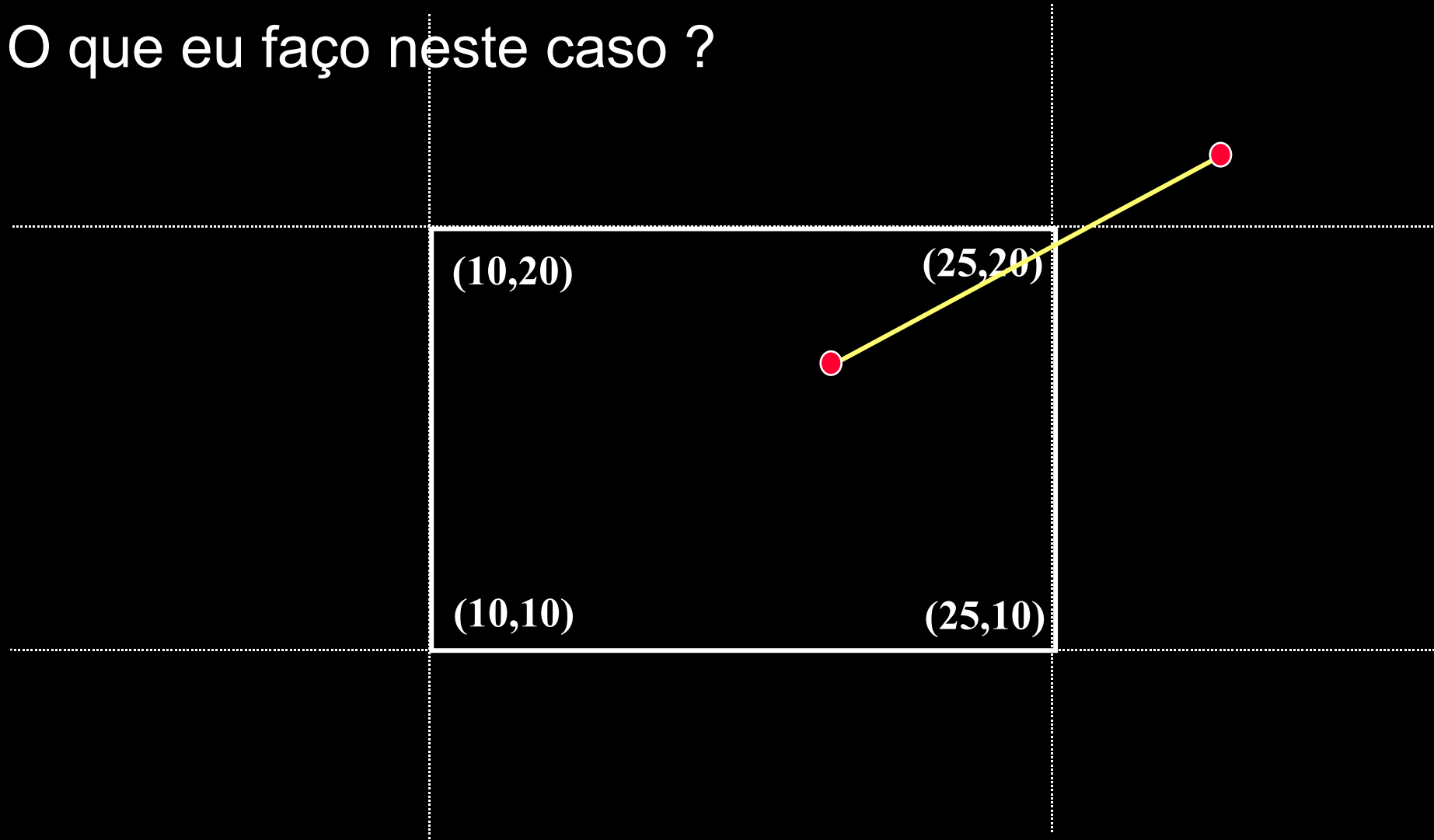


# Resultado





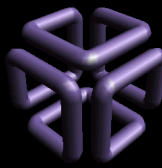
# O que eu faço neste caso ?





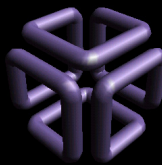
## Quando um ponto cair em um dos cantos...

- Quando o RC associado a um ponto de uma linha possuir dois “1”, calculamos a intersecção com as bordas da window para os dois casos.
  - No exemplo calcularíamos um  $x_2$  pelo topo e um  $y_2$  pela direita.
- Aceitamos dentre os dois valores calculados, aquele que se encontrar sobre a window
  - O outro estará fora.
  - Exceção: linha cai exatamente sobre o canto.



# Clipping de Linhas de Liang-Barsky

- Em 1978 Cyrus e Beck publicaram um novo algoritmo para o clipping de linhas usável para clipar linhas contra um polígono convexo em 2D ou um poliedro convexo em 3D usando a equação paramétrica.
- Em 1984 Liang e Barsky reformularam este algoritmo, tornando-o mais eficiente.
  - Esta versão veremos a seguir.



## Liang-Barsky Line Clipping

- Reescreva as equações paramétricas como segue:

$$x = x_1 + u\Delta x$$

$$y = y_1 + u\Delta y, \quad 0 \leq u \leq 1$$

- Sendo as condições de clipagem já vistas:

$$xw_{min} \leq x_1 + u\Delta x \leq xw_{max}$$

$$yw_{min} \leq y_1 + u\Delta y \leq yw_{max}$$

- Cada uma dessas inequações pode então ser expressa como:

$$up_k \leq q_k, \quad \mathbf{k} = 1, 2, 3, 4$$





## Liang-Barsky Line Clipping

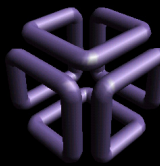
- Onde os parâmetros  $p$  e  $q$  são definidos como:

$$p_1 = -\Delta x, \quad q_1 = x_1 - xw_{min}$$

$$p_2 = \Delta x, \quad q_2 = xw_{max} - x_1$$

$$p_3 = -\Delta y, \quad q_3 = y_1 - yw_{min}$$

$$p_4 = \Delta y, \quad q_4 = yw_{max} - y_1$$



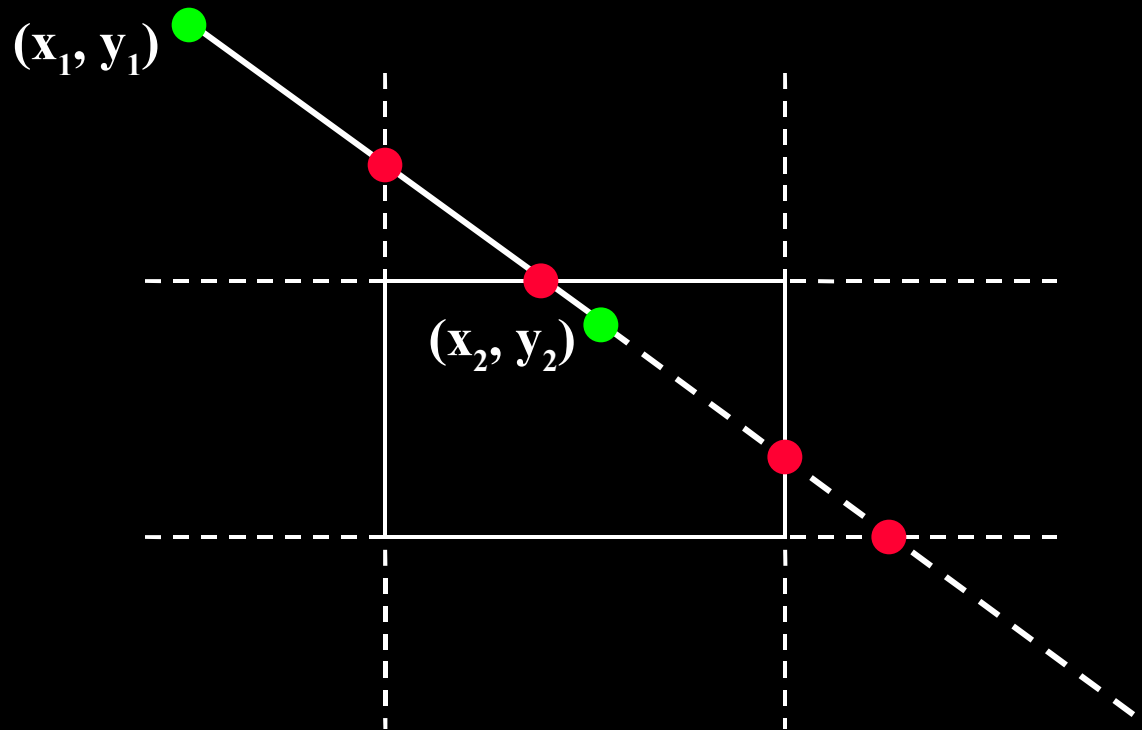
# Liang-Barsky Line Clipping

## Condições

- $p_k = 0$ , paralela a um dos limites:
  - $q_k < 0$ , fora dos limites
  - $q_k \geq 0$ , dentro dos limites
- $p_k < 0$ , a linha vem de fora para dentro
- $p_k > 0$ , a linha vem de dentro para fora



# Liang-Barsky Line Clipping



Qual a parte que está dentro ?



## Liang-Barsky Line Clipping

- Os parâmetros  $u_1$  and  $u_2$  definem qual parte está dentro do retângulo:

- O valor de  $u_1$ : de fora para dentro ( $p_k < 0$ )

$$u_1 = \max(0, r_k' s) \quad r_k = \frac{q_k}{p_k}$$

- O valor de  $u_2$ : De dentro para fora ( $p_k > 0$ )

$$u_2 = \min(1, r_k' s) \quad r_k = \frac{q_k}{p_k}$$

- Se  $u_1 > u_2$ , a linha está completamente fora.



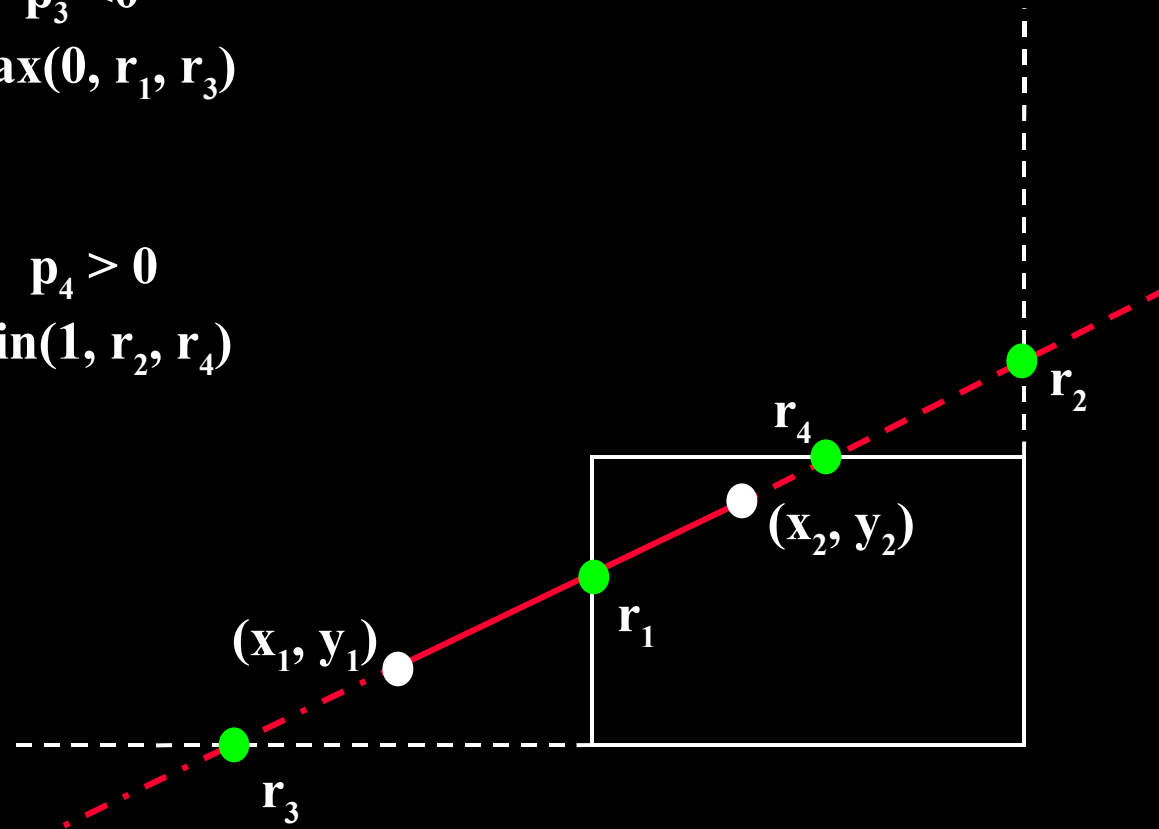
# Liang-Barsky Line Clipping

$$p_1 < 0, \quad p_3 < 0$$

$$u_1 = \max(0, r_1, r_3) \\ = r_1$$

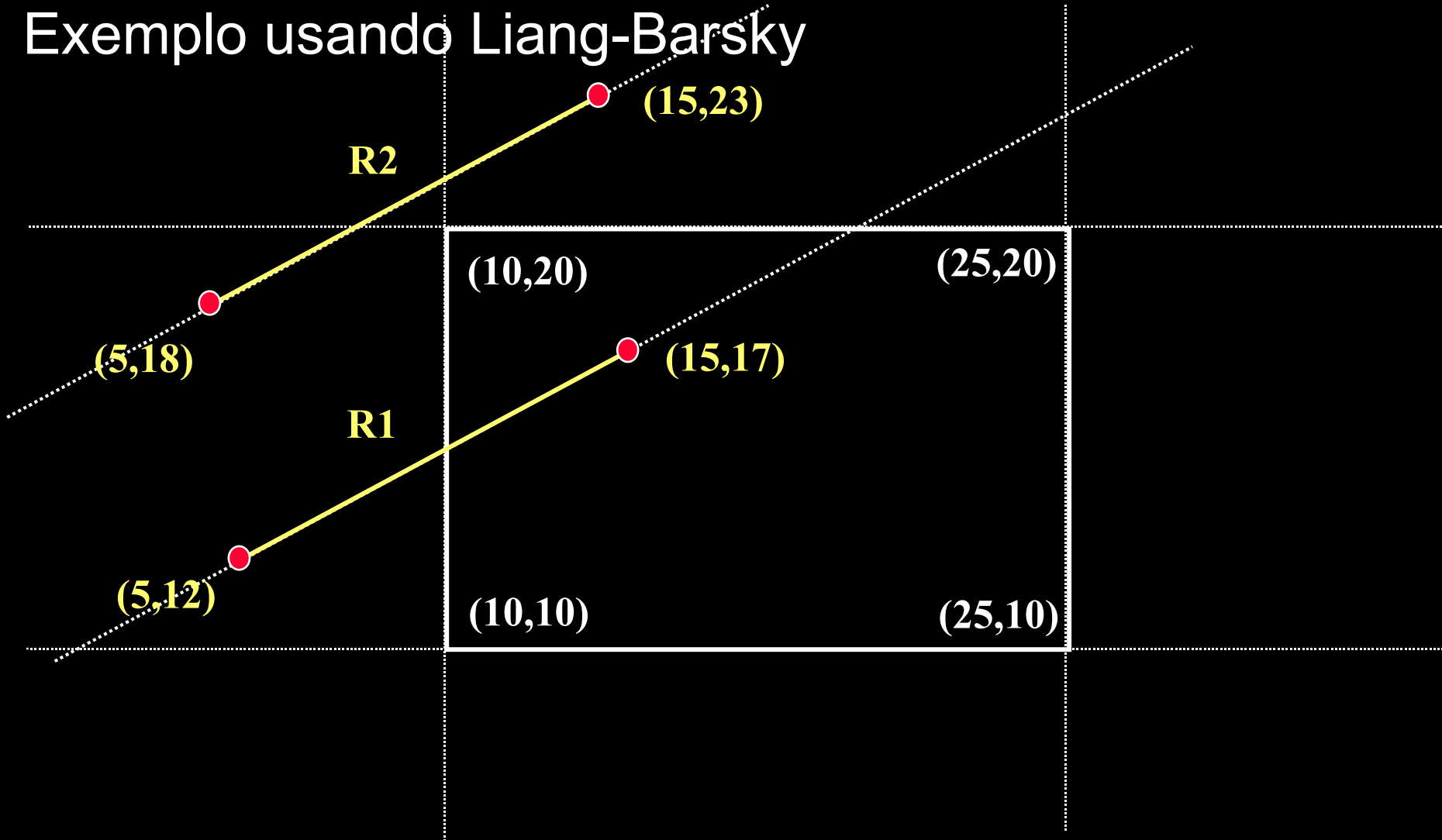
$$p_2 > 0, \quad p_4 > 0$$

$$u_2 = \min(1, r_2, r_4) \\ = 1$$





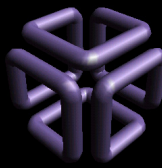
# Exemplo usando Liang-Barsky





## Calcular p e q para R1

- $p1 = -\Delta x = -(15 - 5) = -10$
- $p2 = \Delta x = 15 - 5 = 10$
- $p3 = -\Delta y = -(17 - 12) = -5$
- $p4 = \Delta y = 17 - 12 = 5$
- $q1 = x1 - x_{wmin} = 5 - 10 = -5$
- $q2 = x_{wmax} - x1 = 25 - 5 = 20$
- $q3 = y1 - y_{wmin} = 12 - 10 = 2$
- $q4 = y_{wmax} - y1 = 20 - 12 = 8$



## Calcular $u_1$ para $R_1$

- $p_1 = -10 < 0$
- $p_3 = -5 < 0$

$$x = x_1 + u\Delta x$$

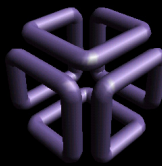
$$y = y_1 + u\Delta y, \quad 0 \leq u \leq 1$$

- $r_1 = q_1/p_1 = -5/-10 = 0.5$
- $r_3 = q_3/p_3 = 2/-5 = -0.4$
- $u_1 = \max(0, r_1, r_3) = \max(0, 0.5, -0.4) = 0.5$

Substituindo na eq.paramétrica:

- $x = 5 + 0.5 * 10 = 10$  (o que nós já sabíamos)
- $y = 12 + 0.5 * 5 = 14.5$  (o que nós não sabíamos)





## Calcular $u_2$ para R1

- $p_2 = 10 > 0$
- $p_4 = 5 > 0$
  
- $r_2 = q_2/p_2 = 20/10 = 2$
- $r_4 = q_4/p_4 = 8/5 = 1.6$
- $u_2 = \min(1, r_1, r_3) = \min(1, 2, 1.6) = 1$
  
- Como  $u_2$  resulta **1**, rejeitamos o cálculo de novos valores de dentro para fora.

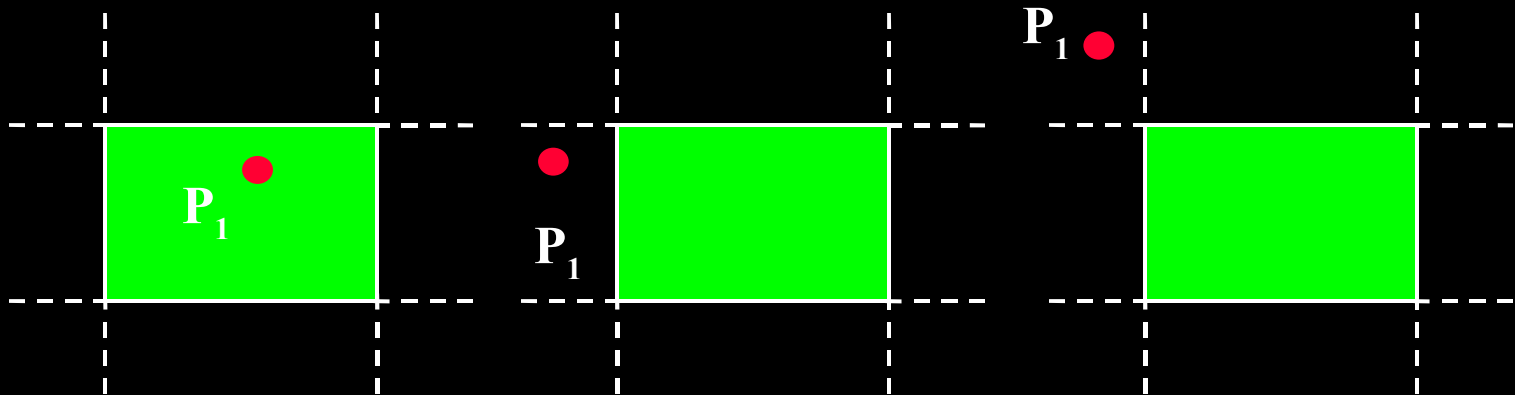


## Nicholl-Lee-Nicholl Line Clipping

- Comparado aos algoritmos C-S e L-B:
  - NLN realiza menos comparações e divisões.
  - NLN pode ser aplicado somente a 2D clipping.
- O algoritmo NLN
  - Clipa uma linha com extremas  $P_1$  e  $P_2$
  - Passo 1: Determina  $P_1$  para os nove quadrantes.
    - Somente três regiões são consideradas
    - Para o resto usa-se uma transformada de simetria
  - Passo 2: Depois determina-se a posição de  $P_2$  em relação a  $P_1$ .



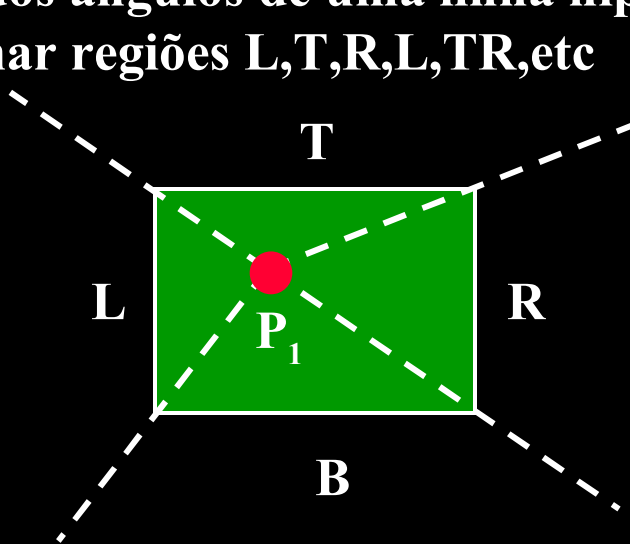
# Nicholl-Lee-Nicholl Line Clipping: Passo 1a



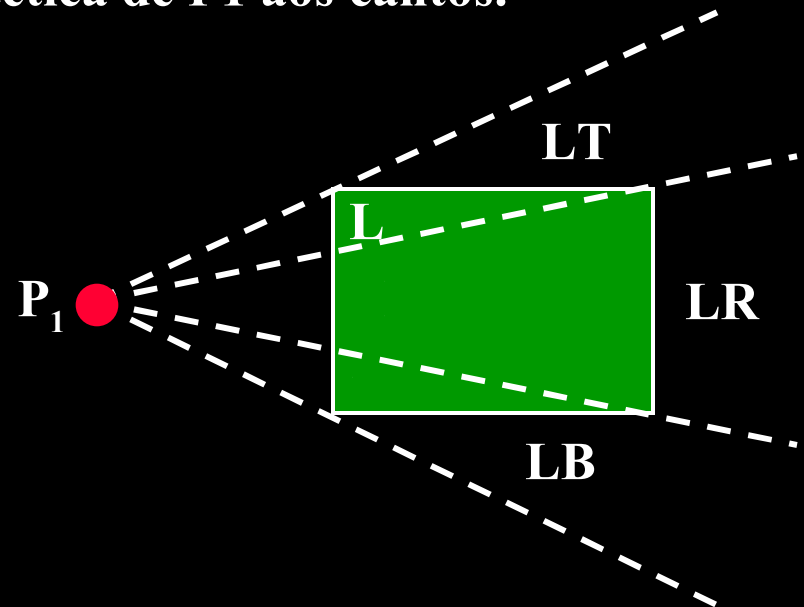


## Nicholl-Lee-Nicholl Line Clipping: Passo 1b

Cálculo dos ângulos de uma linha hipotética de  $P_1$  aos cantos.  
Determinar regiões L,T,R,L,TR,etc



$P_1$  is inside the clip window  
and  $P_2$  is outside

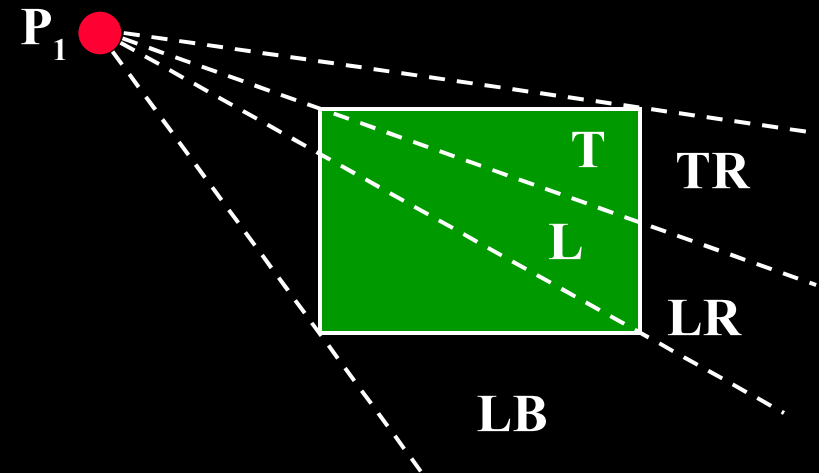
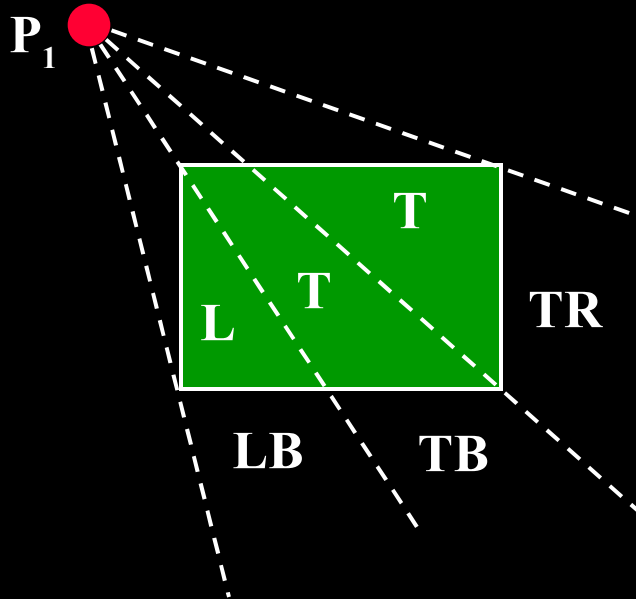


$P_1$  is directly to the left  
of the clip window



# Nicholl-Lee-Nicholl Line Clipping: Passo 1b

Cálculo dos ângulos de uma linha hipotética de  $P_1$  aos cantos.  
Determinar regiões L,T,R,L,TR,etc



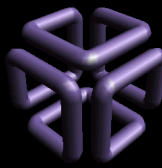


## Nicholl-Lee-Nicholl Line Clipping

- Para determinar em qual região  $P_2$  está:
  - Compare-se a inclinação da reta com as inclinações das retas hipotéticas calculadas.
  - Exemplo:  $P_1$  está à esquerda,  $P_2$  está em LT.

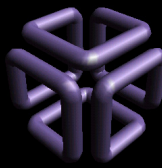
$$\textit{inclinação } \overline{P_1 P_{TR}} < \textit{inclinação } \overline{P_1 P_2} < \textit{inclinação } \overline{P_1 P_{TL}}$$

$$\frac{y_T - y_1}{x_R - x_1} < \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} < \frac{y_T - y_1}{x_L - x_1}$$



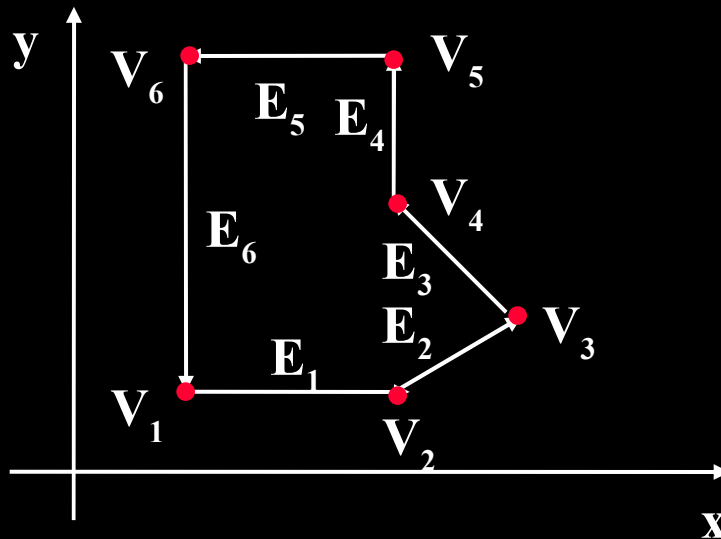
## Clip Windows Não Retangulares

- Algoritmos baseados em equações paramétricas podem ser estendidos a Polígonos Convexos
  - Método de Liang-Barsky
  - Modifique o algoritmo para incluir as equações paramétricas de todas as bordas definidas pelo polígono de clipping.
- Métodos de Clipping de Regiões Côncavas
  - Divida em um conjunto de Polígonos Convexos
  - Aplique métodos paramétricos
- Círculos e outras regiões de clipagem curvas
  - Linhas podem ser clipadas através do retângulo de-limítrofe.



## Divisão de Polígonos Côncavos

- Identifique se um polígono é Côncavo
  - Calcule o produto cruzado dos vetores de borda.



$$\begin{aligned} (E_1 \times E_2)_z &> 0 \\ (E_2 \times E_3)_z &> 0 \\ (E_3 \times E_4)_z &< 0 \\ (E_4 \times E_5)_z &> 0 \\ (E_5 \times E_6)_z &> 0 \\ (E_6 \times E_1)_z &> 0 \end{aligned}$$

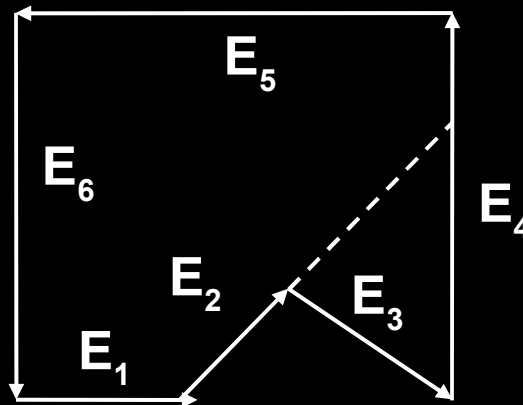
- Uma componente z negativa resultante da multiplicação posicionada entre componentes positivas indica uma concavidade local.





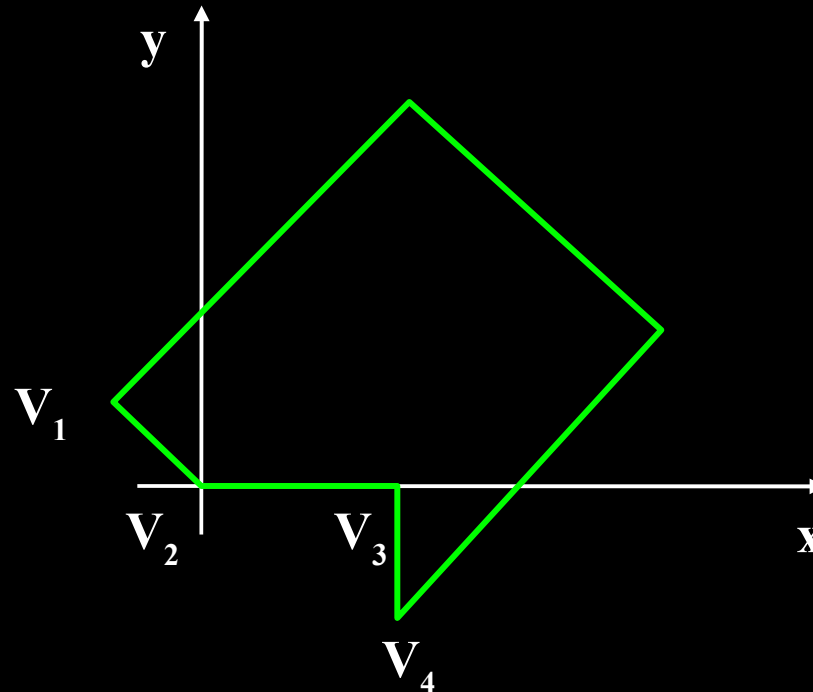
# Divisão de Polígonos Côncavos: Método Vetorial

- Calcule o produto cruzado dos vetores de borda em sentido anti-horário.
- Se alguma componente  $Z$  for negativa:
  - É côncavo.
  - Divida-o ao longo da primeira das duas linhas do produto cruzado:





# Divisão de Polígonos Côncavos: Método da Rotação



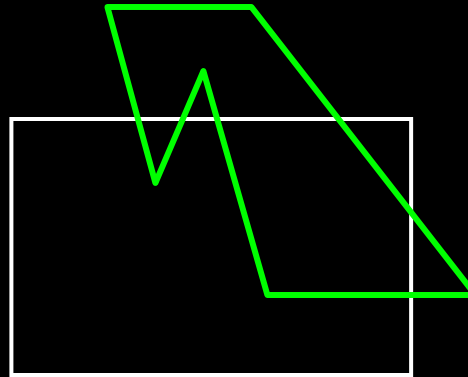
After rotating  $V_3$  onto the x axis,  $V_4$  is below the x axis.

Split the polygon along the line of  $V_2V_3$ .

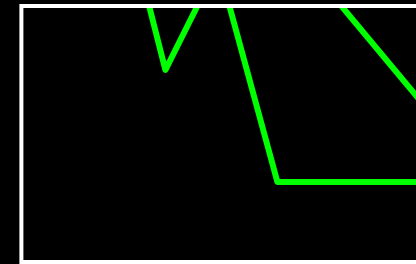


# Clipping de Polígonos

**Clipping  
de Linhas**



**Antes do clipping**



**Depois do clipping**

**Clipping  
de Polígonos**



**Antes do clipping**

**Resultam 2 polígonos distintos:**

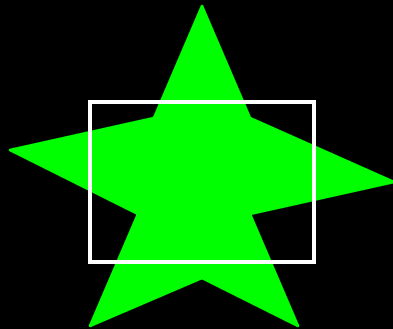


**Depois do clipping**

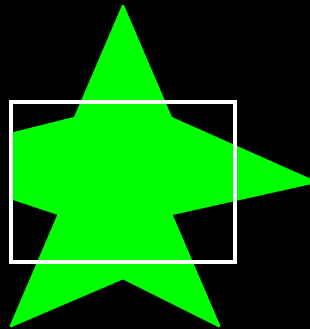


## Clipping de Polígonos de Sutherland-Hodgeman

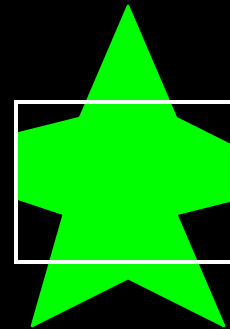
- Processa as bordas do polígono como um todo contra cada aresta do window
  - Todos os vértices do polígono são processados contra cada uma das arestas do window



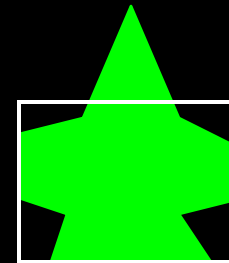
**Original  
Polygon**



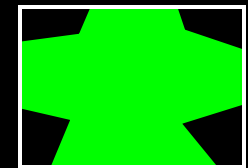
**Clip  
Left**



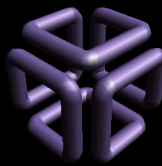
**Clip  
Right**



**Clip  
Bottom**

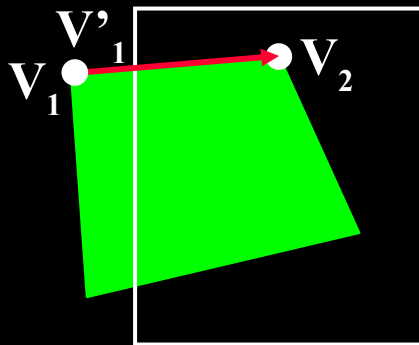


**Clip  
Top**

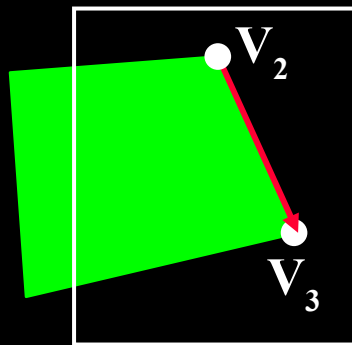


## Clipping de Polígonos de Sutherland-Hodgeman

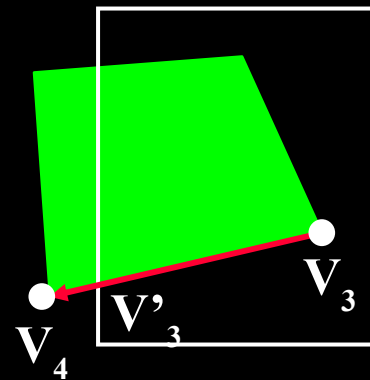
- Passe cada par de vértices adjacentes do polígono a um clipador de linhas qualquer, criando novos pontos em um novo polígono
  - 4 casos:



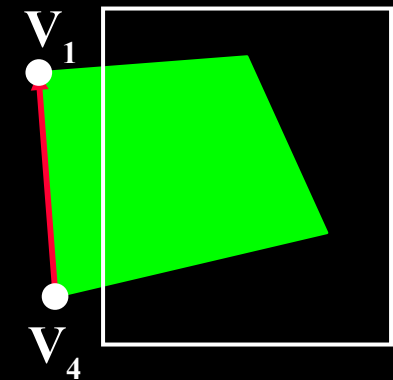
out  $\longrightarrow$  in  
salve  $V'_1, V_2$



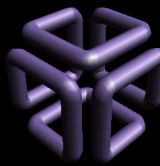
in  $\longrightarrow$  in  
salve  $V_3$



in  $\longrightarrow$  out  
salve  $V'_3$

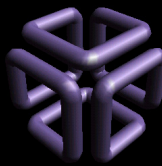


out  $\longrightarrow$  out  
salve nada



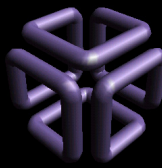
## Clipping de Polígonos de Sutherland-Hodgeman

- Lista de vértices intermediários
  - Cada vez que realizamos a clipagem para todos os vértices contra uma das 4 bordas do window, regeneramos o polígono.
  - Este novo polígono é clipado contra outra das 4 bordas do window.
- Polígonos convexos são tratados corretamente.
- Caso seja côncavo:
  - Divida em subpolígonos côncavos

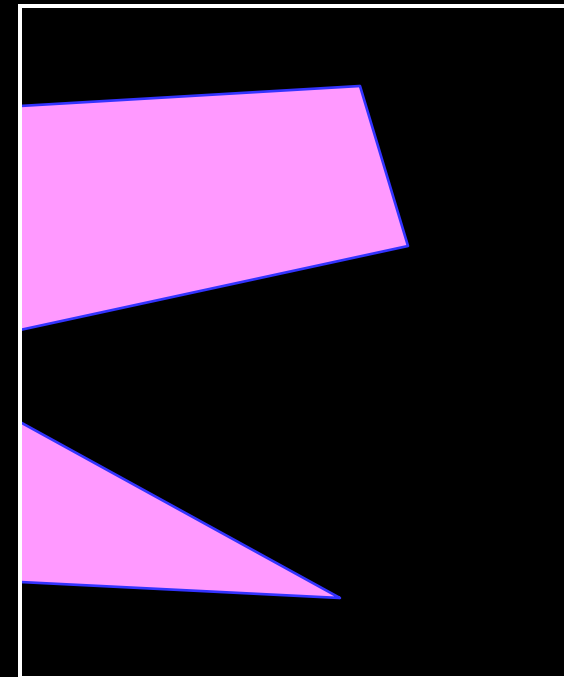
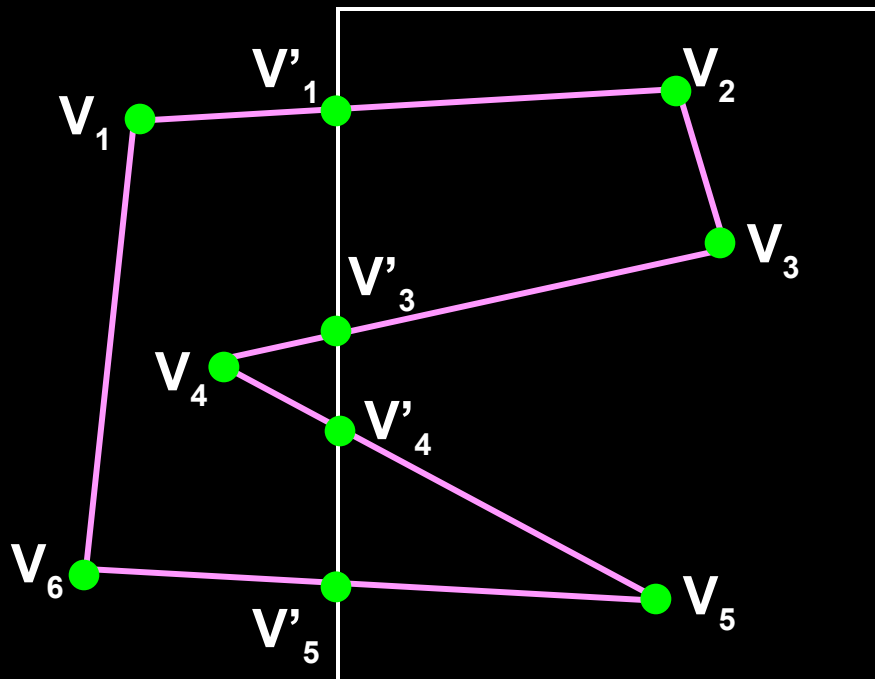


## Clipping de Polígonos de Weiler-Atherton

- Desenvolvido para identificação de superfícies visíveis
  - Pode ser aplicado a uma região de clipagem arbitrária.
  - Pode ser usado para seguir as bordas de qualquer coisa com qualquer formato.
- Se processamos em sentido horário procedemos assim:
  - For an outside-to-inside pair of vertices, **follow the polygon boundary**.
  - For an inside-to-outside pair of vertices, **follow the window boundary** in clockwise direction.

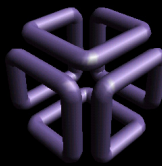


# Clipagem de Polígonos de Weiler-Atherton



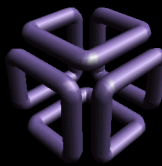
Depois do  
Clipping





## Outros Clippings

- Clipping de Curvas
  - Use um casco convexo (retângulo) para testar.
  - Para o círculo
    - Use as coordenadas de quadrantes individuais (gere)
    - então use octantes (gere valores mais precisos)
- Clipping de Texto
  - All-or-none string-clipping: Pegar limites do casco convexo de um string.
  - All-or-none character-clipping: Clipar caracteres individuais pela regra de pertinência do ponto.

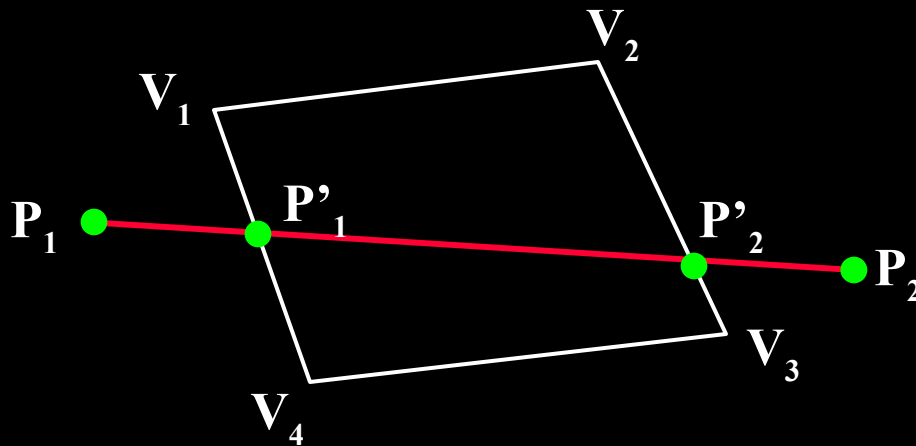
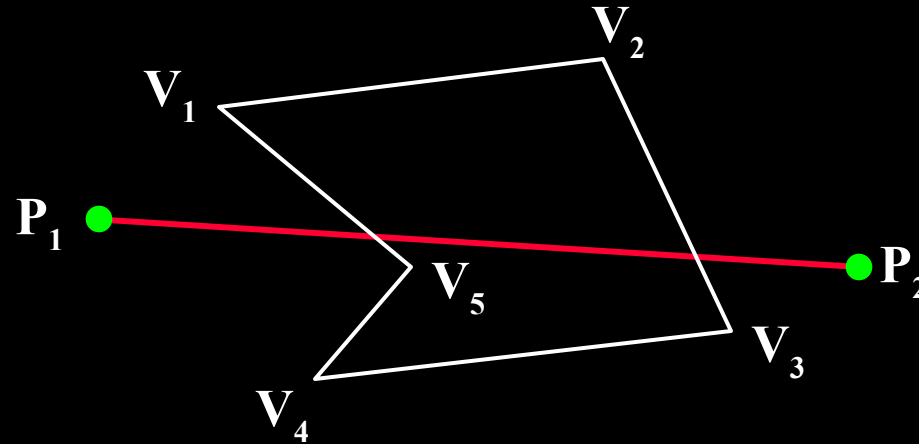


# Clipping Exterior

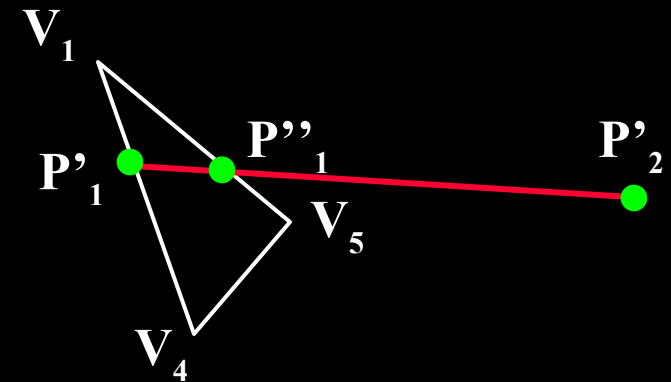
- Salvar uma região externa
- Aplicações
  - Sistemas de windows múltiplos
  - Layouts de páginas para design (Corel, Photoshop,...)
- Utilizamos os procedimentos de clipagem usados para o interior de polígonos côncavos



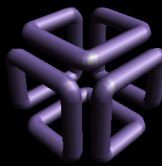
# Clipping Exterior



Interior Clip



Exterior Clip



## Trabalho: Clipping - parte #1

- Extenda seu sistema gráfico interativo para realizar navegação livre com a window
  - Extenda o seu display file para comportar as coordenadas dos objetos em PPC paralelamente às coordenadas WC
  - Faça o mesmo com a window
  - Implemente os algoritmos descritos em 4.1
  - Inclua botões de navegação adicionais que permitam a rotação da window
    - Um clique no botão faz a window rodar para a direita ou esquerda de um ângulo fixo.

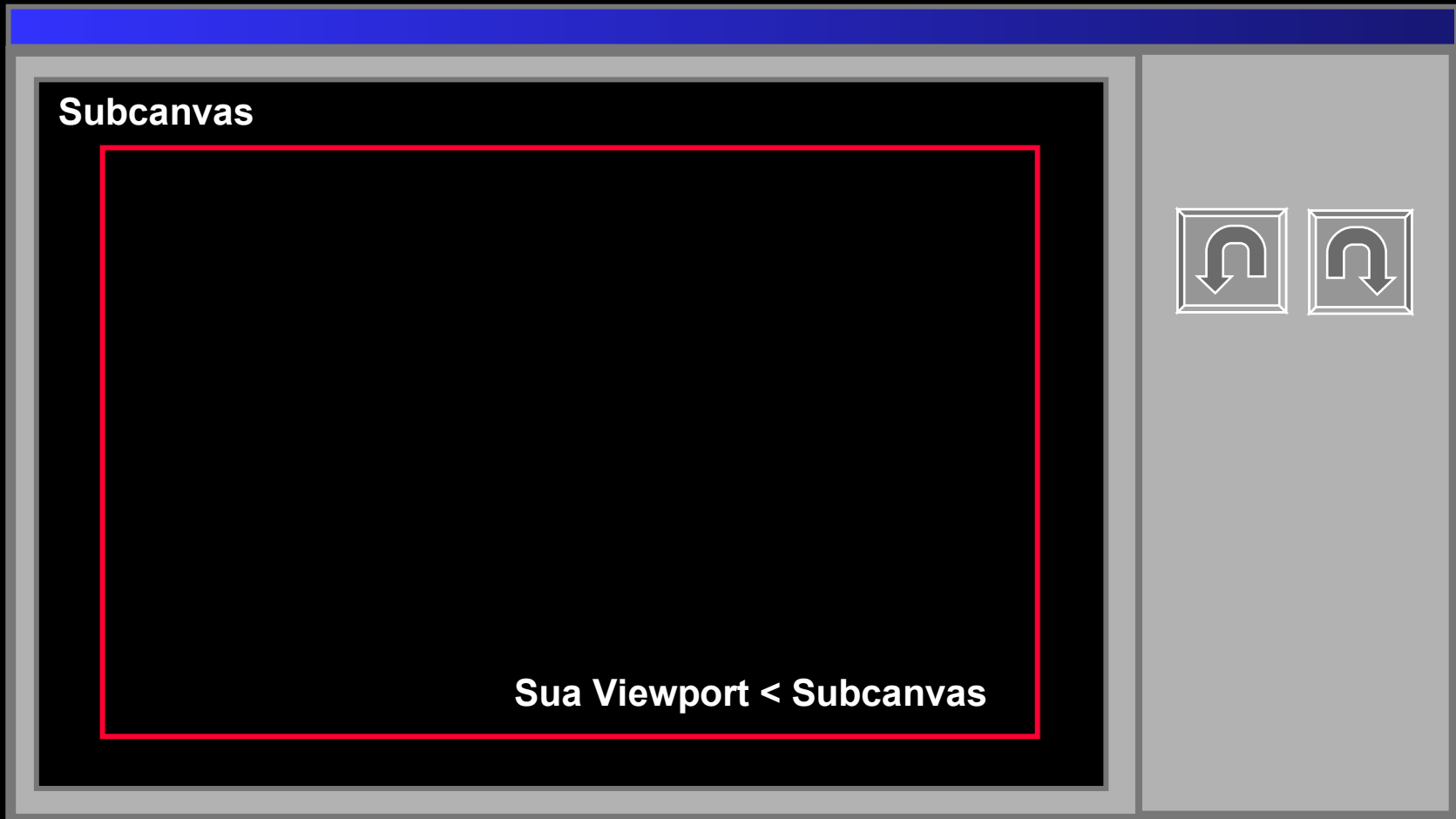


## Trabalho: Clipping - parte #2

- Extenda seu sistema gráfico interativo para realizar a clipagem de seus elementos gráficos
  - Defina uma subárea dentro de seu Subcanvas ou View que você utiliza para desenhar como sendo a área de clipagem: uns 10 píxeis para dentro nos quatro cantos.
  - Defina seu viewport como sendo essa área interna, que não vai mais começar em (0,0), mas sim em (10,10).
  - Dessa forma você vai enxergar se o algo for desenhado fora da window/viewport porque o algoritmo de clipagem nativo não vai cortá-lo nas bordas que você definiu.



# Trabalho: Clipping





Computação Gráfica:

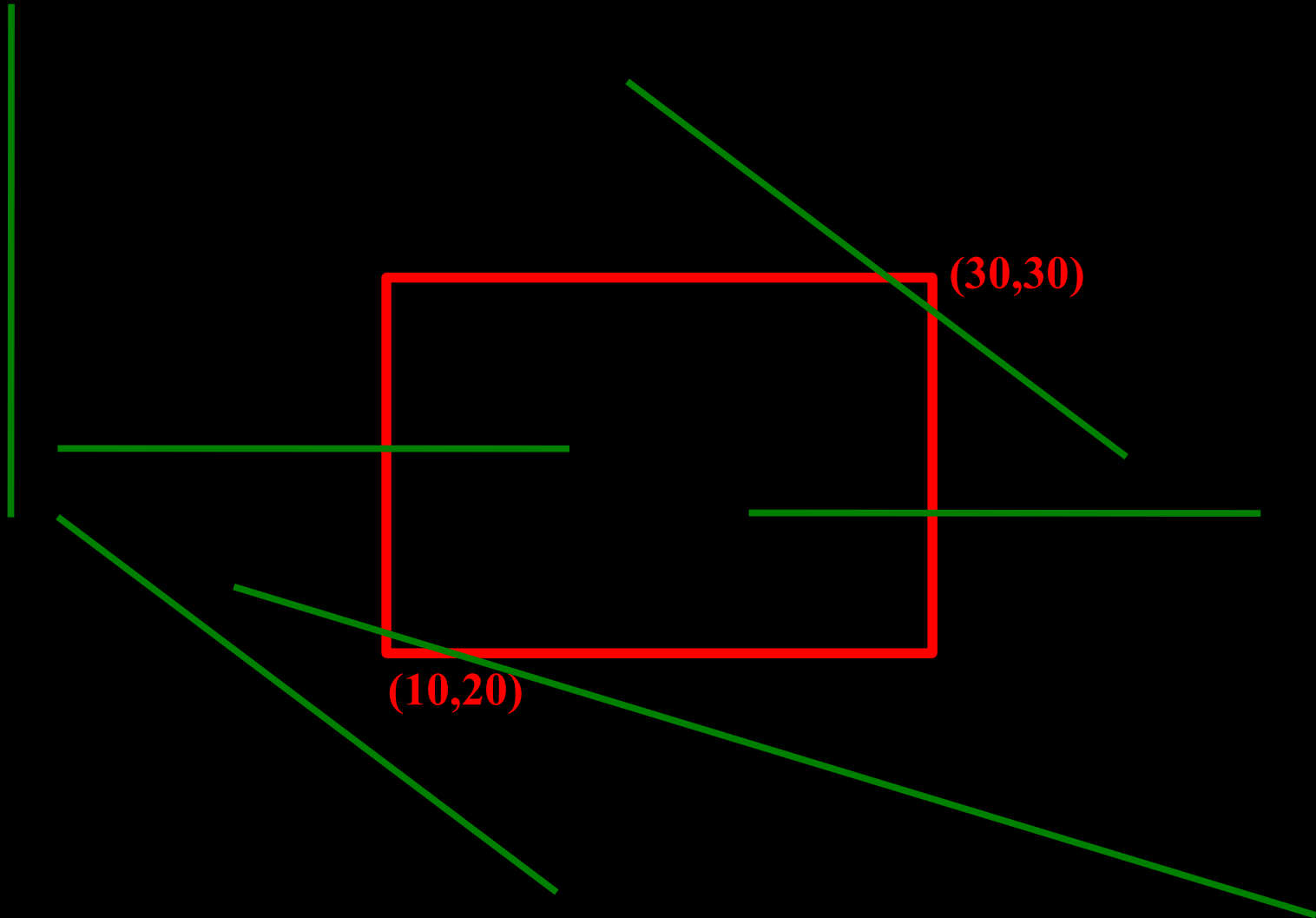
**Exercícios  
de  
Clipping**





**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

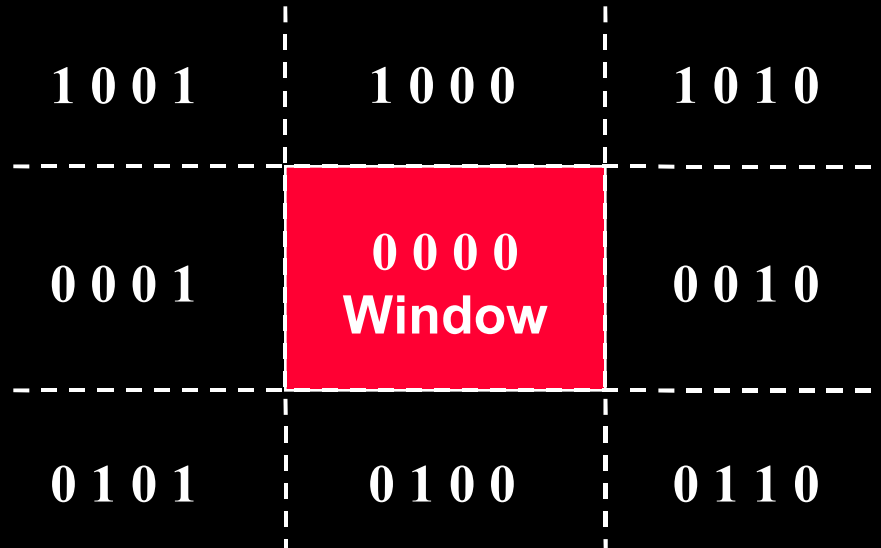
**Aula 4: Clipping # 88**



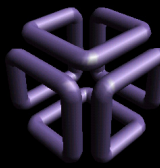




# Parte 1: Cohen - Sutherland

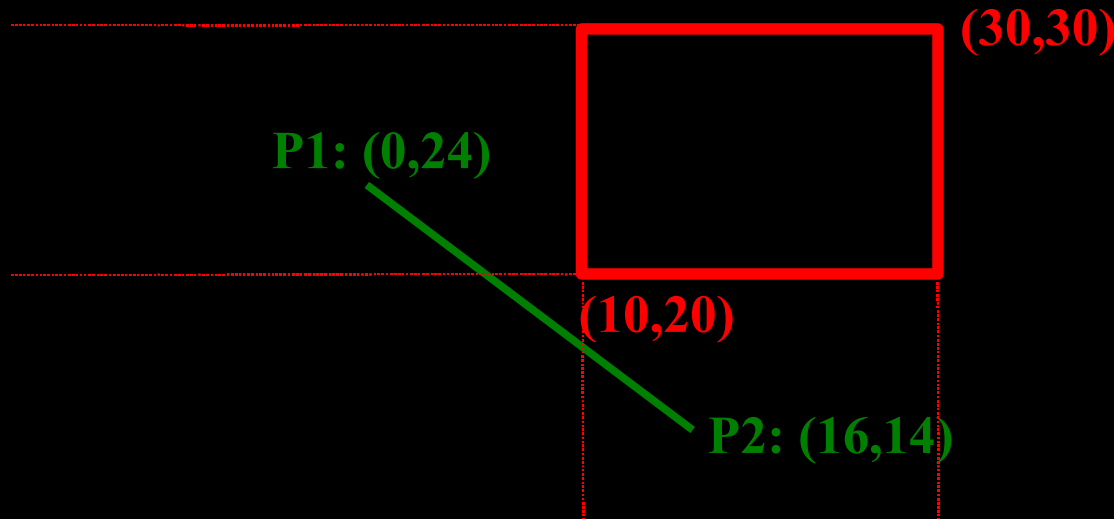


RC[1]: acima  
RC[2]: abaixo  
RC[3]: direita  
RC[4]: esquerda



Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 90



- RC: [0001, 0100] -> Esquerda, Abaixo
- Verificar se ocorrem intersecções!



- Coeficiente Angular:

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(14 - 24)}{(16 - 0)} = -0.625$$

- Calculando para a Esquerda:

$$y = m \cdot (x_e - x_1) + y_1$$

$$y = -0.625 \cdot (10 - 0) + 24$$

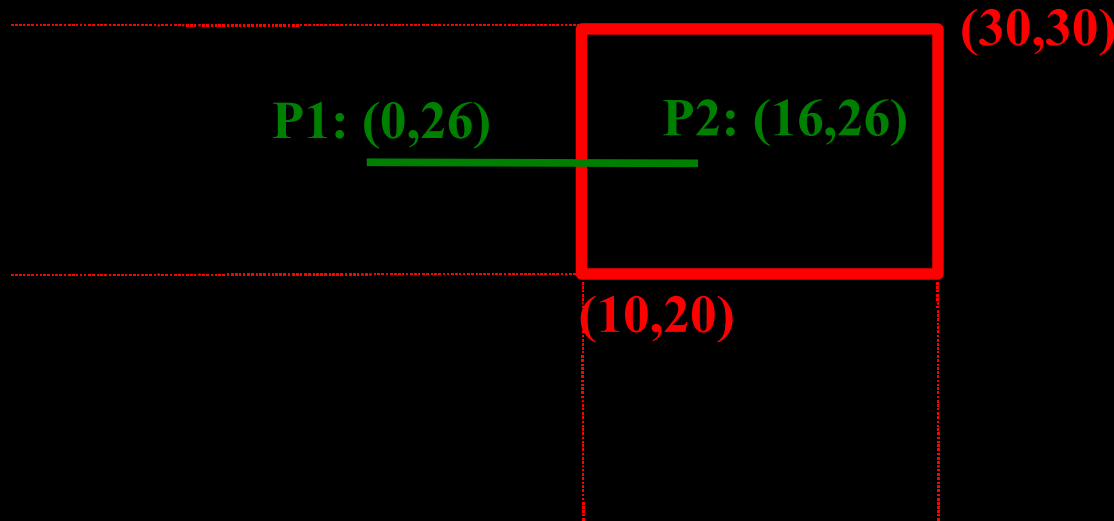
$$y = 17.75$$

$$17.75 < y_{min} \quad \leftarrow \text{fora da window!}$$

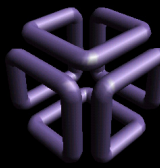


Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 92



- RC: [0001, 0000] -> Esquerda, Centro
- Ocorre intersecção
  - Aonde?



- Coeficiente Angular:

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(26 - 26)}{(16 - 0)} = 0$$

- Calculando para a Esquerda:

$$y = m \cdot (x_e - x_1) + y_1$$

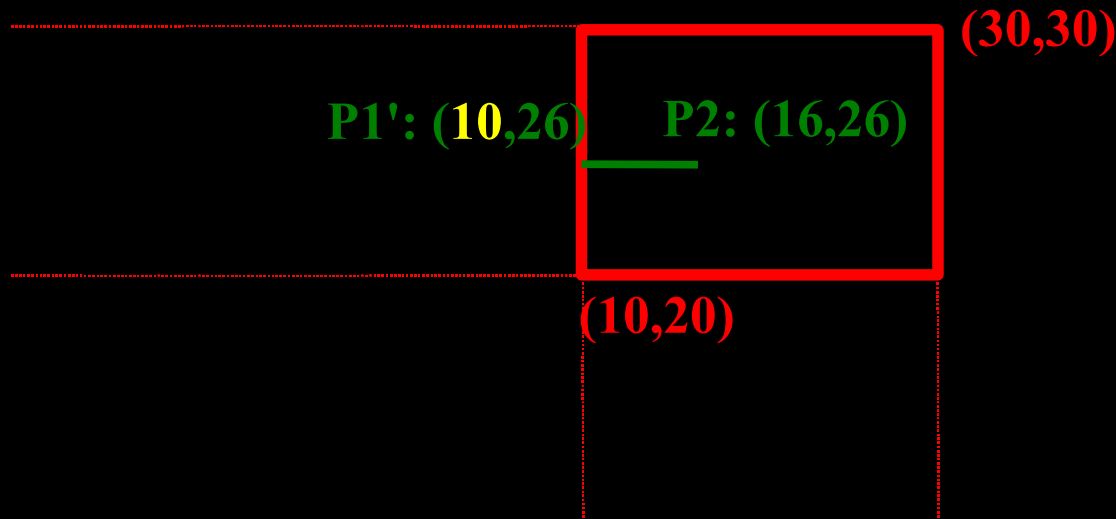
$$y = 0 \cdot (10 - 0) + 26$$

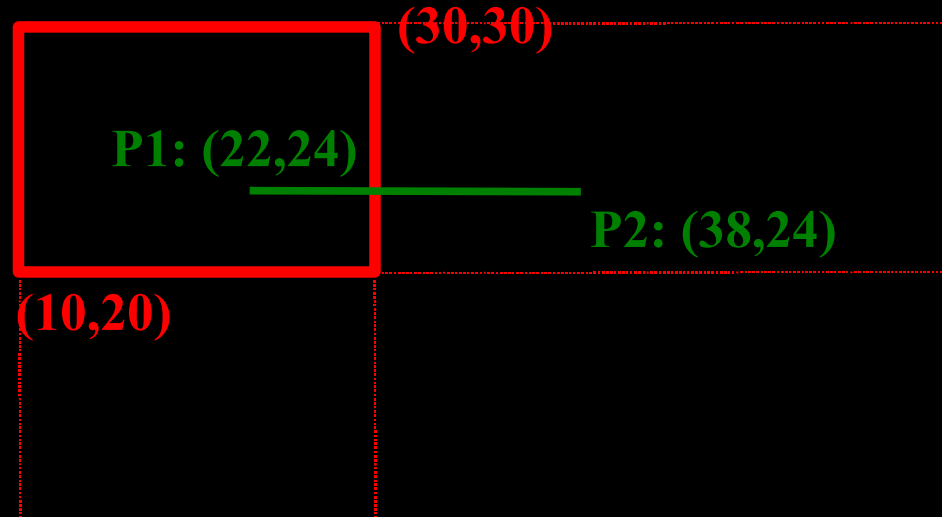
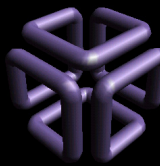
$$y = 26$$

$$y_{min} < 26 < y_{max} \leftarrow \text{OK!}$$

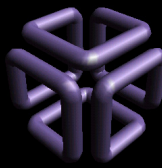


- Nova reta:





- RC: [0000, 0010] -> Centro, Direita
- Ocorre intersecção
  - Aonde?



- Coeficiente Angular:

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(24 - 24)}{(38 - 22)} = 0$$

- Calculando para a Esquerda:

$$y = m \cdot (x_d - x_1) + y_1$$

$$y = 0 \cdot (30 - 8) + 24$$

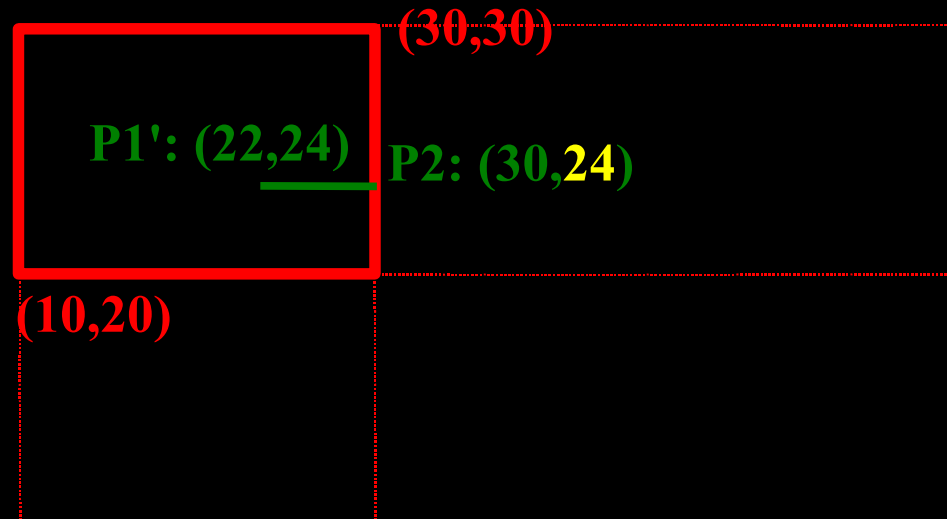
$$y = 24$$

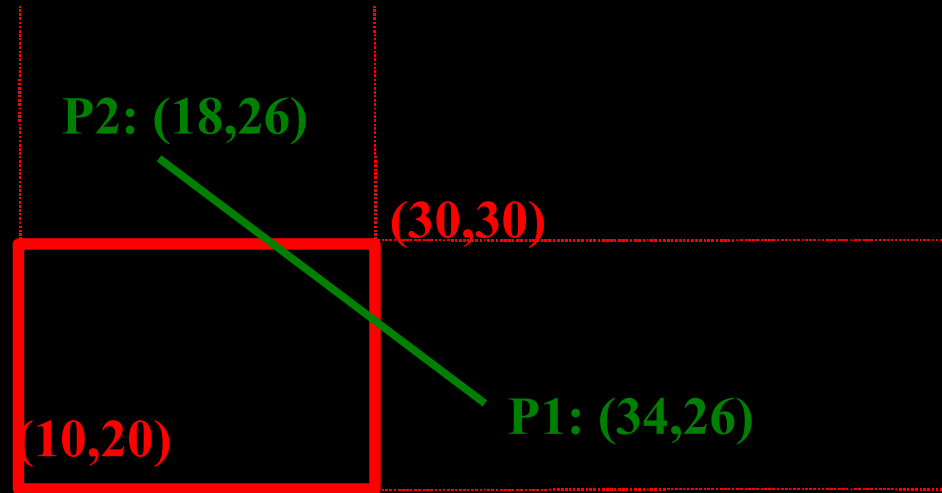
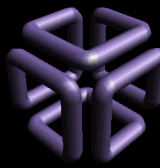
$$y_{min} < 24 < y_{max} \quad \leftarrow \text{OK!}$$



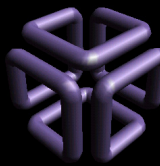


- Nova reta:





- RC: [0010, 1000] -> Direita, Topo
- Verificar se ocorrem intersecções!



- Coeficiente Angular:

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(36 - 26)}{(18 - 34)} = -0.625$$

- Calculando para a Direita:

$$y = m \cdot (x_d - x_1) + y_1$$

$$y = -0.625 \cdot (30 - 34) + 26$$

$$y = 28.5$$

$$y_{min} < 28.5 < y_{max} \quad \leftarrow \text{OK!}$$



- Calculando para o Topo:

$$x = x_1 + \frac{1}{m} \cdot (y_t - y_1)$$

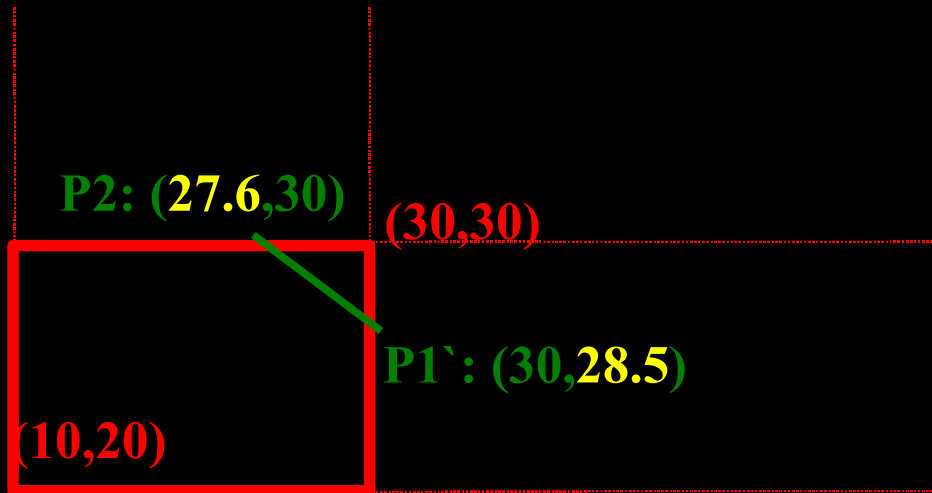
$$x = 34 - \frac{1}{0.625} \cdot (30.26)$$

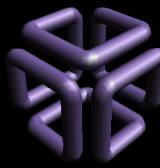
$$x = 27.6$$

$$x_{min} < 27.6 < x_{max} \quad \leftarrow \text{OK!}$$



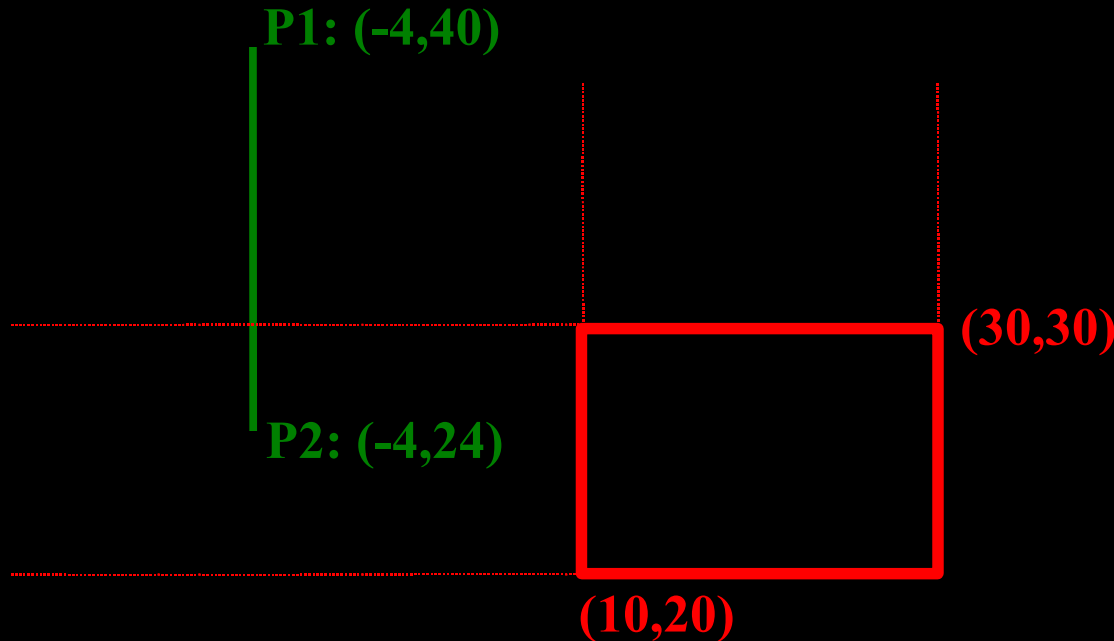
- Nova reta:



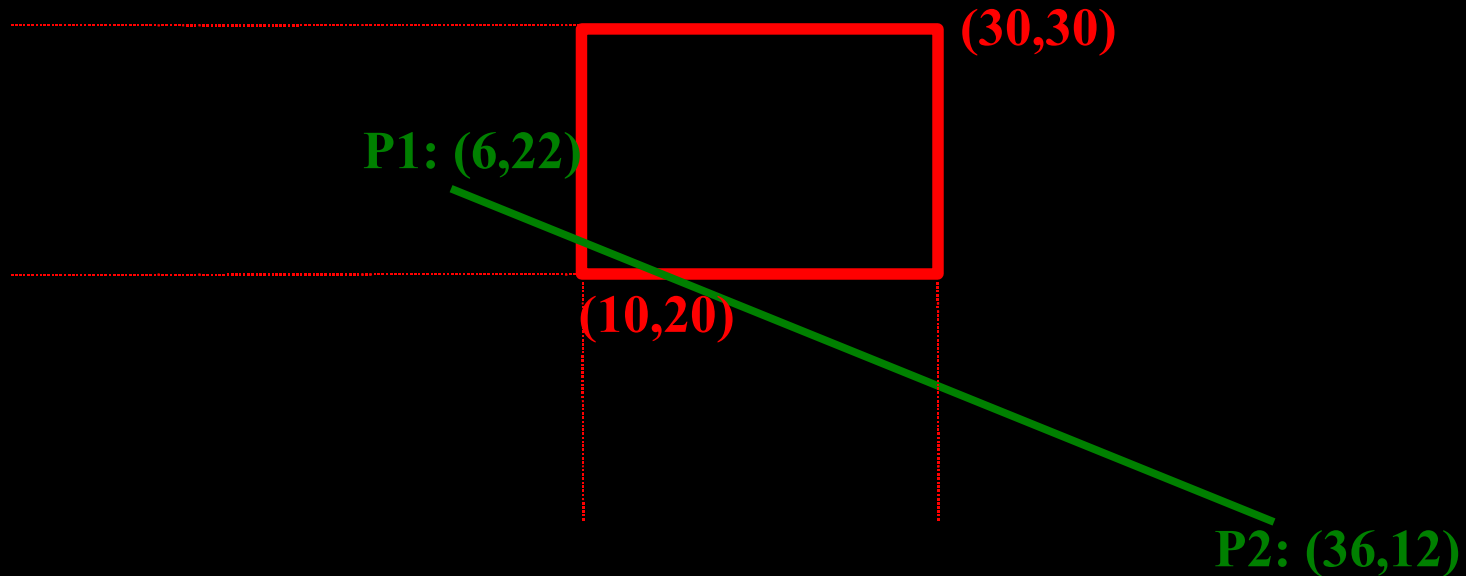
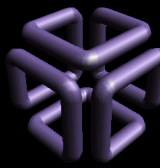


Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 102



- RC: [1001, 0001] -> “E” Lógico dá 0001
- Totalmente fora.



- RC: [0001, 0110] -> Esquerda, Abaixo-Direita
- Verificar se ocorrem intersecções!



- Coeficiente Angular:

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(12 - 22)}{(36 - 6)} = -0.3334$$

- Calculando para a Esquerda:

$$y = m \cdot (x_e - x_1) + y_1$$

$$y = -0.3334 \cdot (10 - 6) + 22$$

$$y = 20.6$$

$$y_{min} < 20.6 < y_{max} \quad \leftarrow \text{OK!}$$





- Calculando para a Direita:

$$y = m \cdot (x_d - x_1) + y_1$$

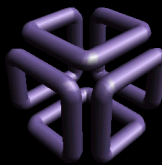
$$y = -0.3334 \cdot (30 - 6) + 22$$

$$y = 14$$

$$14 < y_{min}$$



fora da Window!



- Finalmente, calculando para o Fundo:

$$x = x_1 + \frac{1}{m} \cdot (y_f - y_1)$$

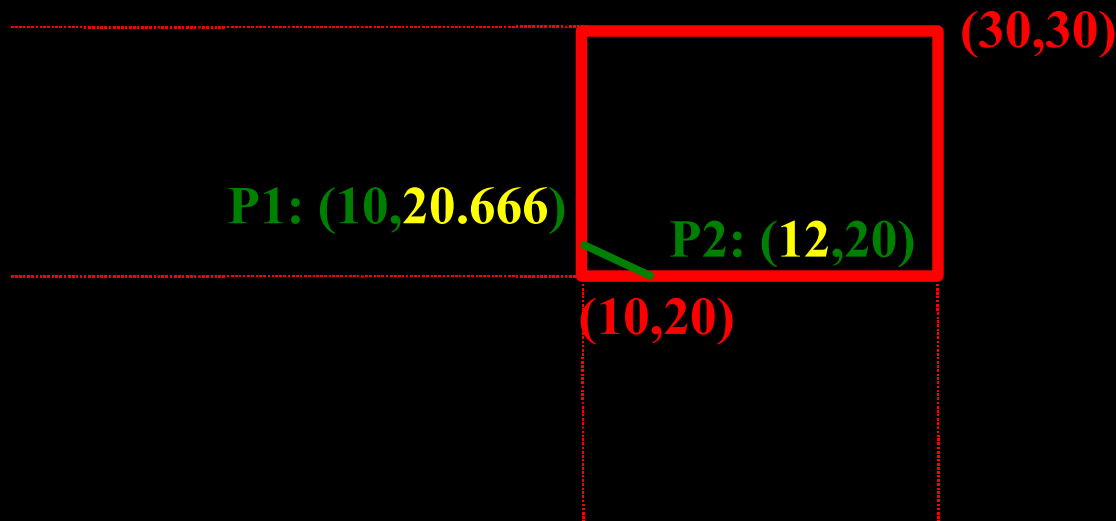
$$x = 6 - \frac{1}{0.3334} \cdot (20 - 22)$$

$$x = 12$$

$$x_{min} < 12 < x_{max} \quad \leftarrow \text{OK!}$$

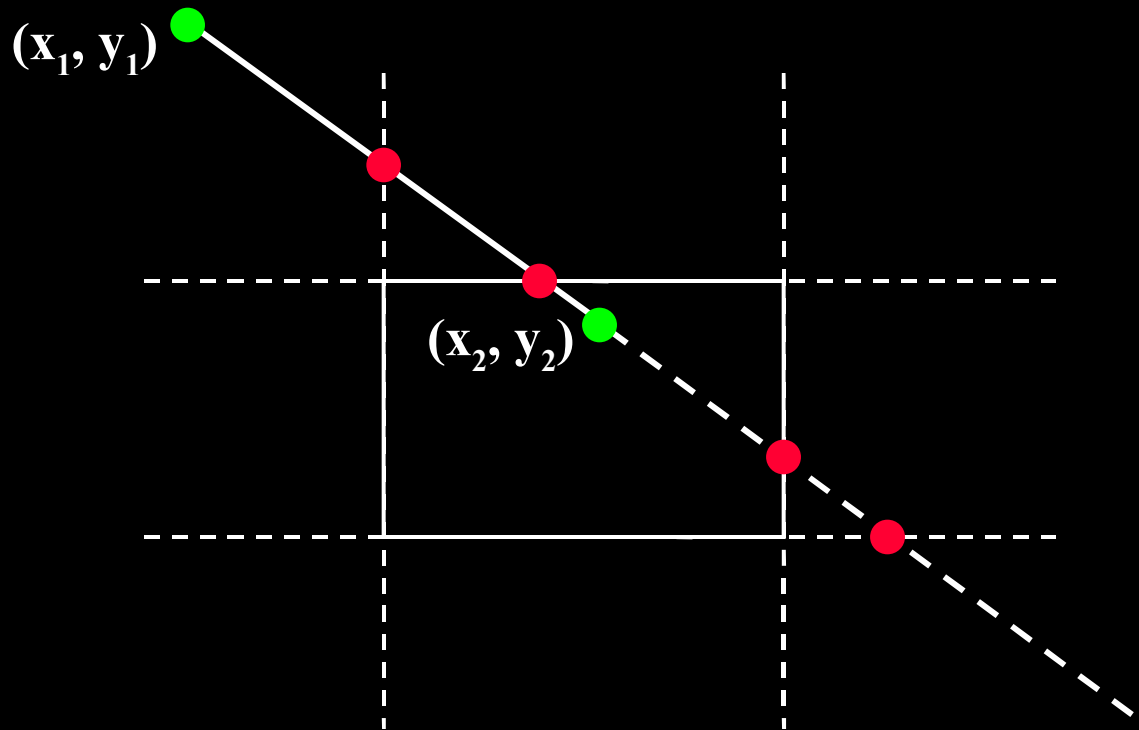


- Nova reta:





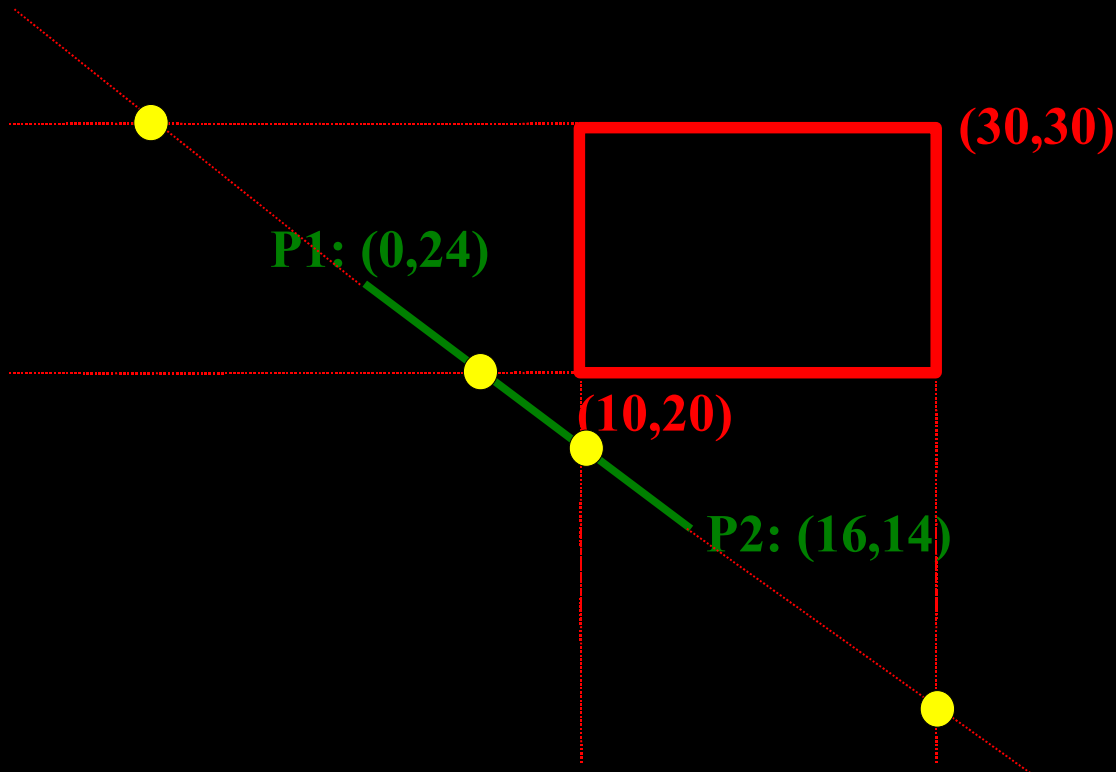
## Parte 2: Liang-Barsky





**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

**Aula 4: Clipping # 109**





- $p_1, p_2 \dots q_1, q_2 \dots$

$$p_1 = -\Delta x = -16$$

$$p_2 = \Delta x = 16$$

$$p_3 = -\Delta y = -(14 - 24) = 10$$

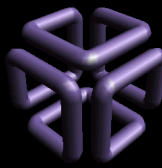
$$p_4 = \Delta y = -10$$

$$q_1 = x_1 - x_{min} = 0 - 10 = -10$$

$$q_2 = x_{max} - x_1 = 30 - 0 = 30$$

$$q_3 = y_1 - y_{min} = 24 - 20 = 4$$

$$q_4 = y_{max} - y_1 = 30 - 24 = 6$$

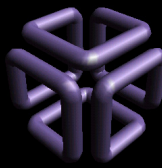


- $u_1$  – valores menores do que zero –  $p_1$  e  $p_4$

$$r_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{-10}{-16} = 0.625$$

$$r_4 = \frac{q_4}{p_4} = \frac{6}{-10} = -0.6$$

$$u_1 = \max(0, r_1, r_4) = 0.625$$



- $u_2$  – valores menores do que zero –  $p_2$  e  $p_3$

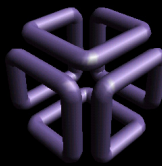
$$r_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{30}{16} = 1,875$$

$$r_4 = \frac{q_4}{p_4} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$u_2 = \min(1, r_2, r_3) = 0,4$$

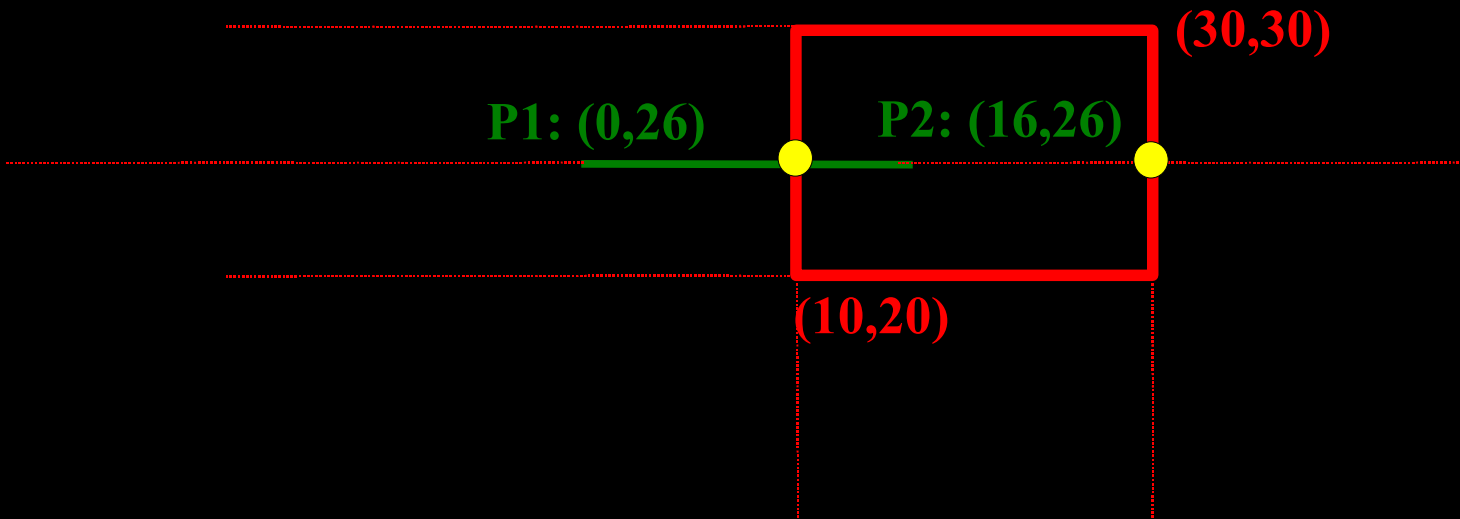
- Como  $u_1 > u_2$ , a reta está fora!





**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

**Aula 4: Clipping # 113**





- $p_1, p_2 \dots q_1, q_2 \dots$

$$p_1 = -\Delta x = -16$$

$$p_2 = \Delta x = 16$$

$$p_3 = -\Delta y = 0$$

$$p_4 = \Delta y = 0$$

$$q_1 = x_1 - x_{min} = 0 - 10 = -10$$

$$q_2 = x_{max} - x_1 = 30 - 0 = 30$$

$$q_3 = y_1 - y_{min} = 26 - 20 = 6$$

$$q_4 = y_{max} - y_1 = 30 - 26 = 4$$

- $p_3$  e  $p_4$  valem 0!
  - Mas  $q_3$  e  $q_4 \geq 0$
  - Dentro dos limites



- $u_1$  – valores menores do que zero –  $p_1$

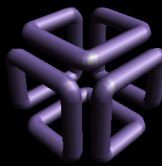
$$r_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{-10}{-16} = 0,625$$

$$u_1 = \max(0, r_1) = 0,625$$

- $u_2$  – valores maiores do que zero –  $p_2$

$$r_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{30}{16} = 1,875$$

$$u_2 = \min(1, r_2) = 1$$



- $u_2$  é maior do que 1
  - Logo, de dentro para fora o segmento não toca a window.

- Colocando  $u_1$  na equação paramétrica:

$$x = x_1 + u \Delta x$$

$$x = 0 + 0,625 \cdot 16$$

$$x = 10$$

$$y = y_1 + u \Delta y$$

$$y = 26 + 0,625 \cdot 0$$

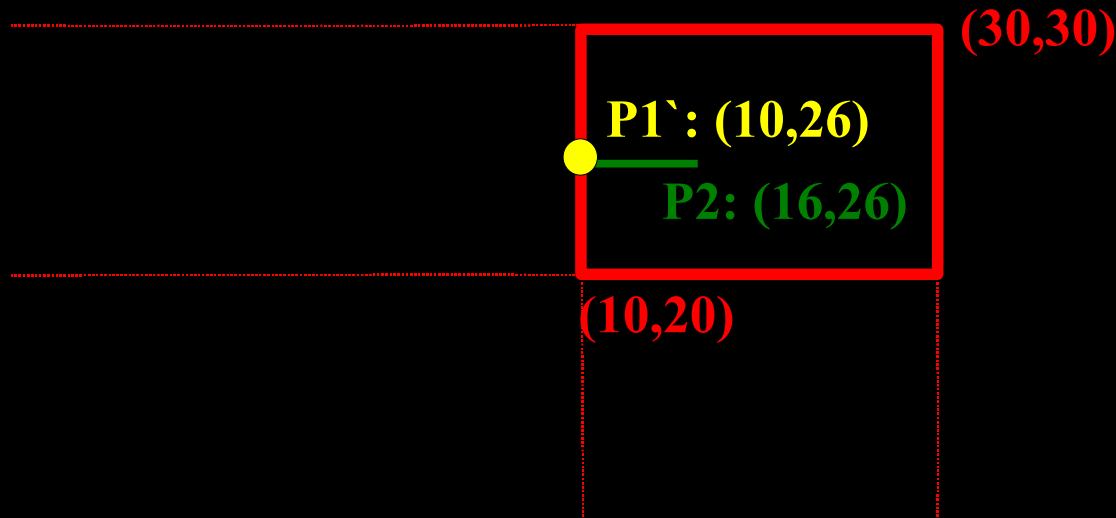
$$y = 26$$

- Novo ponto, de fora para dentro: (10, 26)



**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

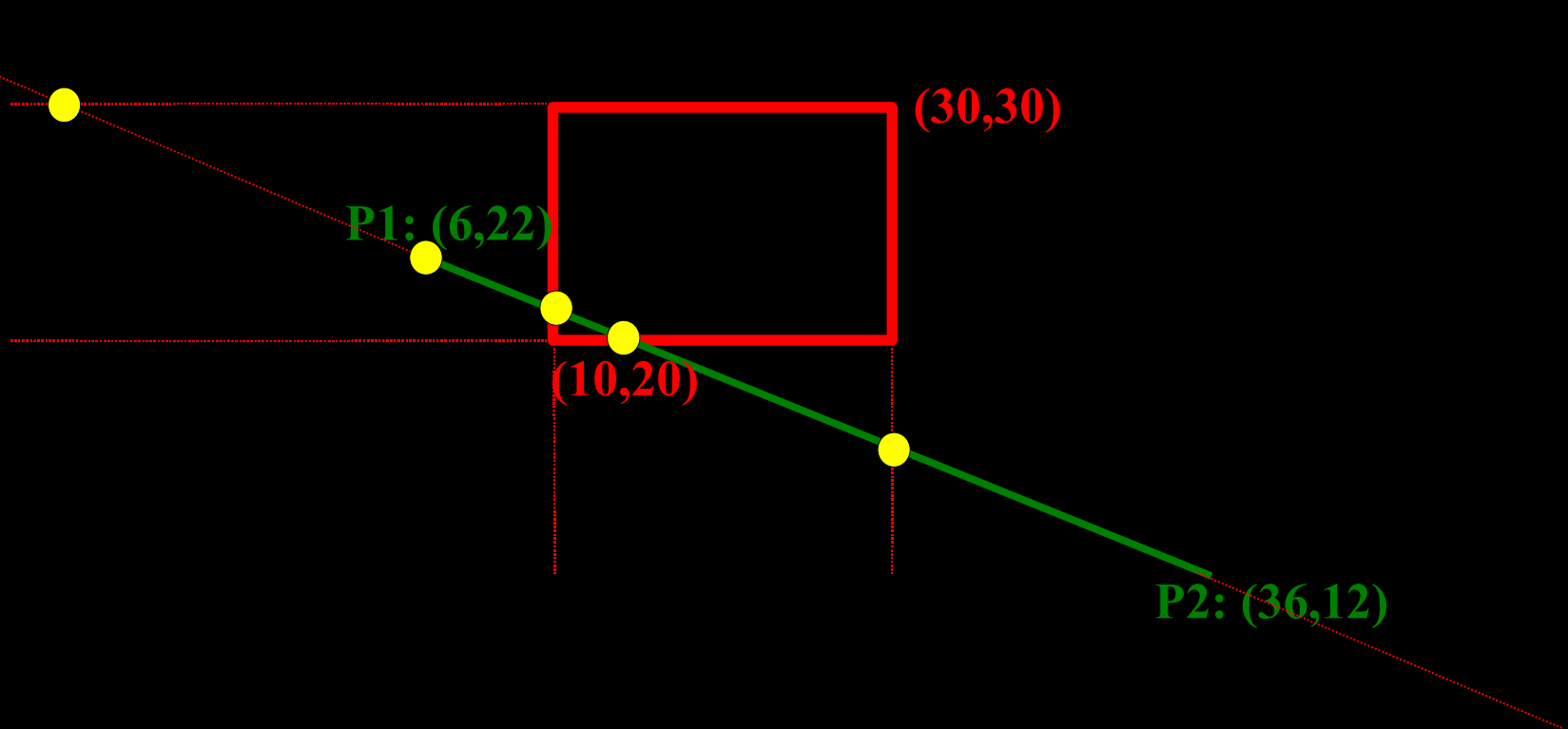
**Aula 4: Clipping # 117**

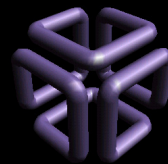




**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

**Aula 4: Clipping # 118**





- $p_1, p_2 \dots q_1, q_2 \dots$

$$p_1 = -\Delta x = -(36 - 6) = -30$$

$$p_2 = \Delta x = 30$$

$$p_3 = -\Delta y = -(12 - 22) = 10$$

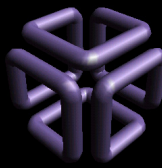
$$p_4 = \Delta y = -10$$

$$q_1 = x_1 - x_{min} = 6 - 10 = -4$$

$$q_2 = x_{max} - x_1 = 30 - 6 = 24$$

$$q_3 = y_1 - y_{min} = 22 - 20 = 2$$

$$q_4 = y_{max} - y_1 = 30 - 22 = 6$$



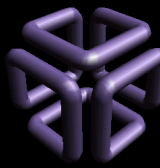
- $u_1$  – valores menores do que zero –  $p_1$  e  $p_4$

$$r_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{-4}{-30} = 0,1334$$

$$r_4 = \frac{q_4}{p_4} = \frac{6}{-10} = -0,6$$

$$u_1 = \max(0, r_1, r_4) = 0,1334$$





- $u_2$  – valores maiores do que zero –  $p_2$  e  $p_3$

$$r_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{30}{16} = 1,875$$

$$r_3 = \frac{q_3}{p_3} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$u_2 = \min(1, r_2, r_3) = 0,2$$



- Colocando  $u=1$  na equação paramétrica:

$$x = x_1 + u \Delta x$$

$$x = 6 + 0,1334 \cdot 30$$

$$x = 10$$

$$y = y_1 + u \Delta y$$

$$y = 22 + 0,1334 \cdot (-10)$$

$$y = 20.6667$$

- Novo ponto, de fora para dentro: (10, 20.6667)



- Colocando  $u_2$  na equação paramétrica:

$$x = x_1 + u \Delta x$$

$$x = 6 + 0,2 \cdot 30$$

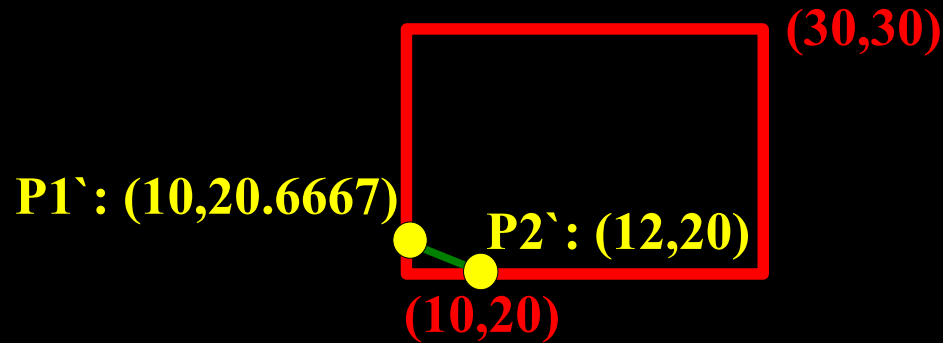
$$x = 12$$

$$y = y_1 + u \Delta y$$

$$y = 22 + 0,2 \cdot (-10)$$

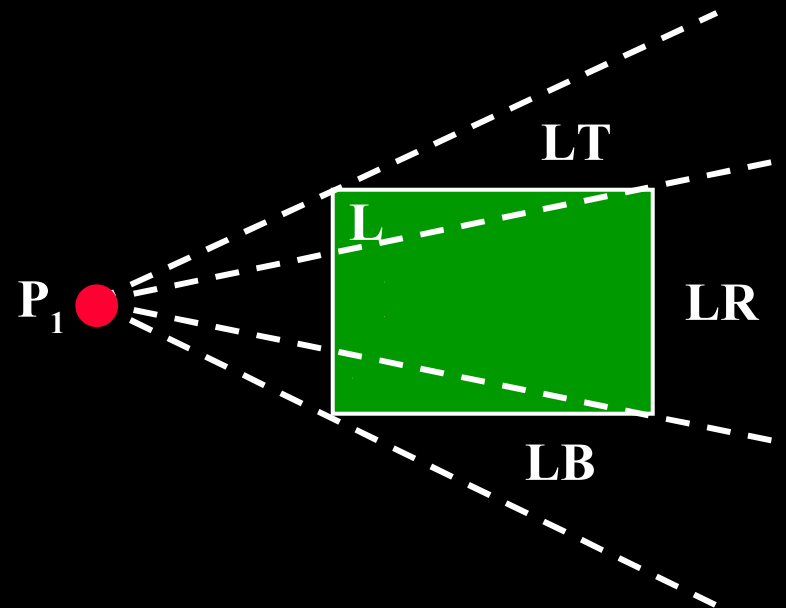
$$y = 20$$

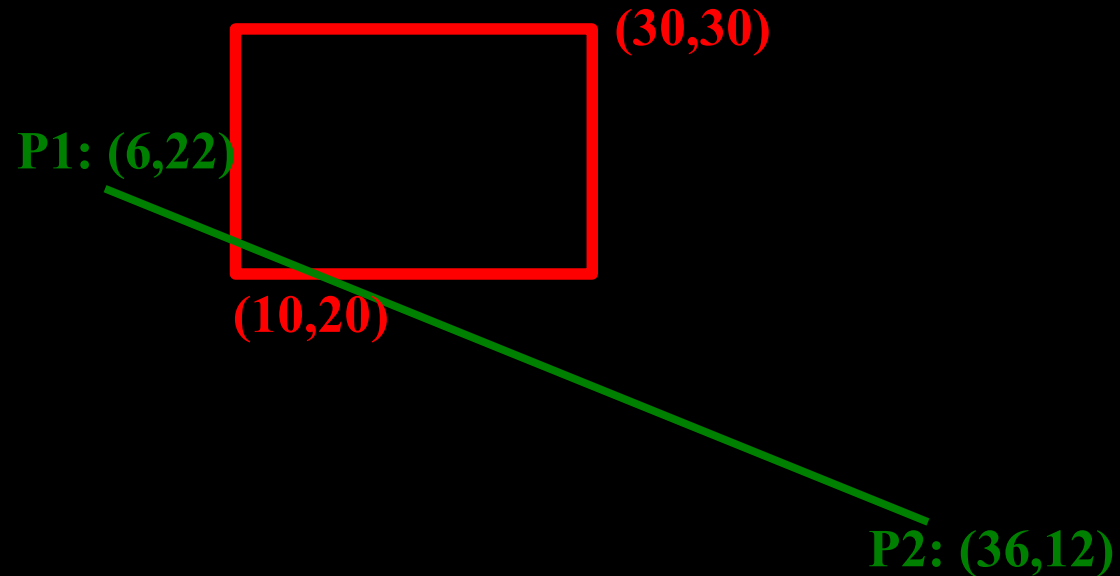
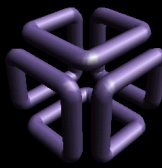
- Novo ponto, de dentro para fora: (12, 20)





## Parte 3: Nicholl-Lee-Nicholl



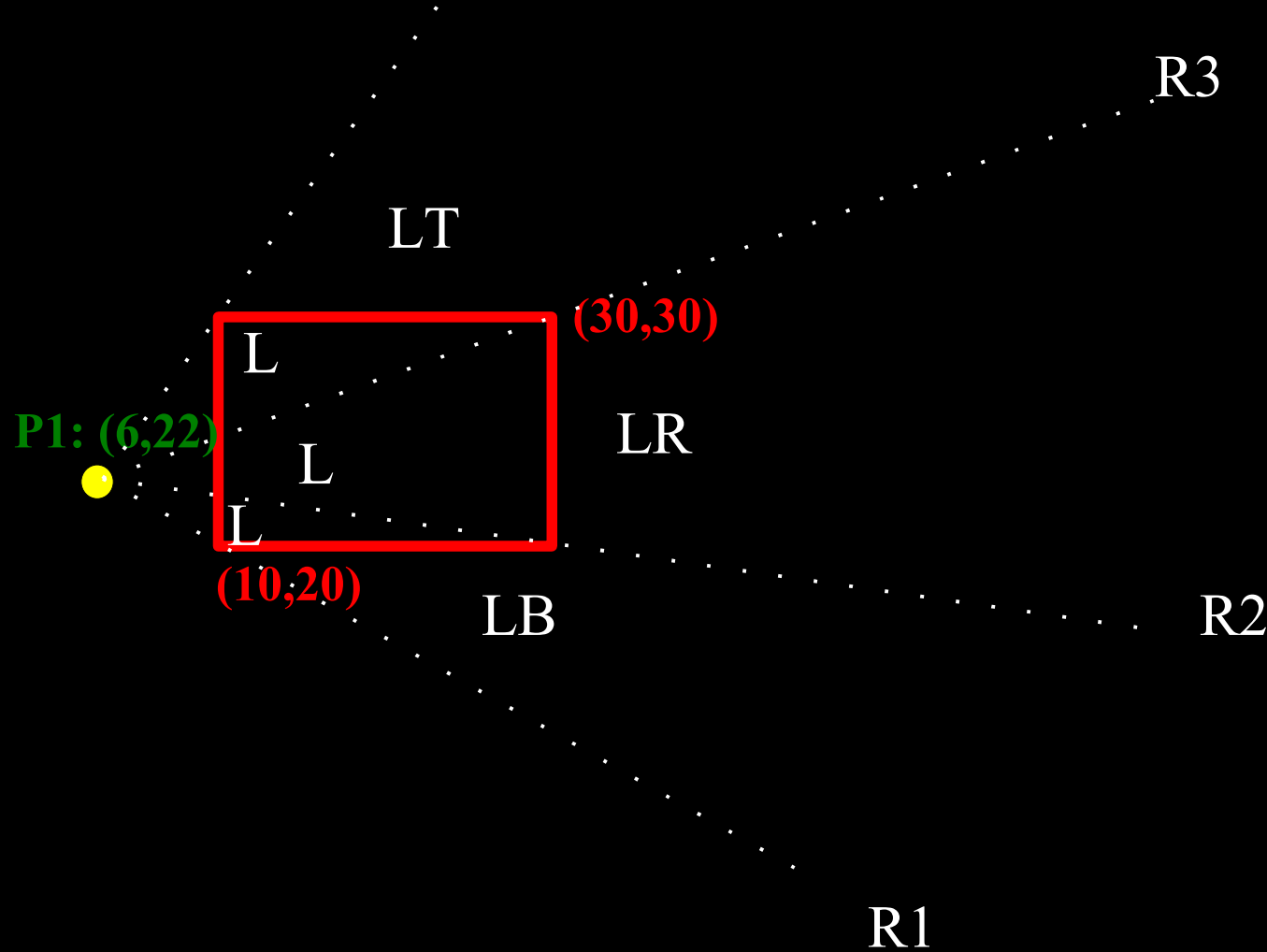


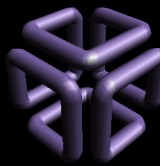


R4

Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 127





- Coeficiente angular das novas retas:

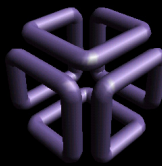
$$m_1 = \frac{(20 - 22)}{(10 - 6)} = \frac{-2}{4} = -0,5$$

$$m_2 = \frac{(20 - 22)}{(30 - 6)} = \frac{-2}{24} = -0.0833$$

$$m_3 = \frac{(30 - 22)}{(30 - 6)} = \frac{8}{24} = 0.3334$$

$$m_4 = \frac{(30 - 22)}{(10 - 6)} = \frac{8}{4} = 2$$





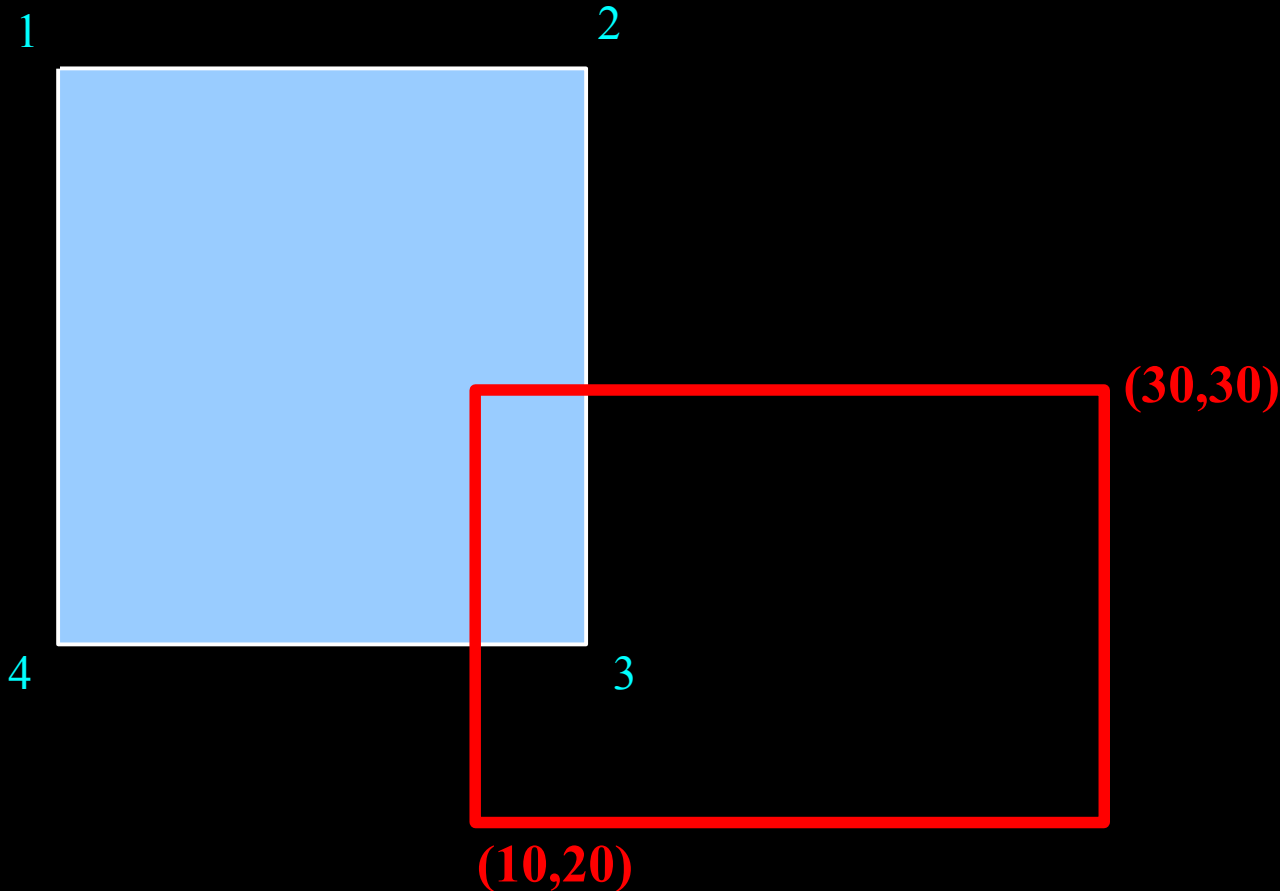
- Coeficiente angular da reta de teste:

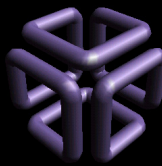
$$m_r = \frac{(12 - 22)}{(36 - 6)} = \frac{-10}{30} = -0.3334$$

- Se encontra entre  $m_1$  e  $m_2$ 
  - Logo, basta testar a intersecção com os limites esquerdo e inferior da Window.
  - Se  $m_r$  fosse  $<$  que  $m_1$  ou  $>$   $m_4$ , a reta estaria descartada automaticamente.



# Clipping de Polígonos



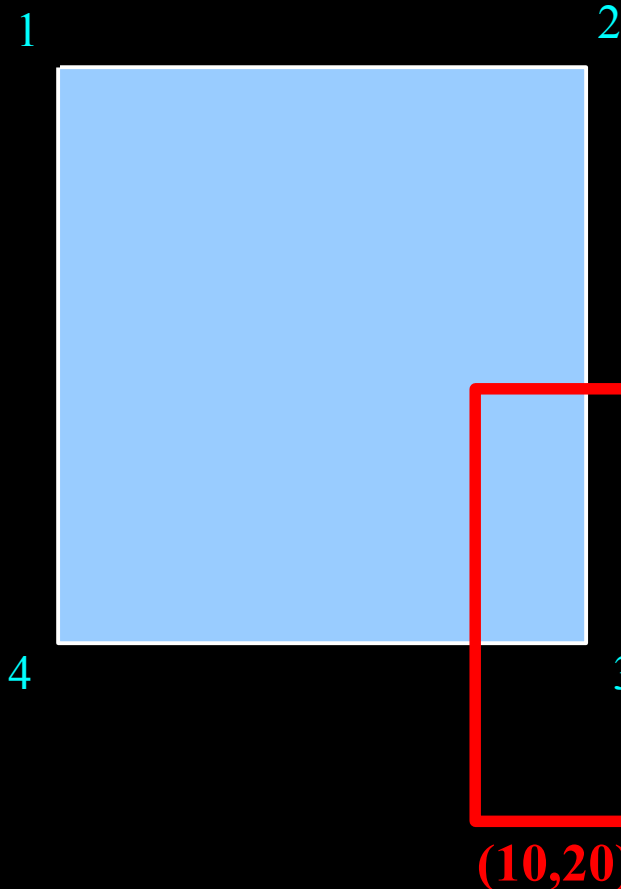


- Por Sutherland-Hodgeman:
- Clipe contra cada borda da Window
  - Percorra a lista de vértices adicionando ou removendo pontos conforme o caso.



**Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo**

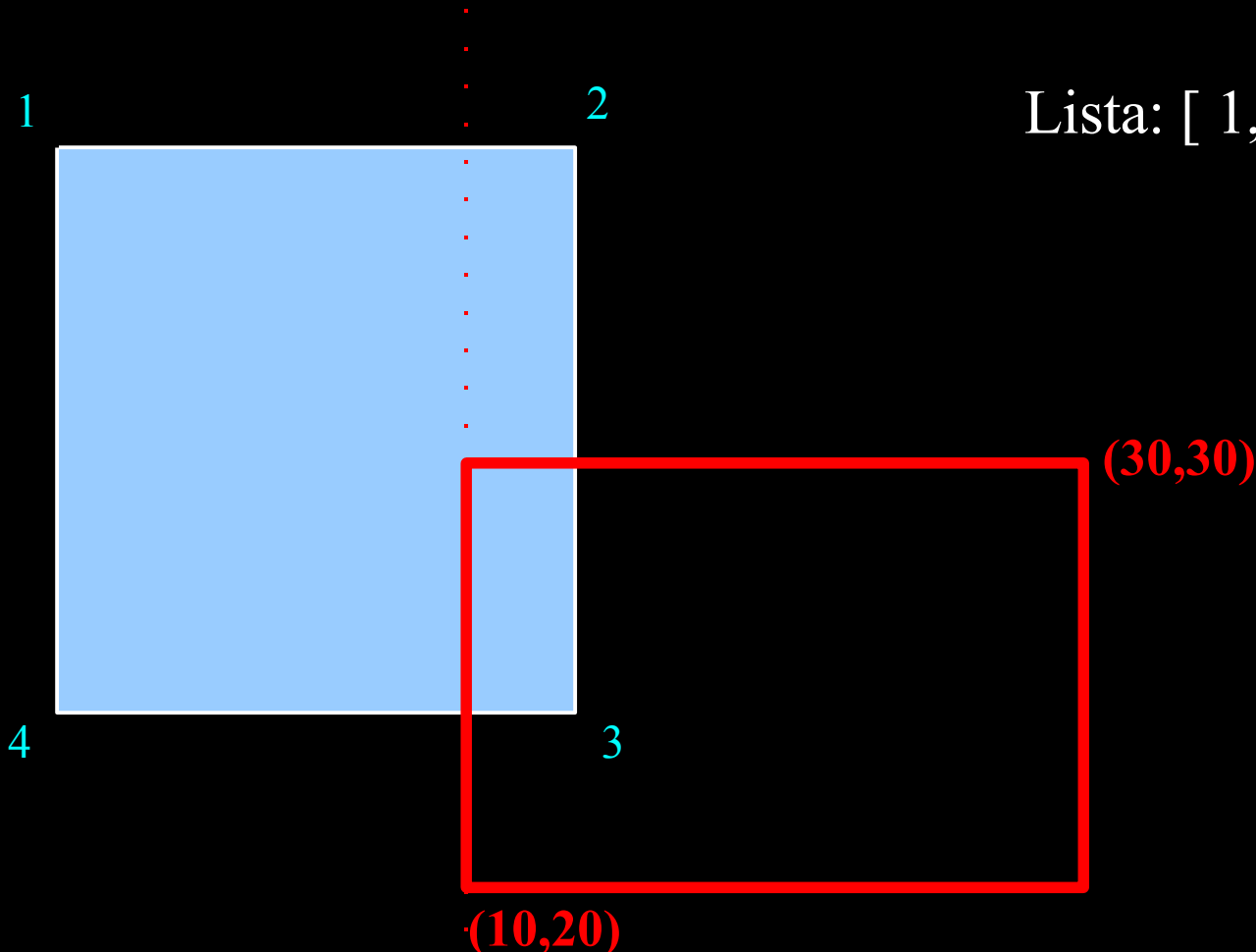
**Aula 4: Clipping # 132**



Lista: [ 1, 2, 3, 4 ]

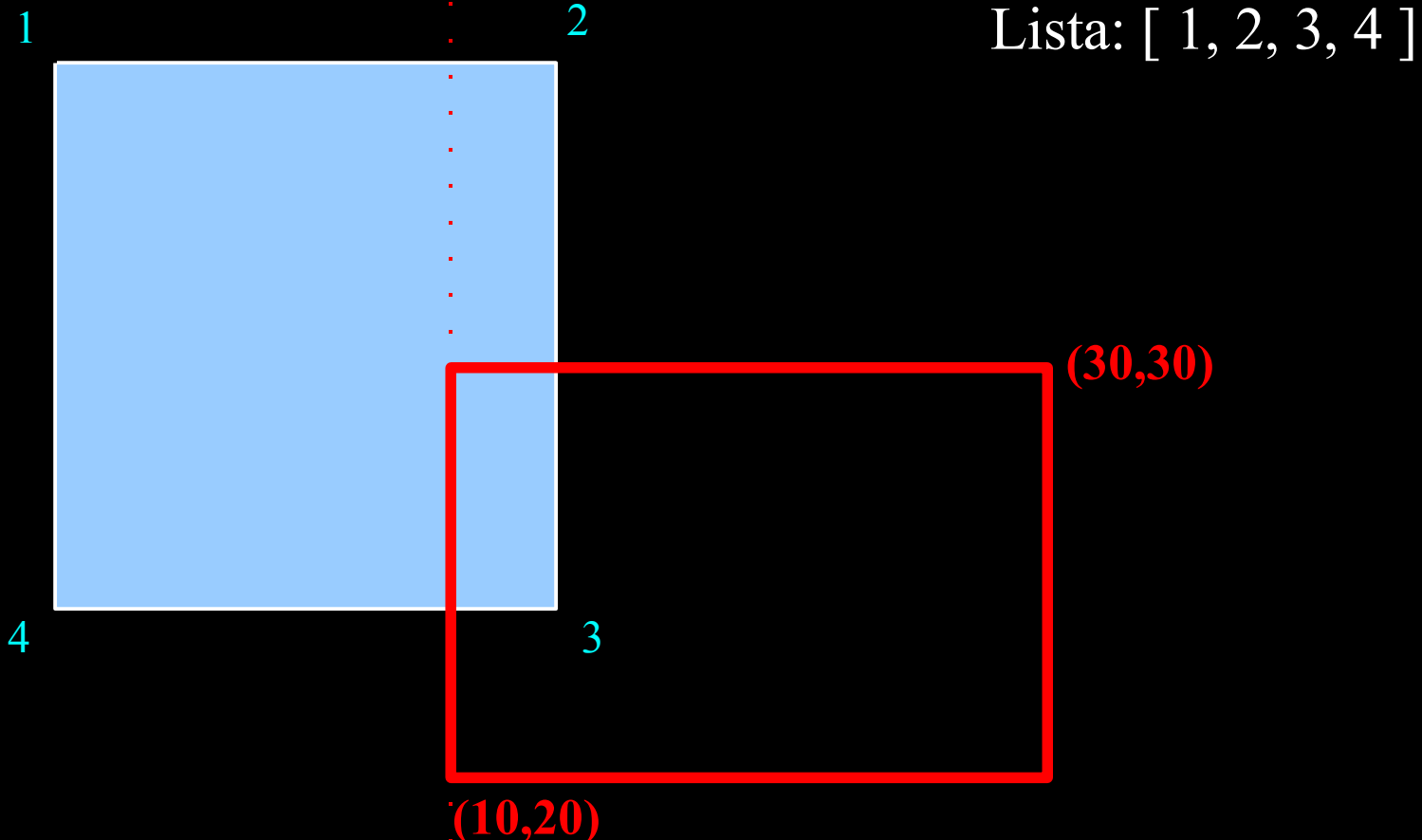


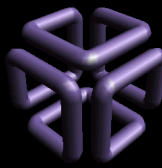
- Borda Esquerda:



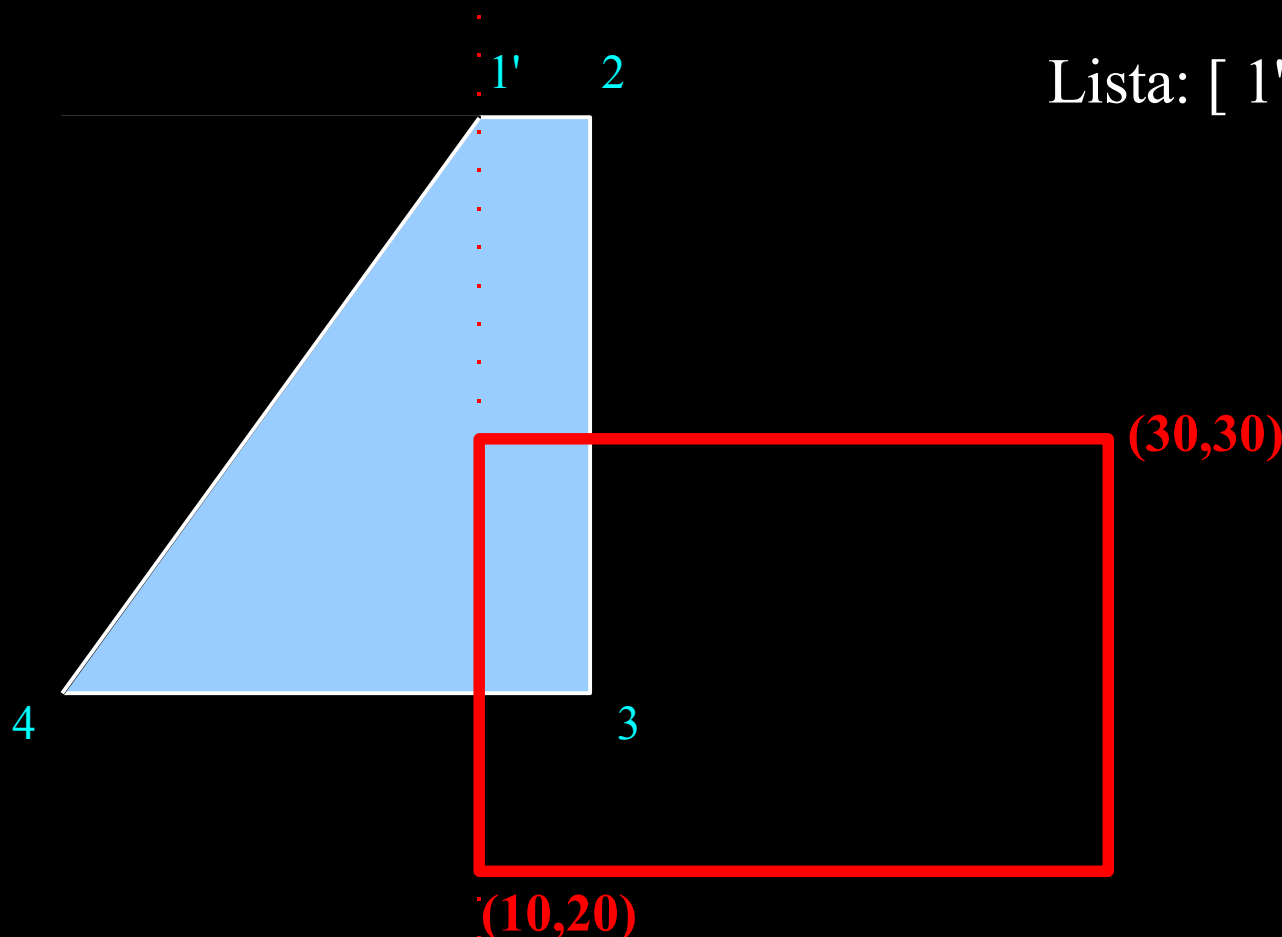


- Vértices 1 e 2: Fora, Dentro
- Remove 1, Mantém 2, Adiciona 1' entre 1 e 2





- Vértices 1 e 2: Fora, Dentro
- Remove 1, Mantém 2, Adiciona 1' entre 1 e 2

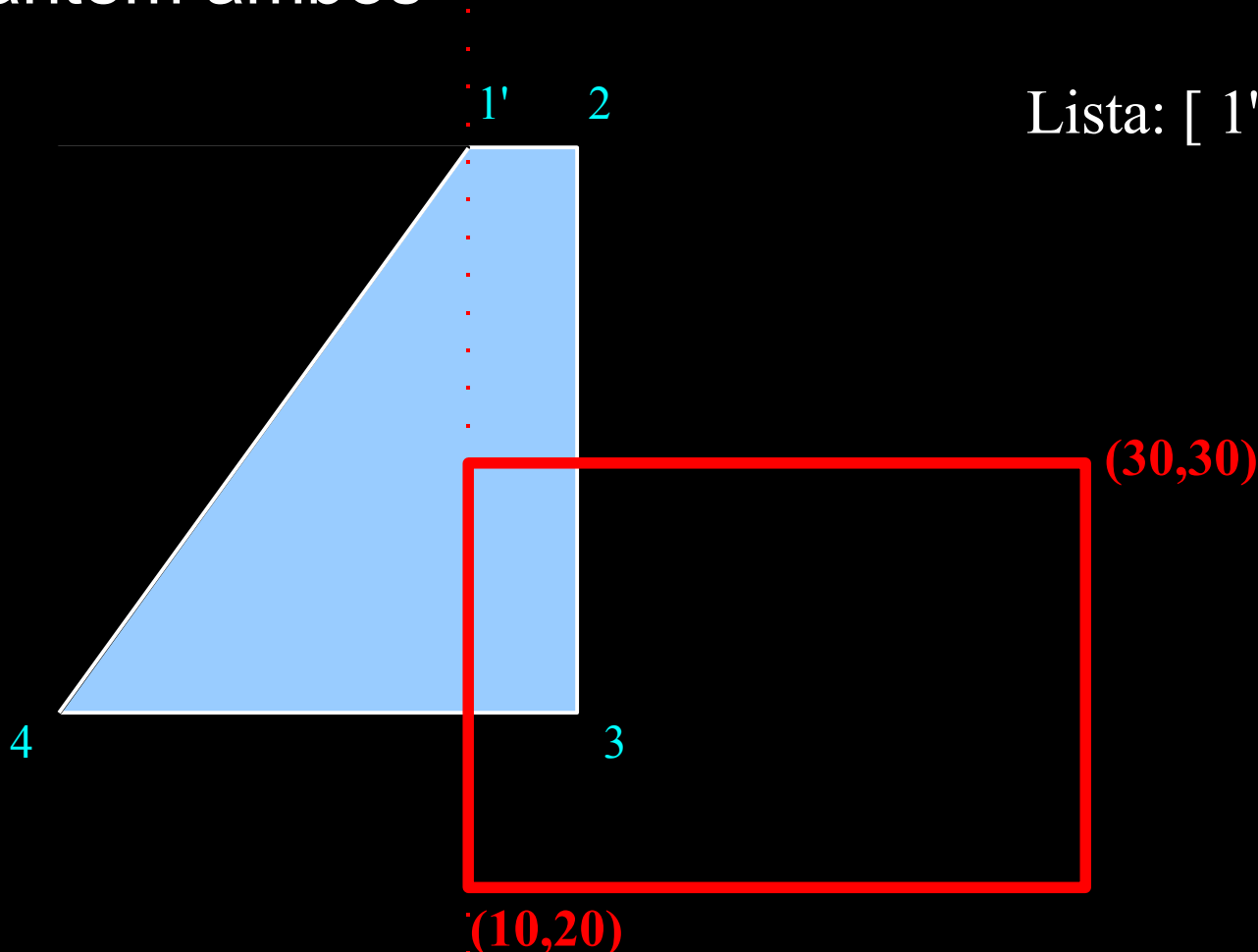




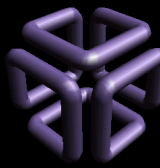
Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 136

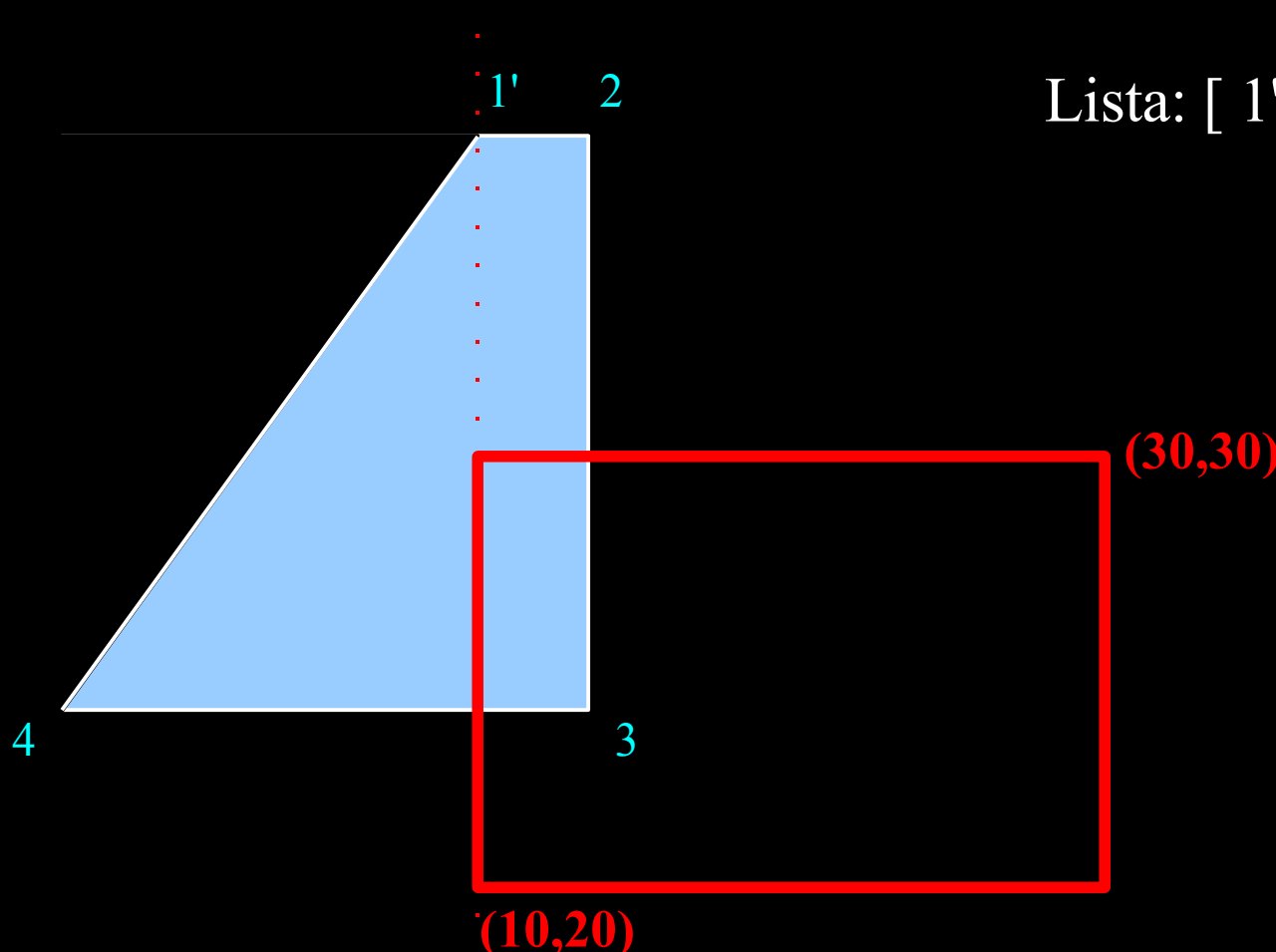
- Vértices 2 e 3: Dentro, Dentro
- Mantém ambos







- Vértices 3 e 4: Dentro, Fora
- Mantém 3, Remove 4, Adiciona 4' entre 3 e 4

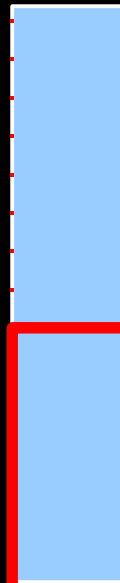




- Vértices 3 e 4: Dentro, Fora
- Mantém 3, Remove 4, Adiciona 4' entre 3 e 4

1' 2

Lista: [ 1', 2, 3, 4' ]



(30,30)

4' 3

(10,20)



- Borda Superior:

1' 2

Lista: [ 1', 2, 3, 4' ]



(30,30)

4' 3

(10,20)



Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 140

- Vértices 1' e 2: Fora, Fora
- Remove 1', Adiciona 1'' entre 1' e 4

1' 2

Lista: [ 1', 2, 3, 4' ]



(30,30)

4' 3

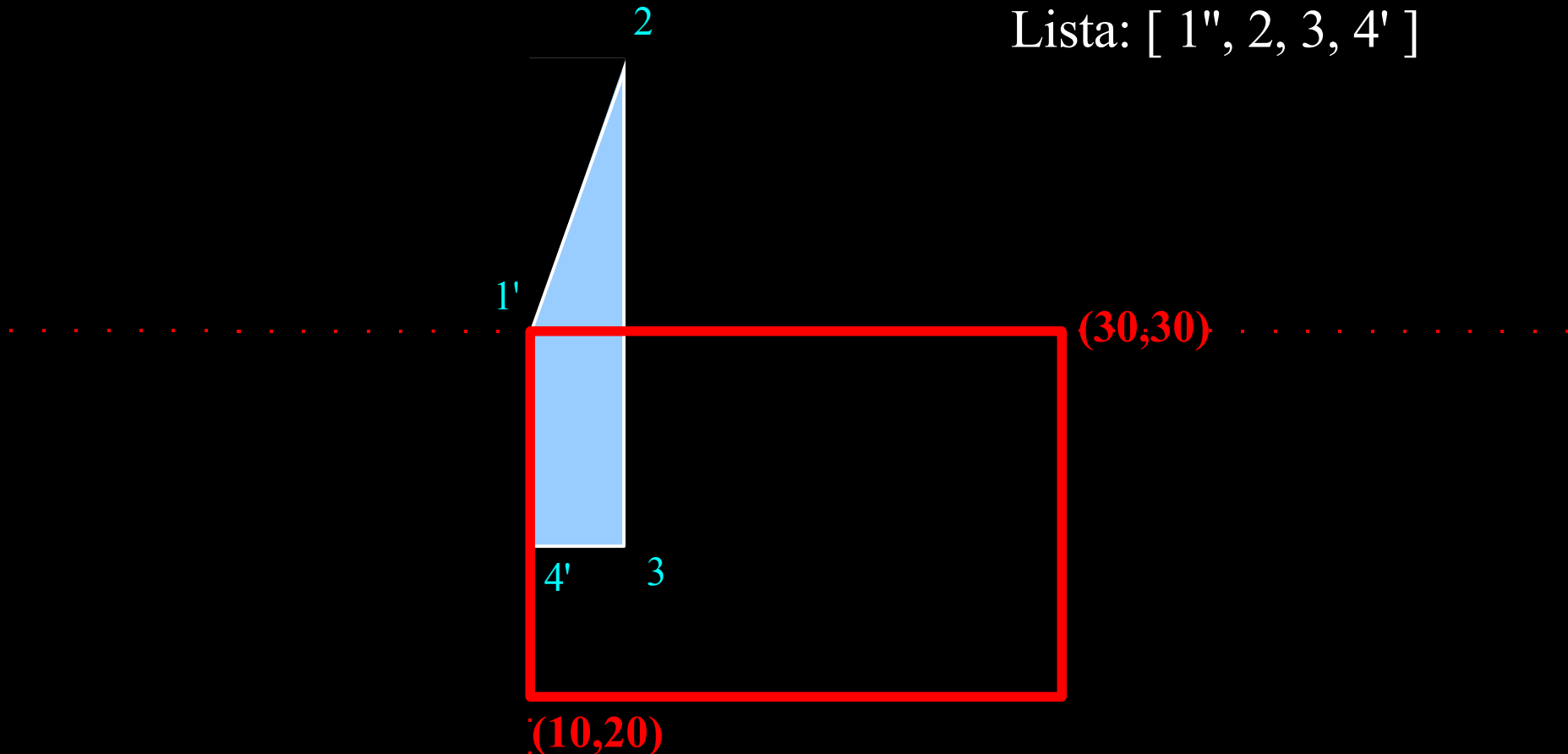
(10,20)



Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 141

- Vértices 1' e 2: Fora, Fora
- Remove 1', Adiciona 1'' entre 1' e 4

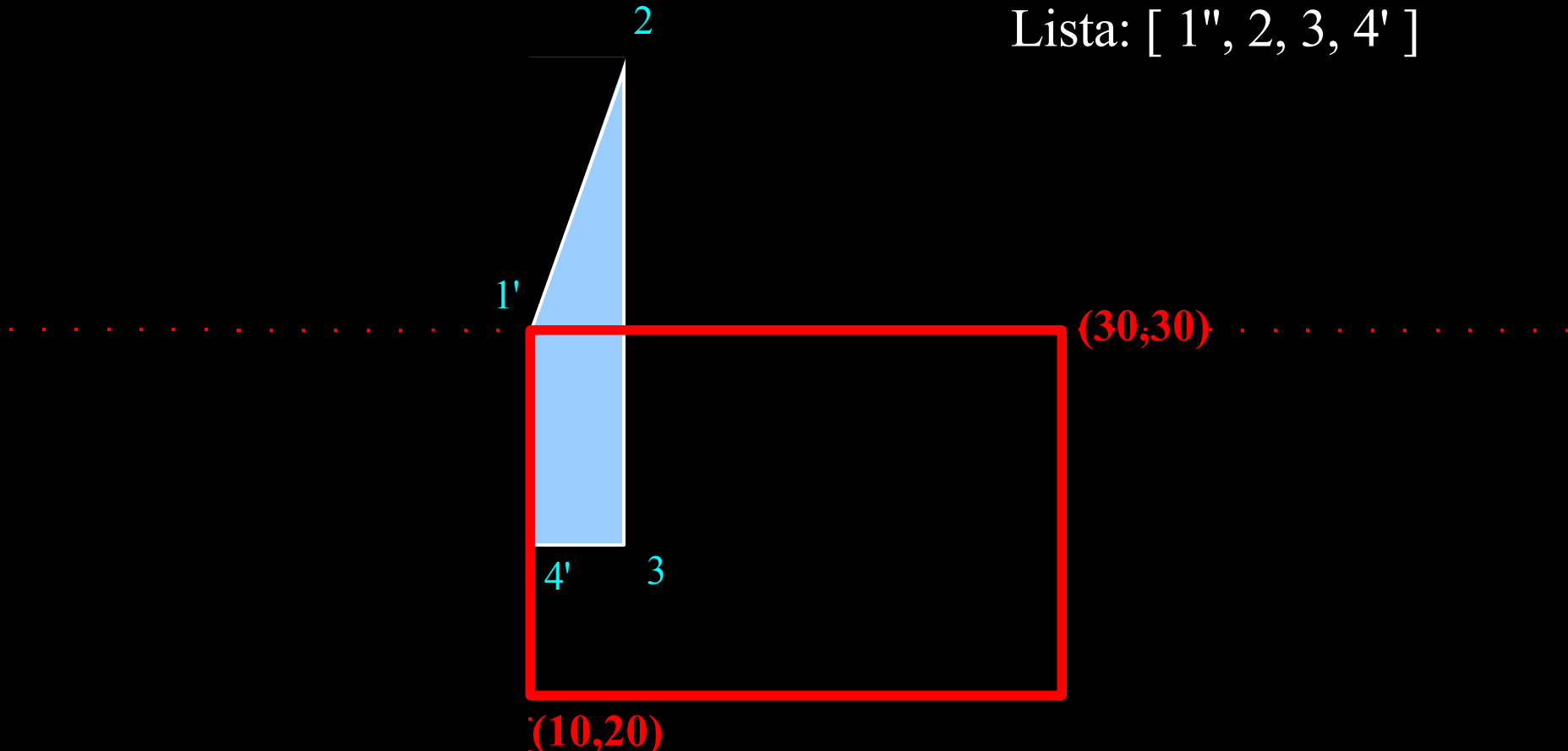


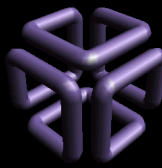


Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 142

- Vértices 1' e 2: Fora, for a (cont)
- Remove 2, Adiciona 2' entre 2 e 3



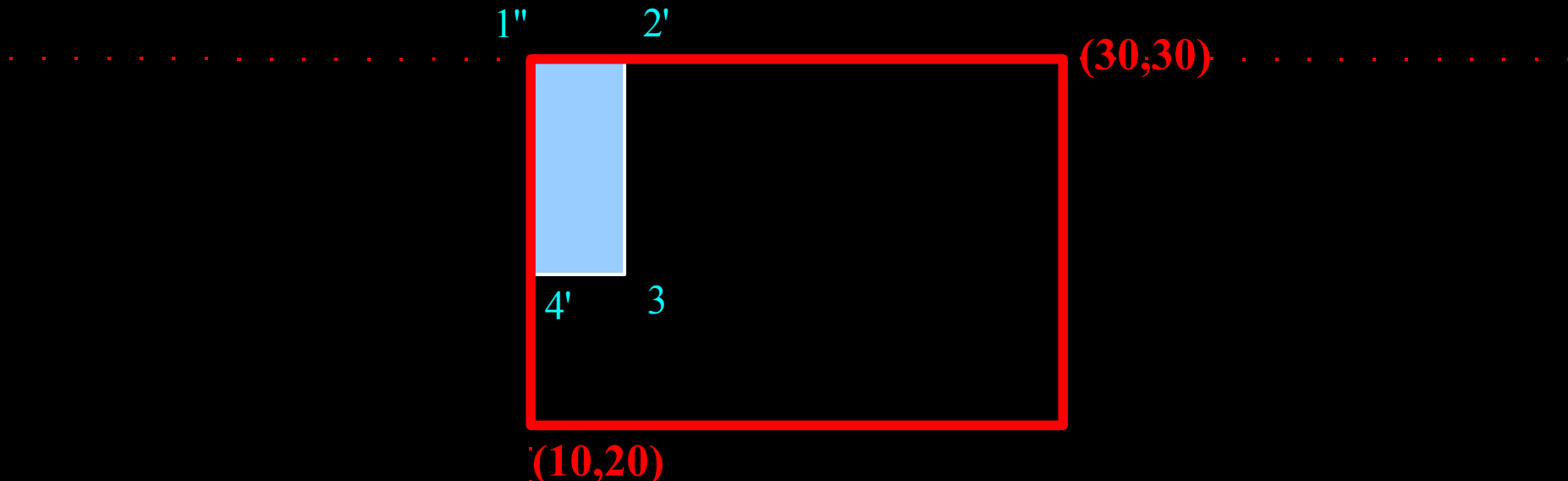


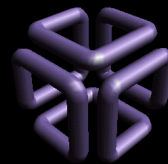
Parte I: Computação Gráfica Básica - Implementação de um Sistema Gráfico Interativo

Aula 4: Clipping # 143

- Vértices 1' e 2: Fora, for a (cont)
- Remove 2, Adiciona 2' entre 2 e 3

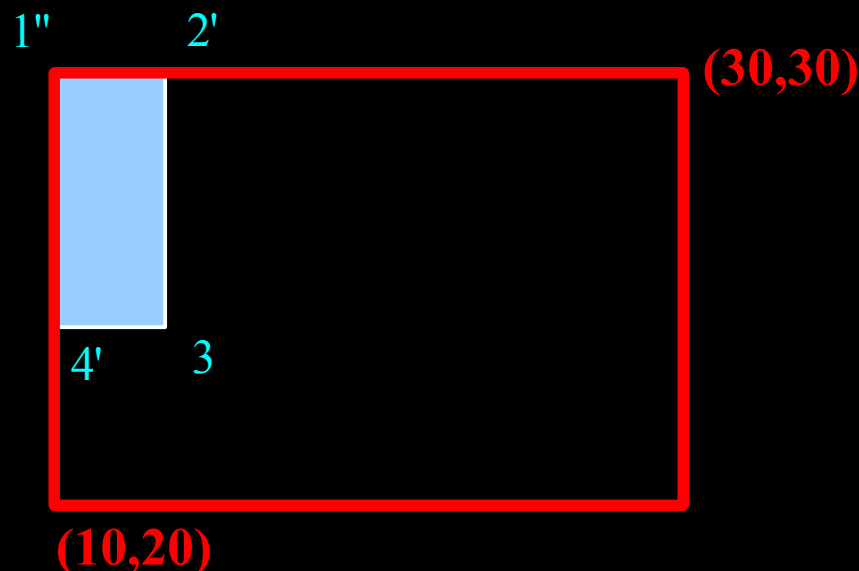
Lista: [ 1'', 2', 3, 4' ]





- Polígono final clippado:
  - O algoritmo continua, mas todos os vértices já estão dentro, neste caso...

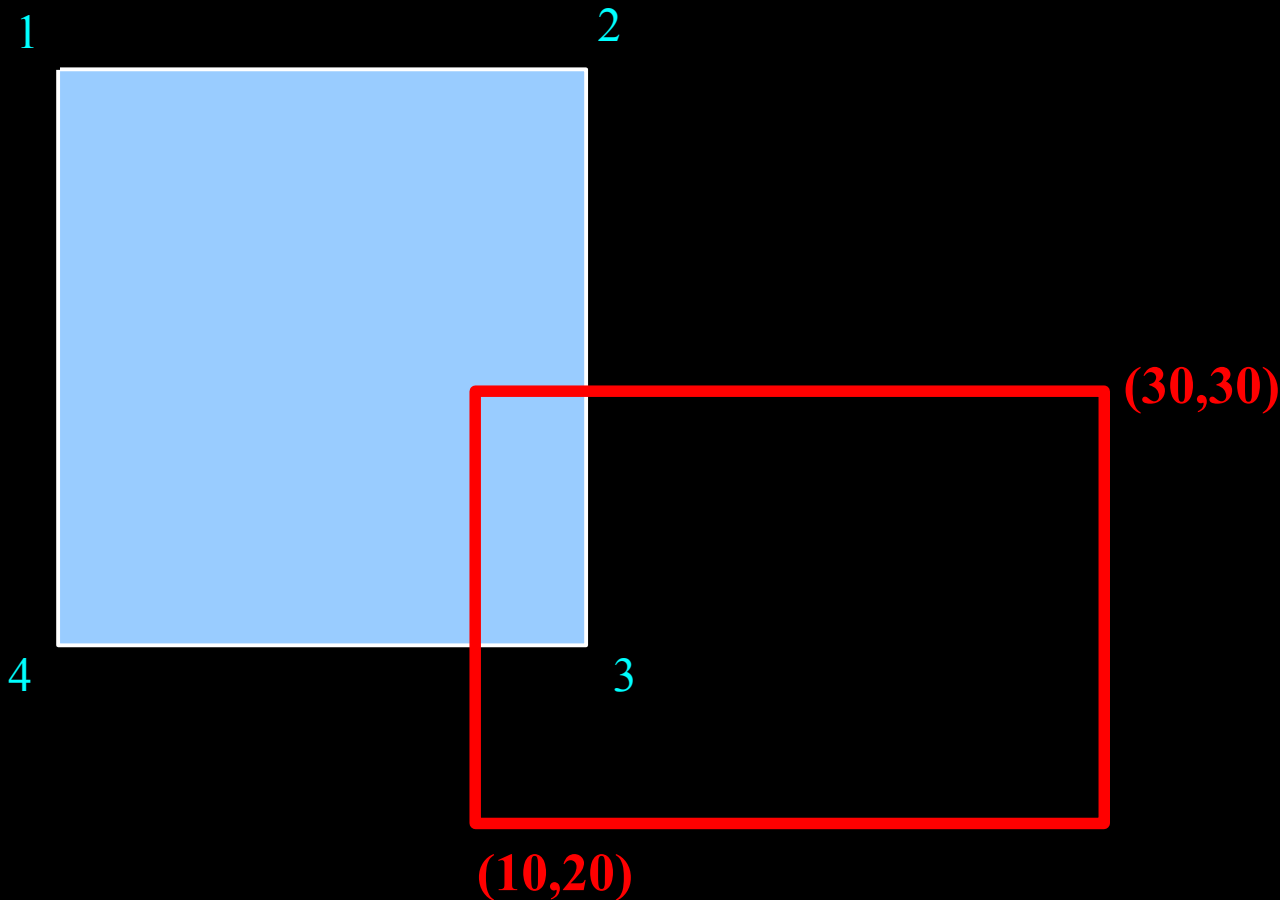
Lista: [ 1'', 2', 3, 4' ]

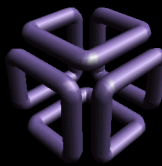






# Clipping de Polígonos





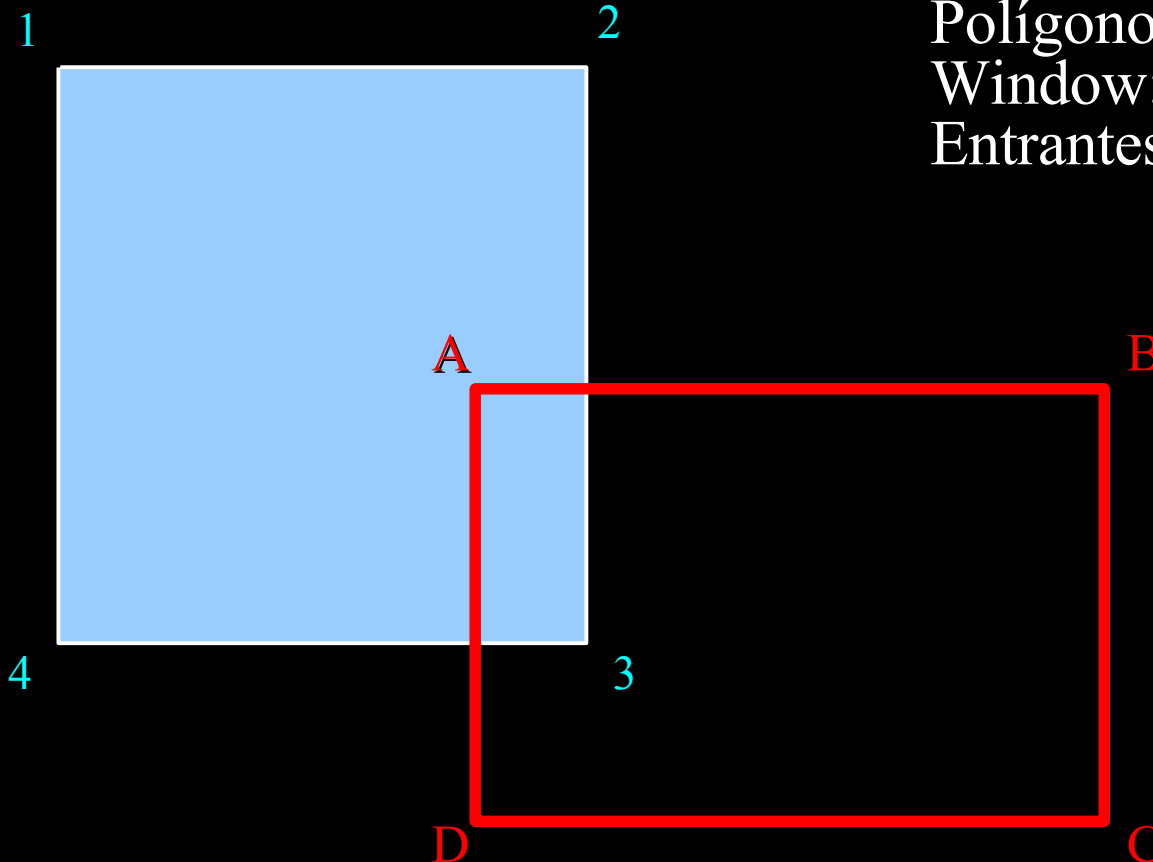
- Por Weiler-Atherton:
- Percorra a lista de vértices
  - Percorra a lista de vértices adicionando ou removendo pontos conforme o caso.
- Se processamos em sentido horário procedemos assim:
  - For an outside-to-inside pair of vertices, **follow the polygon boundary**.
  - For an inside-to-outside pair of vertices, **follow the window boundary** in clockwise direction.



- Listas Ligadas:
  - Uma com os vértices do polígono
  - Outra com os vértices da Window
  - Uma terceira temporária para vértices entrantes



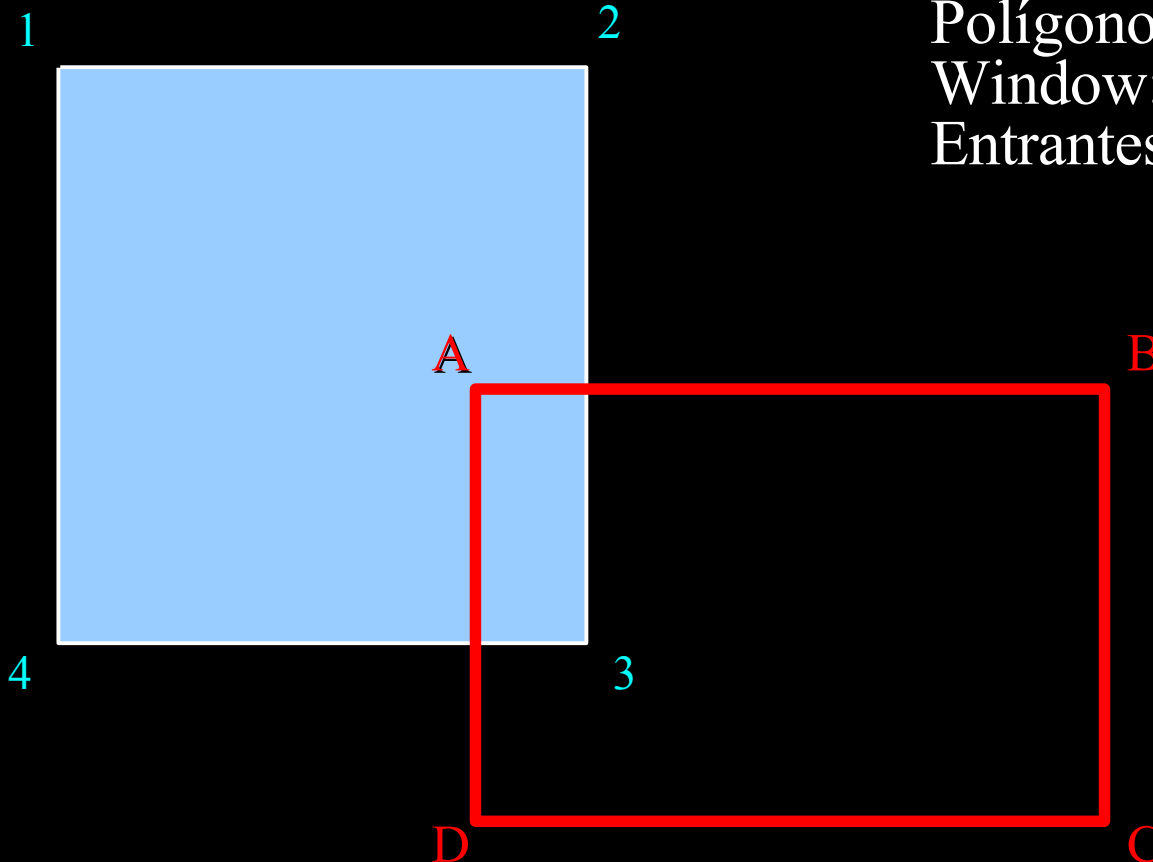
- Vértices 1 e 2: Não corta Window



Polígono: [ 1, 2, 3, 4 ]  
Window: [ A, B, C, D ]  
Entrantes: [ ]



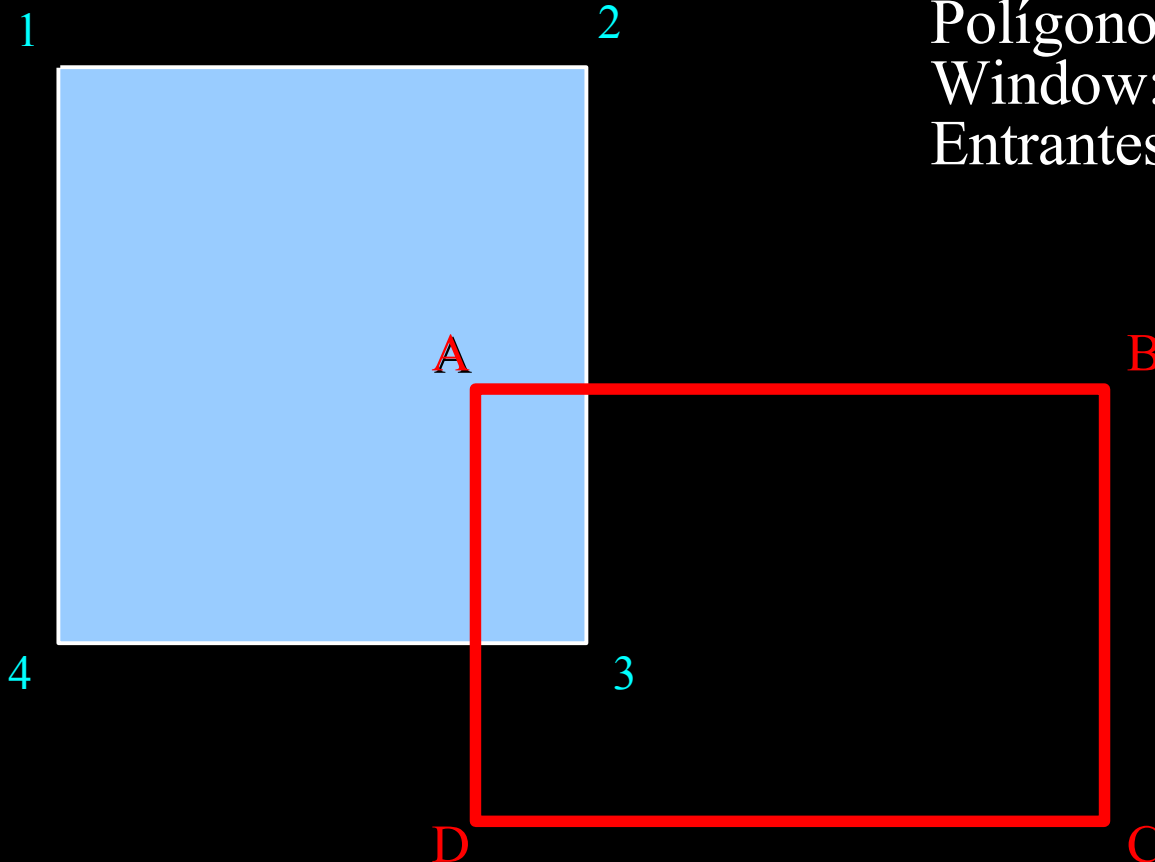
- Vértices 2 e 3: Corta a Window de fora pra dentro:



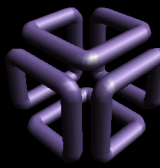
Polígono: [ 1, 2, 3, 4 ]  
Window: [ A, B, C, D ]  
Entrantes: [ ]



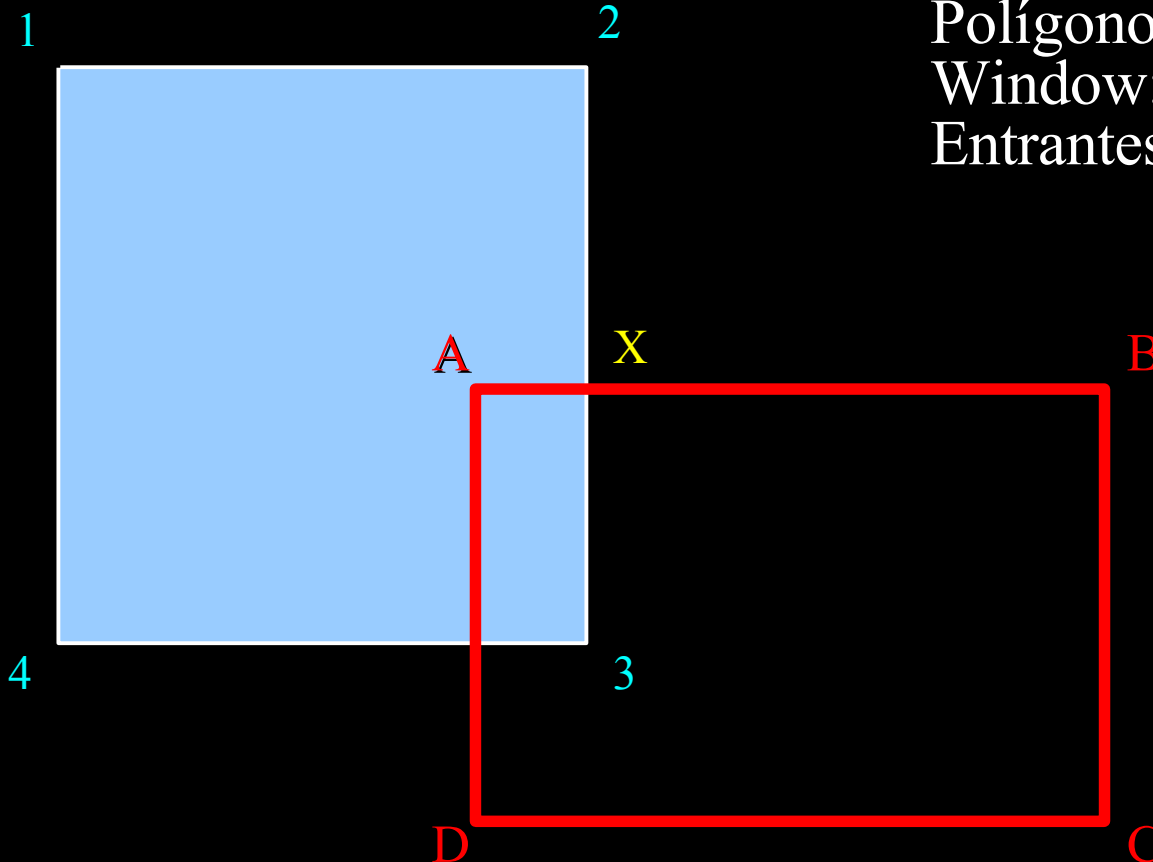
- Vértices 2 e 3: Corta a Window de fora pra dentro:
- Criamos vértice X, adicionado às 3 listas



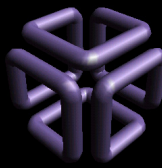
Polígono: [ 1, 2, 3, 4 ]  
Window: [ A, B, C, D ]  
Entrantes: [ ]



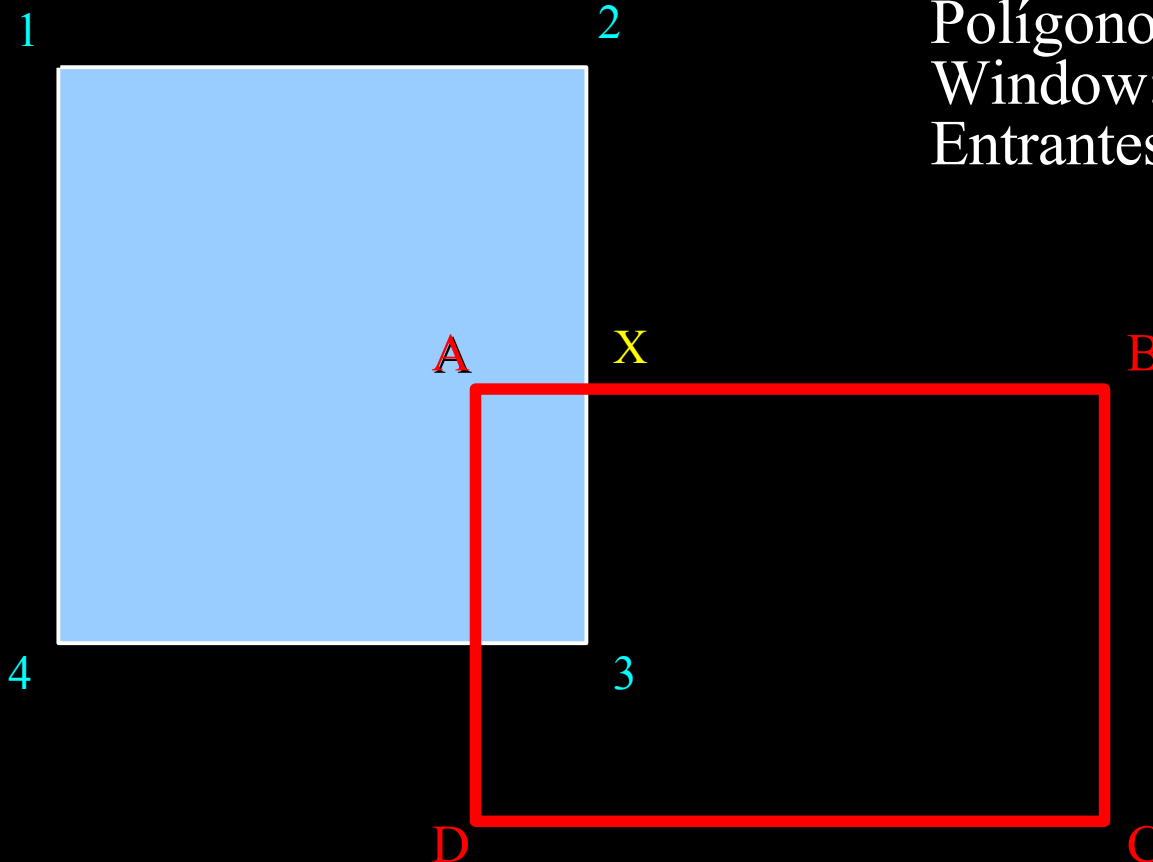
- Vértices 2 e 3: Corta a Window de fora pra dentro:
- Criamos vértice X, adicionado às 3 listas



Polígono: [ 1, 2, X, 3, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D ]  
Entrantes: [ X ]



- Vértices 3 e 4: Corta a Window de dentro pra fora:

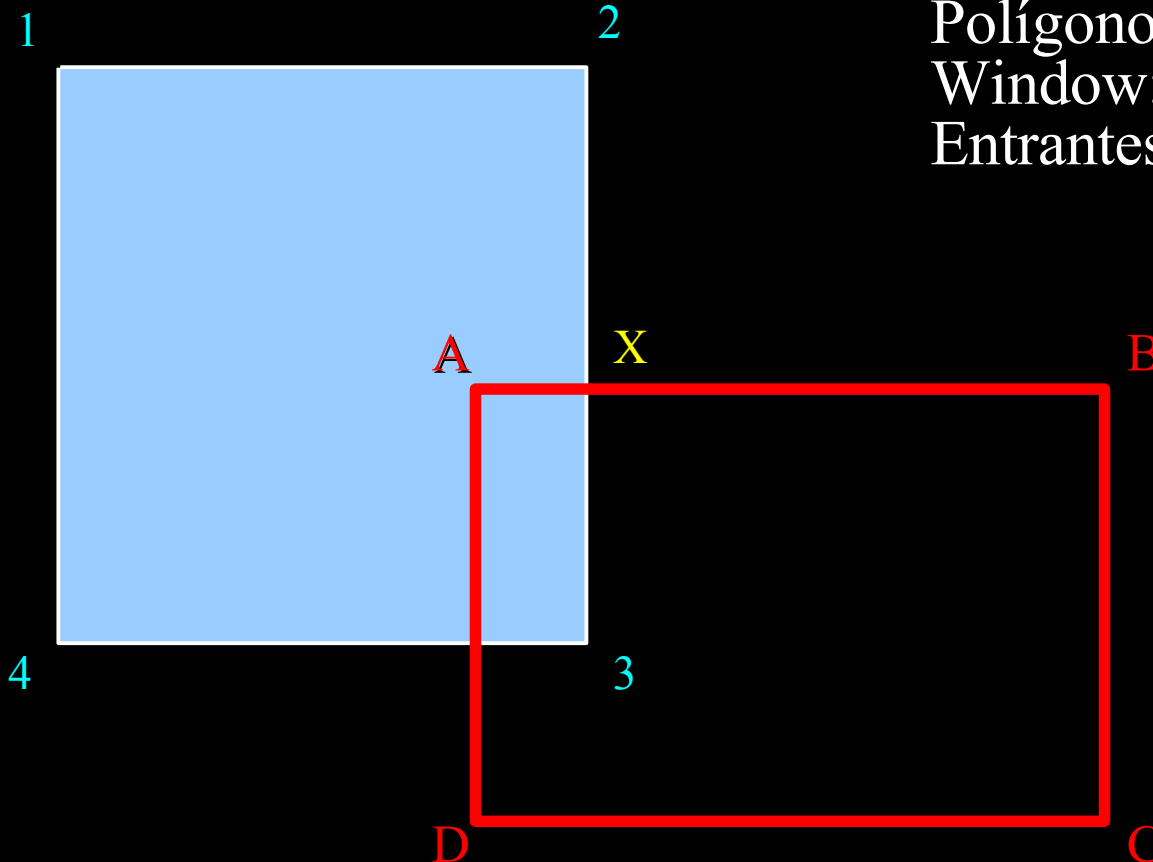


Polígono: [ 1, 2, X, 3, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D ]  
Entrantes: [ X ]





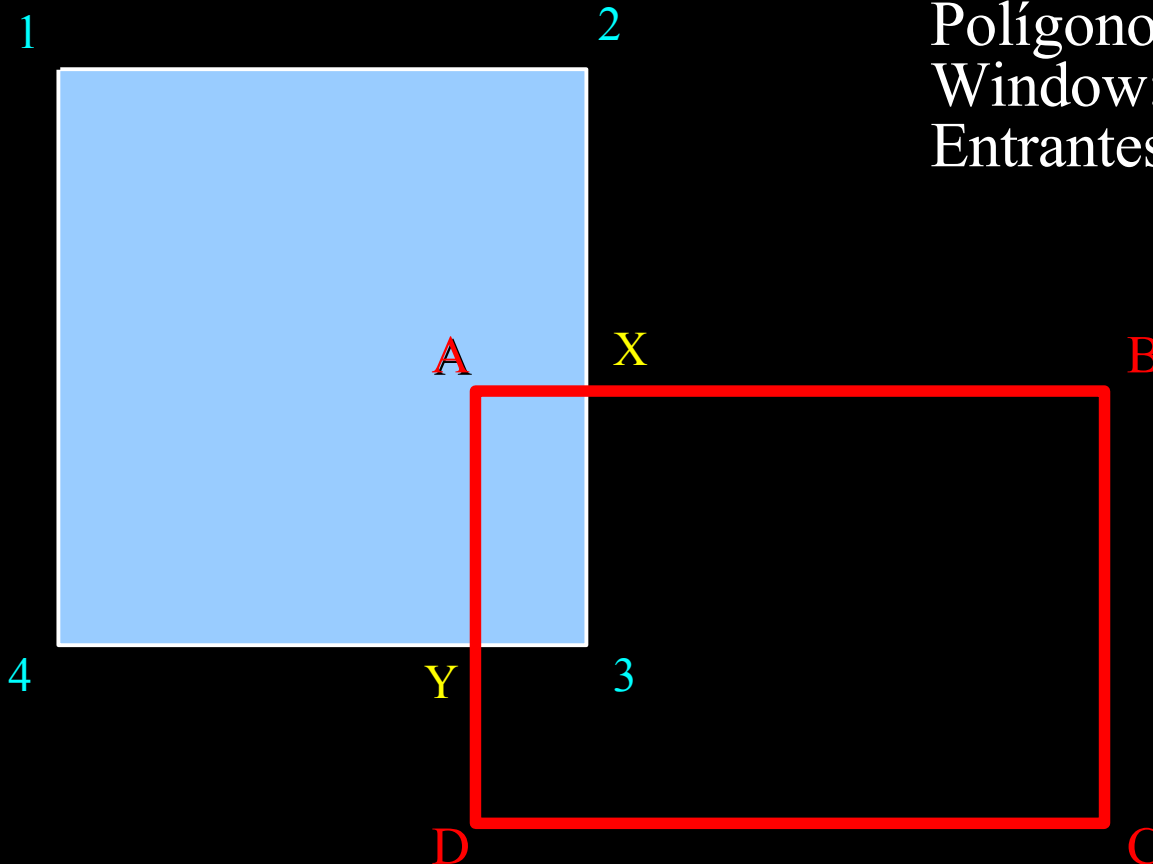
- Vértices 3 e 4: Corta a Window de dentro pra fora:
- Criamos vértice Y, adicionado às 2 primeiras listas



Polígono: [ 1, 2, X, 3, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D ]  
Entrantes: [ X ]



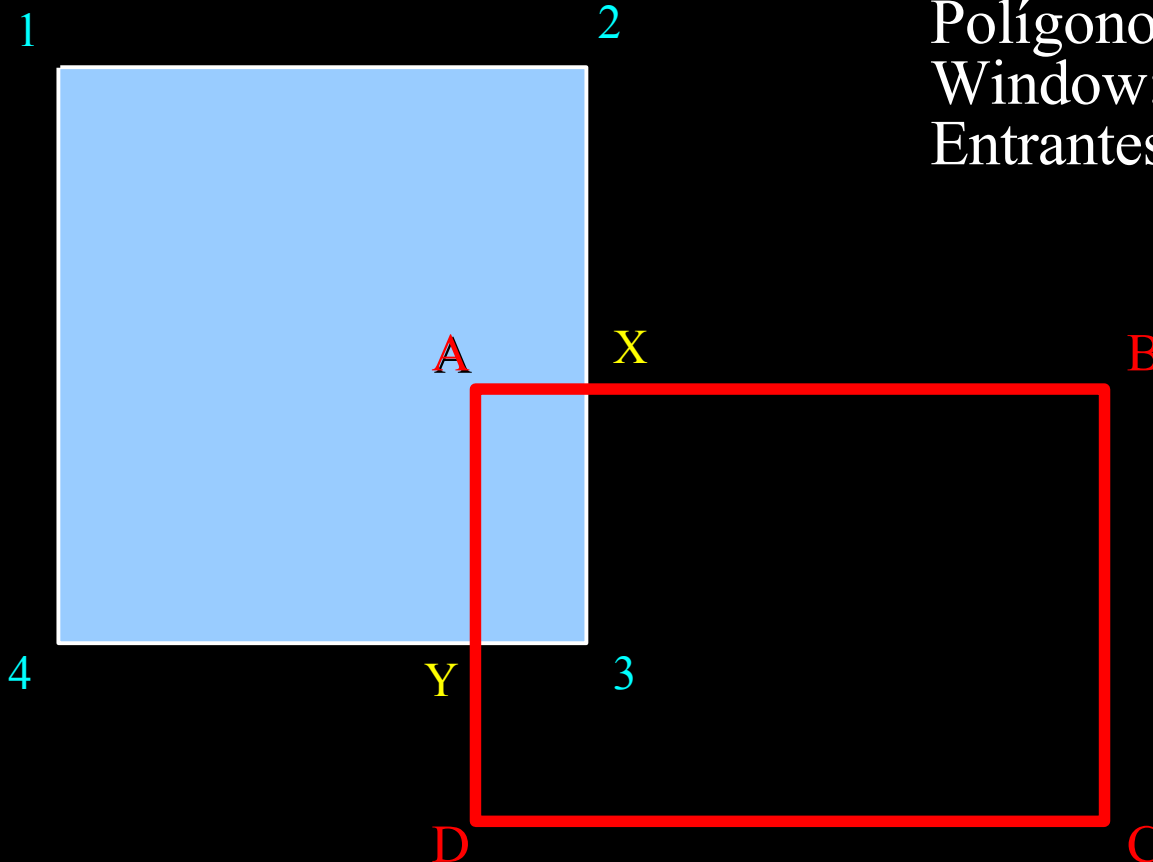
- Vértices 3 e 4: Corta a Window de dentro pra fora:
- Criamos vértice Y, adicionado às 2 primeiras listas



Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]



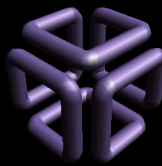
- Os próximos vértices não cortam a Window



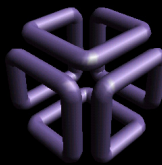
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]



- Próximo passo:
- Para cada Ponto em “Entrantes” ...:
  - Percorra a lista “Polígono” partindo deste ponto em diante – vá guardando os vértices percorridos;
  - Ao encontrar outro vértice adicionado artificialmente, troque para a lista “Window”;

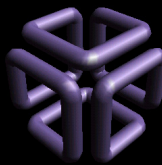


- Para cada Ponto em “Entrantes”... (cont):
  - Percorra a lista “Window” até encontrar outro vértice artificial – continue guardando os vértices;
  - Ao encontrar outro vértice artificial, pare;
  - Os vértices percorridos formam o novo polígono;
  - Remova o Ponto de “Entrantes”.



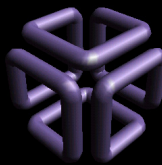
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ ]

- Ponto em Entrantes: “X”;



Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ ]

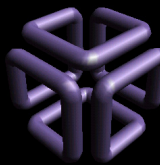
- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...



Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X ]

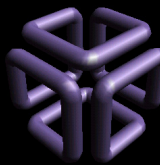
- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...





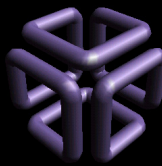
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3 ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...



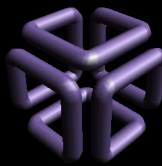
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...



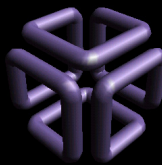
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...
- Percorrendo “Window” de Y até X ...



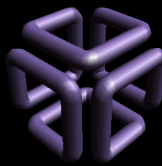
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y, A ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...
- Percorrendo “Window” de Y até X ...



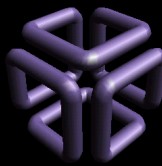
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y, A, X ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...
- Percorrendo “Window” de Y até X ...



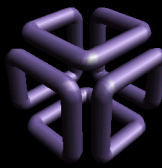
Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y, A, X ]

- Ponto em Entrantes: “X”;
- Percorrendo “Polígono” de X até Y ...
- Percorrendo “Window” de Y até X ...
- Alcançamos outro “artificial”
  - Não precisava ser X, necessariamente!



Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y, A, X ]

- Polígono final: [ X, 3, Y, A, X ]



Polígono: [ 1, 2, X, 3, Y, 4 ]  
Window: [ A, X, B, C, D, Y ]  
Entrantes: [ X ]  
Temporária: [ X, 3, Y, A ]

- Polígono final: [ X, 3, Y, A, X ]

