

# Resolução de Problemas

- ♦ Já vimos o que é um problema. Vamos agora buscar mecanismos para representá-lo e resolvê-lo, utilizando as técnicas da IA, ou seja, usando e manipulando CONHECIMENTO
- ♦ O Estudo do Conhecimento
- ♦ Resolução de Problemas por Busca
- ♦ Representação de Conhecimento

# Resolução de Problemas

- ♦ O Estudo do Conhecimento

- Uma teoria em IA consiste na especificação do conhecimento necessário a uma entidade cognitiva.

- O que é uma ENTIDADE COGNITIVA?

- É o "mecanismo" inteligente que permite entre outras atividades: solução de problemas, uso de linguagem, tomada de decisões, percepção, etc...
    - Na abordagem da IA Simbólica, a simulação da capacidade cognitiva requer conhecimento declarativo (definição declarativa da função) e algum tipo de raciocínio. Além disso, a evolução dos estados de conhecimento de um agente pode ser descrita em forma de linguagem (lógica ou natural).

# Resolução de Problemas

- ♦ O conhecimento é central para a tarefa inteligente e na IAS, para que esta tarefa ocorra são necessários:
  - Uma BASE DE CONHECIMENTOS
  - Um MOTOR DE INFERÊNCIA
- ♦ **Base de Conhecimentos:**
  - Contém a informação específica sobre o domínio e será tão complexa quanto for o domínio e a capacidade cognitiva a ser simulada.
- ♦ **Motor de Inferência:**
  - Mecanismo que manipula a Base de Conhecimentos e gera novas conhecimentos.

# Métodos de Busca

- ♦ A maioria dos problemas interessantes de IA não dispõe de soluções algorítmicas. Porém:
  - São solucionáveis por seres humanos e, neste caso, sua solução está associada à "inteligência";
  - Formam classes de complexidade variável existindo desde pequenos problemas triviais (jogo da velha) até instâncias extremamente complexas (xadrez);
  - São problemas de conhecimento total, isto é, tudo o que é necessário para solucioná-los é conhecido, o que facilita sua formalização.
  - Suas soluções têm a forma de uma seqüência de situações legais e as maneiras de passar de uma situação para outra são em número finito e conhecidas.
- ♦ Diante da falta de solução algorítmica viável, o único método de solução possível é a BUSCA.

# Métodos de Busca

- ♦ Espaço de estados
  - é a árvore de todos os estados que podemos produzir a partir do estado inicial. A busca vai percorrer esse espaço até achar o estado desejado
- ♦ *Exemplo: Problema das jarras de água.*
  - Um estado é representado por um par  $(X,Y)$ , onde  $X$  e  $Y$  são números que indicam a quantidade de água que contém as jarras de 4 e 3 litros, respectivamente. O estado inicial é  $(0,0)$  e o sistema de produção consiste nos seguintes operadores:
    1.  $(X,Y) \rightarrow (4,Y)$  se  $X < 4$
    2.  $(X,Y) \rightarrow (X,3)$  se  $Y < 3$
    3.  $(X,Y) \rightarrow (0,Y)$  se  $X > 0$
    4.  $(X,Y) \rightarrow (X,0)$  se  $Y > 0$
    5.  $(X,Y) \rightarrow (X - \min(X, 3-Y), \min(3, X+Y))$  se  $Y < 3$
    6.  $(X,Y) \rightarrow (\min(4, X+Y), Y - \min(4-X, Y))$  se  $X < 4$

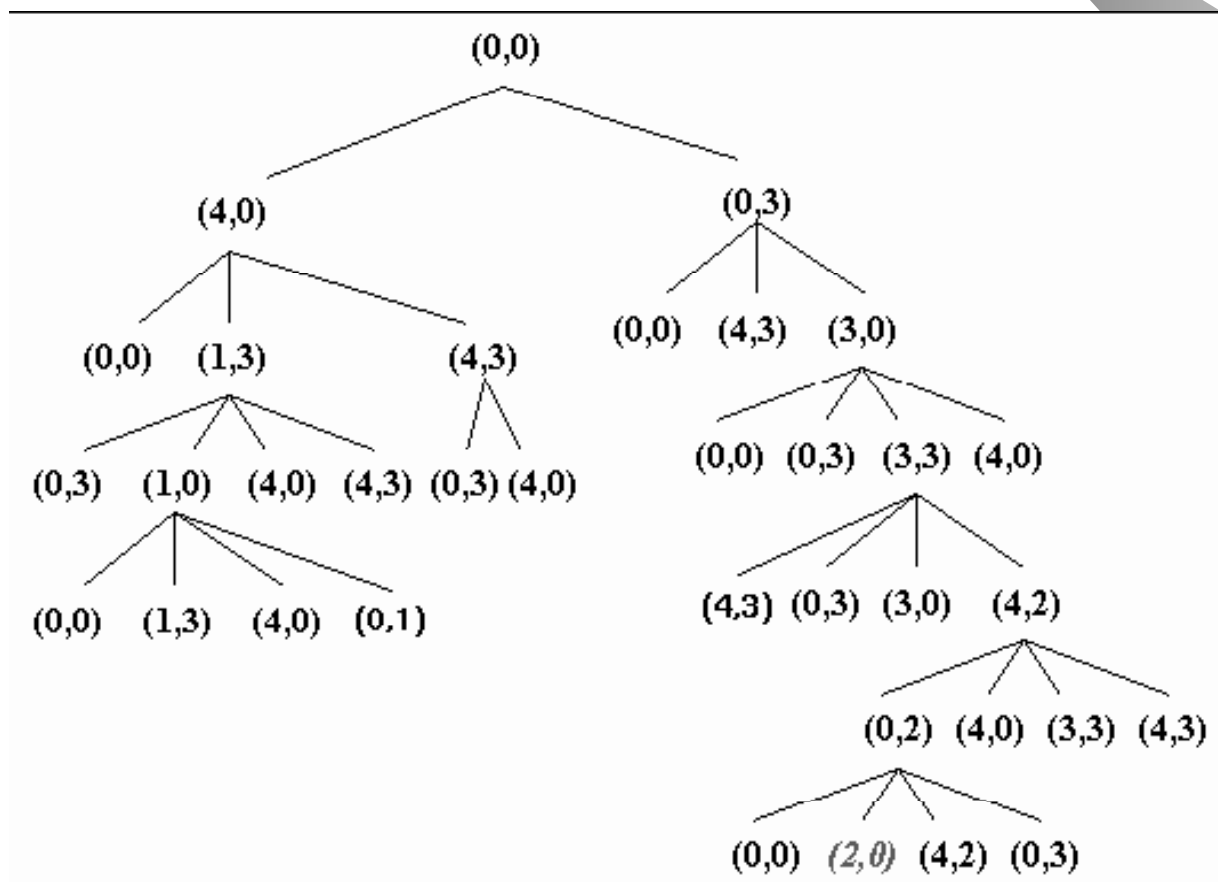
# Métodos de Busca

1.  $(X,Y) \rightarrow (4,Y)$  se  $X < 4$
2.  $(X,Y) \rightarrow (X,3)$  se  $Y < 3$
3.  $(X,Y) \rightarrow (0,Y)$  se  $X > 0$
4.  $(X,Y) \rightarrow (X,0)$  se  $Y > 0$
5.  $(X,Y) \rightarrow (X - \min(X, 3-Y), \min(3, X+Y))$  se  $Y < 3$
6.  $(X,Y) \rightarrow (\min(4, X+Y), Y - \min(4-X, Y))$  se  $X < 4$

- Os dois primeiros operadores representam a ação de encher uma das jarras.
- Os operadores 3 e 4 representam a ação de esvaziar uma jarra.
- Finalmente, os dois últimos operadores representam a ação de transvasar (talvez parcialmente) o conteúdo de uma jarra na outra.
- O objetivo, nesse problema, é de obter 2 litros de água na jarra de 4 litros. Na nossa representação, isso corresponde ao estado  $(2,0)$ .

# Métodos de Busca

- ♦ Espaço de estados
  - Eis uma ilustração de parte do espaço de estados que contém o estado desejado (não mostramos a continuação dos estados repetidos):



# Métodos de Busca

- ♦ Exemplos
  - Jogo da velha
    - Pode gerar  $9!$  (362.880) caminhos diferentes
  - Jogo de xadrez
    - $10^{120}$  caminhos possíveis
  - Jogo de damas
    - $10^{40}$  caminhos
  - Jogo dos 15
    - $16!$
  - Jogo dos 8
    - $9!$
  - Problema do caixeiro viajante
    - $(N-1)!$



# Métodos de Busca

- ♦ Agentes de Resolução de Problemas
- ♦ Decidem o que fazer pela busca de ações que levem a estados desejáveis
  - estado inicial
  - operadores
  - teste de meta
  - função de custo de caminho
- ♦ Desempenho da Busca
  - Encontra uma solução?
  - É uma boa solução?
    - Custo do caminho
  - Qual o custo da busca?
    - Tempo e memória
  - $\text{Custo total} = \text{Custo da busca} + \text{custo do caminho}$

# Métodos de Busca

- ◆ Exemplo: Jogo do Oito

5	4	
6	1	8
7	3	2

Start State

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal State

- **Estados:** local de cada uma das peças e do espaço
- **Operadores:** mover o espaço para cima, para baixo, esquerda ou direita.
- **Teste de meta:** dado na figura
- **Custo do caminho:** 1 para cada movimento

# Métodos de Busca

- ♦ Método:
  - Geração dinâmica de uma árvore representando os estados alcançáveis a partir de um estado. A seleção do estado a ser expandido é determinado pela estratégia de controle. O processo pára quando o estado designado por um nodo folha corresponde ao objetivo.
- ♦ Estruturas necessárias :
  - **Nodo:**
    - Estado
    - Nodo pai
    - Operador utilizado para produzir o nodo
    - Profundidade
    - Custo do caminho até o nodo
  - **Fila:**
    - Contém os nodos produzidos que estão esperando para ser expandidos. Esses nodos constituem a **fronteira da busca**.

# Métodos de Busca

- ♦ Algoritmo geral de busca :

  nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)

**loop**

**se nodos é vazio retorna falha**

    nodo <-- TIRAR-PRIMEIRO(nodos)

**se TESTE-SUCESSO(nodo) tem sucesso**

**retorna nodo**

    novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)

    nodos <-- ACRESCENTAR-NA-FILA(nodos,novos-nodos)

**fim**

- ♦ Nota: A função EXPANDIR retorna uma lista de nodos que representam os estados resultando da aplicação de todos os operadores possíveis ao estado representado por nodo.

# Métodos de Busca

## ♦ Estratégias de Busca

### - Critérios

- Completude
- Complexidade de Tempo
- Complexidade de Espaço
- Otimização

### - Métodos

- Busca Cega - Não existe informação
- Busca Heurística - Faz uso de informação

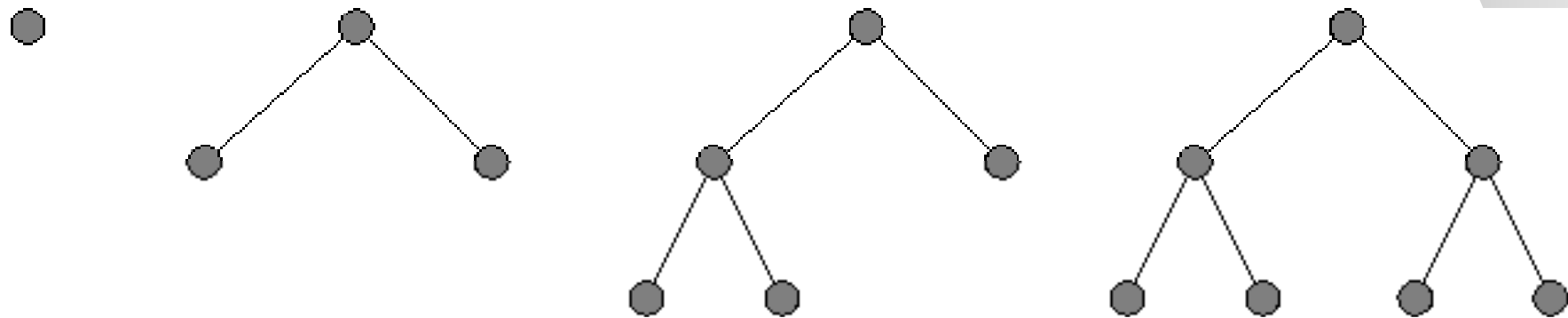
# Busca Cega

## (Blind Search ou Uninformed Search)

- ♦ Uma estratégia de busca é dita cega se ela não leva em conta informações específicas sobre o problema a ser resolvido.
- ♦ Tipos de Busca Cega
  - Busca em largura (breadth-first)
  - Busca pelo custo uniforme (branch-and-bound)
  - Busca em profundidade (depth-first)
  - Busca em profundidade limitada
  - Busca por aprofundamento iterativo
  - Busca bidirecional

# Busca em Largura (Amplitude) - Breadth-First

- ◆ Consiste em construir uma árvore de estados a partir do estado inicial, aplicando a cada momento, todas as regras possíveis aos estados do nível mais baixo, gerando todos os estados sucessores de cada um destes estados. Assim, cada nível da árvore é completamente construído antes de qualquer nodo do próximo nível seja adicionado à árvore



# Busca em Largura (Amplitude) - Breadth-First

- ♦ Obtemos uma busca em largura se substituirmos **ACRESCENTAR-NA-FILA** por **ACRESCENTAR-NO-FIM** no algoritmo geral de busca:

```
nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)
```

```
loop
```

```
  se nodos é vazio retorna falha
```

```
  nodo <-- TIRAR-PRIMEIRO(nodos)
```

```
  se TESTE-SUCESSO(nodo) tem sucesso
```

```
    Retorna nodo
```

```
  novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)
```

```
  nodos <-- ACRESCENTAR-NO-FIM(nodos,novos-nodos)
```

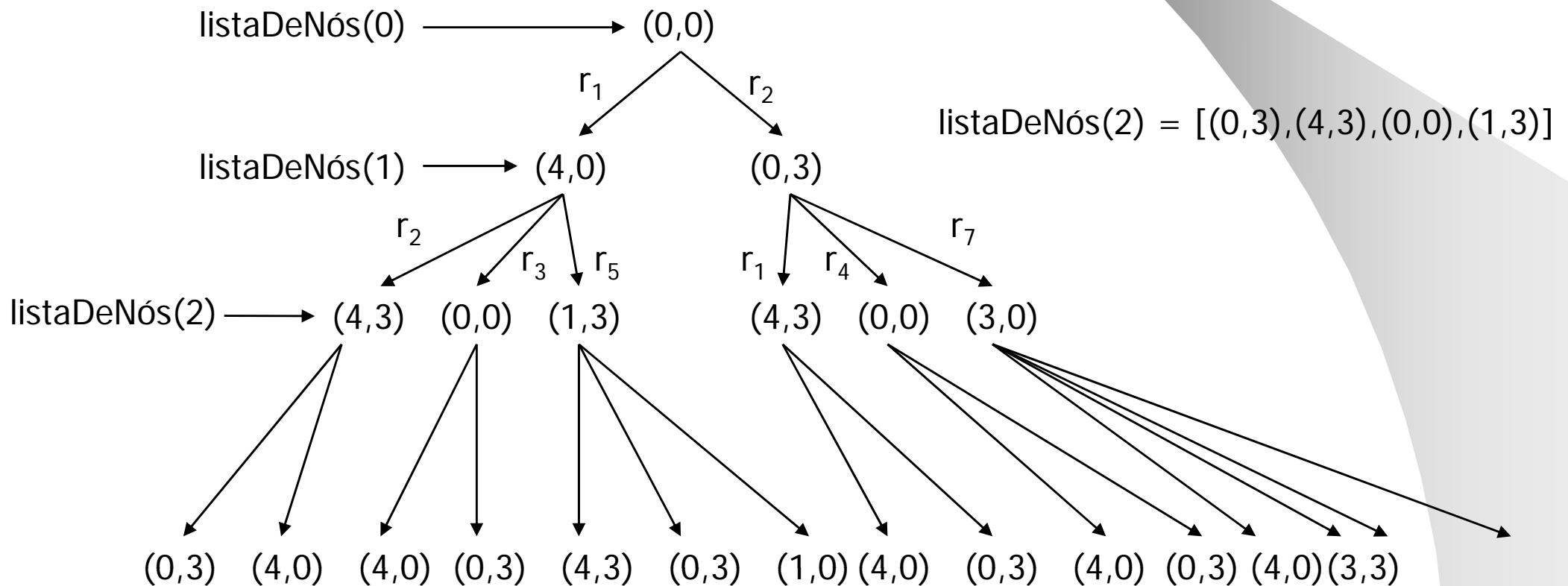
```
fim
```



# Busca Cega

## Busca em Largura (Amplitude)

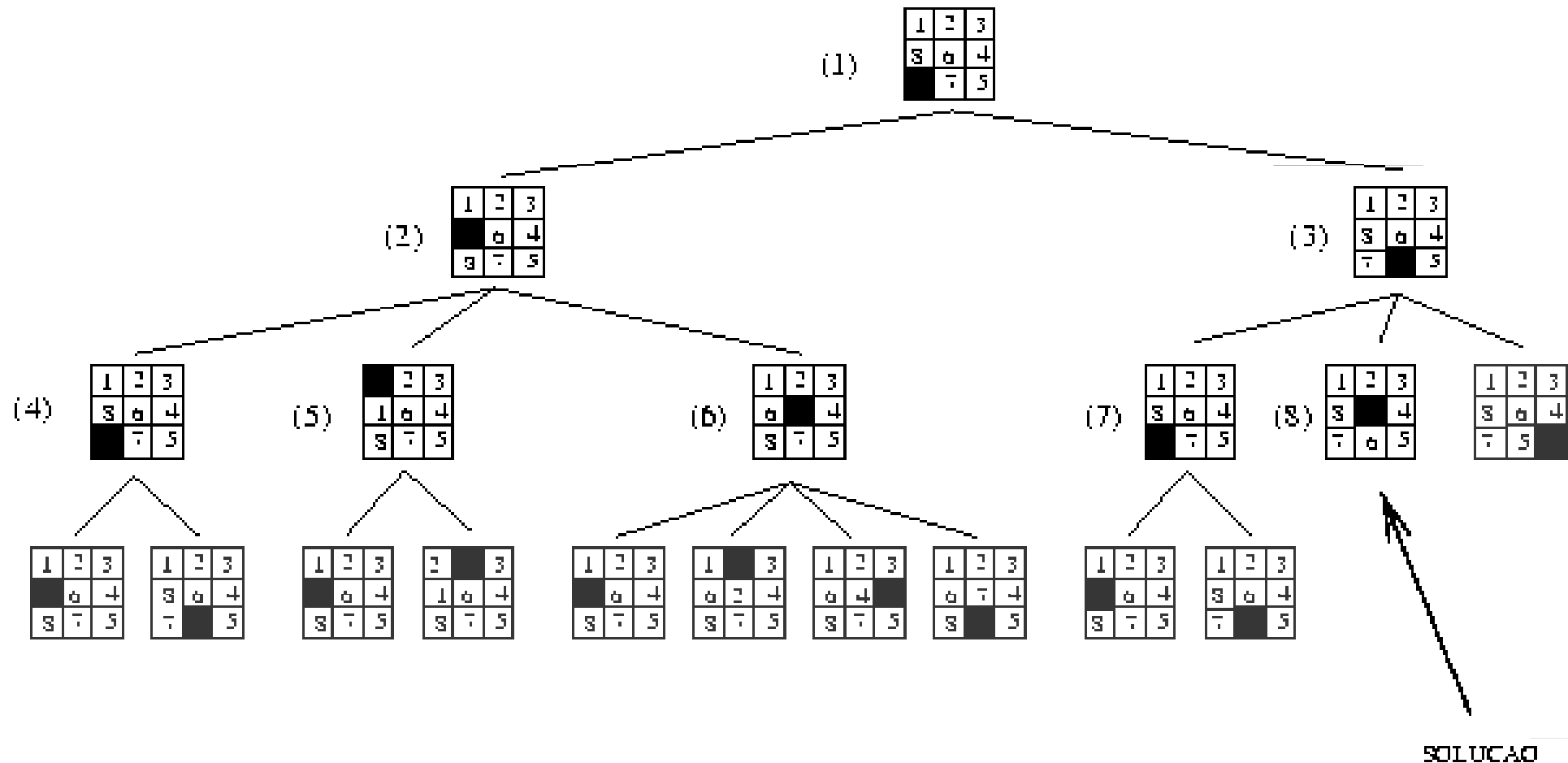
- ♦ Exemplo: Um balde de 4 litros e um balde de 3 litros. Inicialmente vazios.
  - Estado Final: um dos baldes com 2 litros de água.



# Busca Cega

## Busca em Largura (Amplitude)

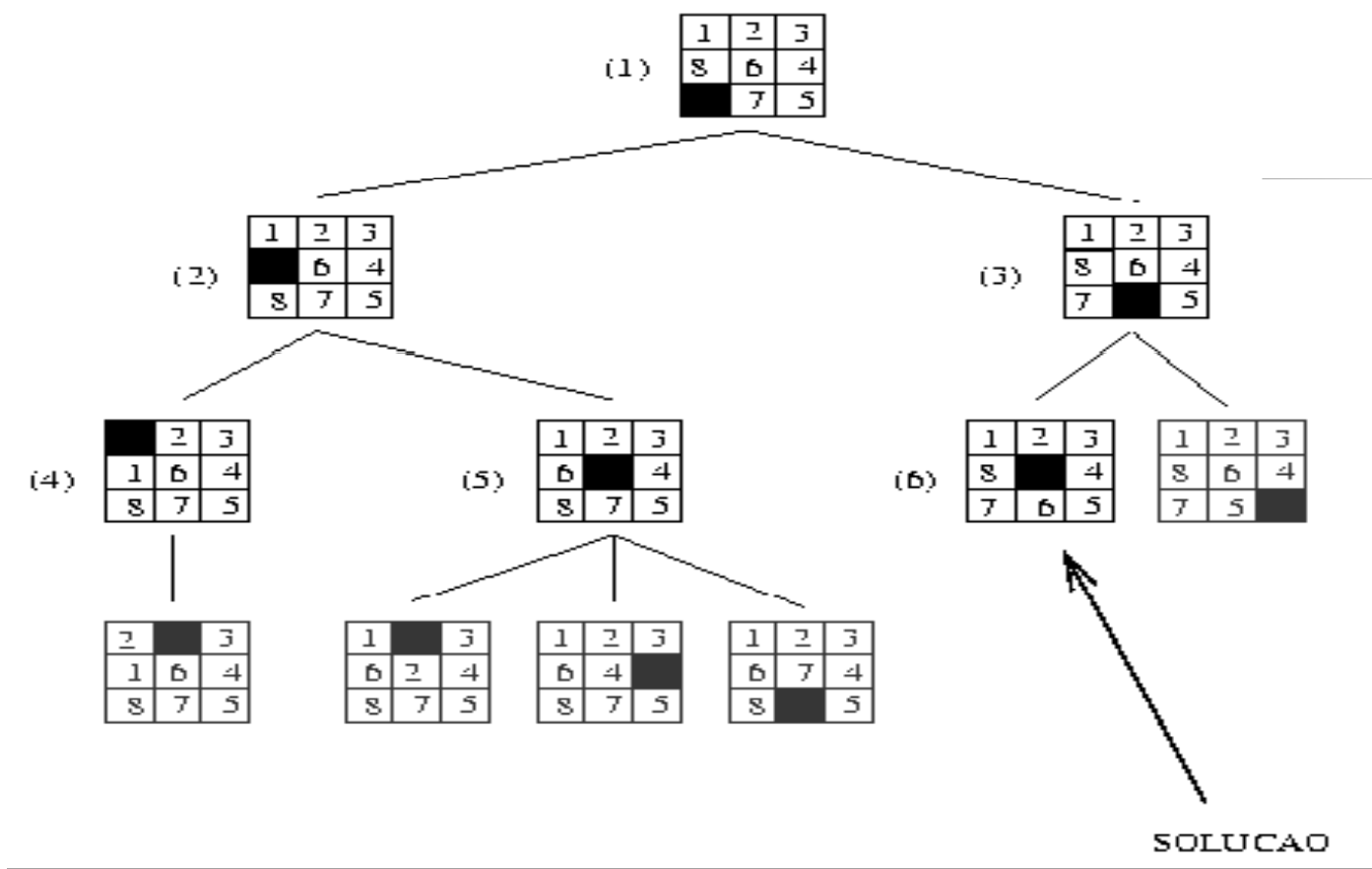
- Exemplo: Jogo do Oito



# Busca Cega

## Busca em Largura (Amplitude)

- Exemplo: Jogo do Oito (sem estado repetidos)



# Busca em Largura (Amplitude)

- ♦ Características: Completa e Ótima (se os operadores sempre têm o mesmo custo).
  - Se existe solução, esta será encontrada;
  - A solução encontrada primeiro será a de menor profundidade.
- ♦ Análise de Complexidade - Tempo e Memória
  - Seja um fator de ramificação  $b$ .
    - Nível 0: 1 nó
    - Nível 1:  $b$  nós
    - Nível 2:  $b^2$  nós
    - Nível 3:  $b^3$  nós
  
    - Nível  $d$  (solução)  $b^d$  nós
  - Complexidade: exponencial -  $O(b^d)$

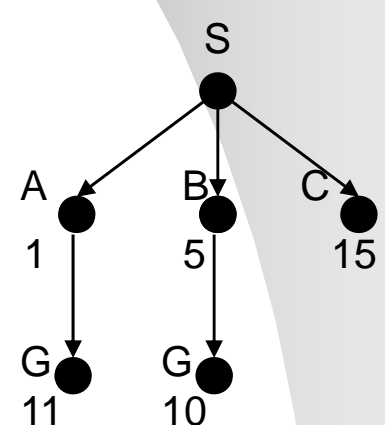
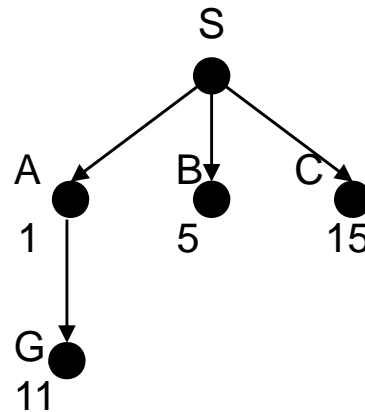
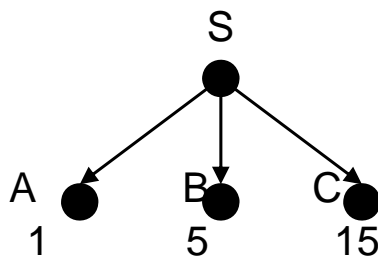
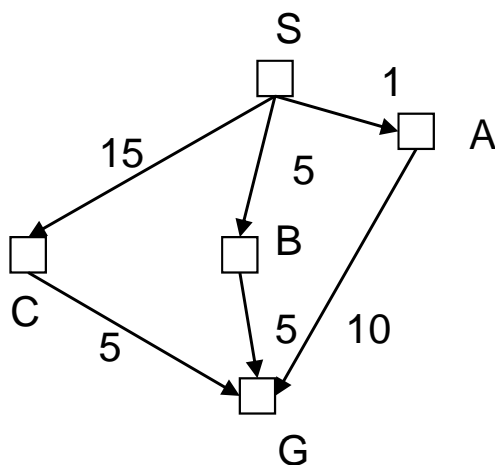
# Busca em Largura (Amplitude)

- ♦ Análise de Complexidade - Tempo e Memória

Depth	Nodes	Time	Memory
0	1	1 millisecond	100 bytes
2	111	.1 seconds	11 kilobytes
4	11,111	11 seconds	1 megabyte
6	$10^6$	18 minutes	111 megabytes
8	$10^8$	31 hours	11 gigabytes
10	$10^{10}$	128 days	1 terabyte
12	$10^{12}$	35 years	111 terabytes
14	$10^{14}$	3500 years	11,111 terabytes

# Método do Custo Uniforme - Branch-and-Bound

- Supondo que exista um "custo do caminho" associado a cada nó percorrido e que se deseje achar o caminho de custo mínimo.
- Neste caso, o algoritmo anterior é modificado para expandir primeiro o nó de menor custo.
- Exemplo: Problema de Rota entre S e G



Busca Cega

# Método do Custo Uniforme - Branch-and-Bound)

```
nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)
```

```
loop
```

```
  se nodos é vazio retorna falha
```

```
  nodo <-- TIRAR-PRIMEIRO(nodos)
```

```
  se TESTE-SUCESSO(nodo) tem sucesso
```

```
    retorna nodo
```

```
  novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)
```

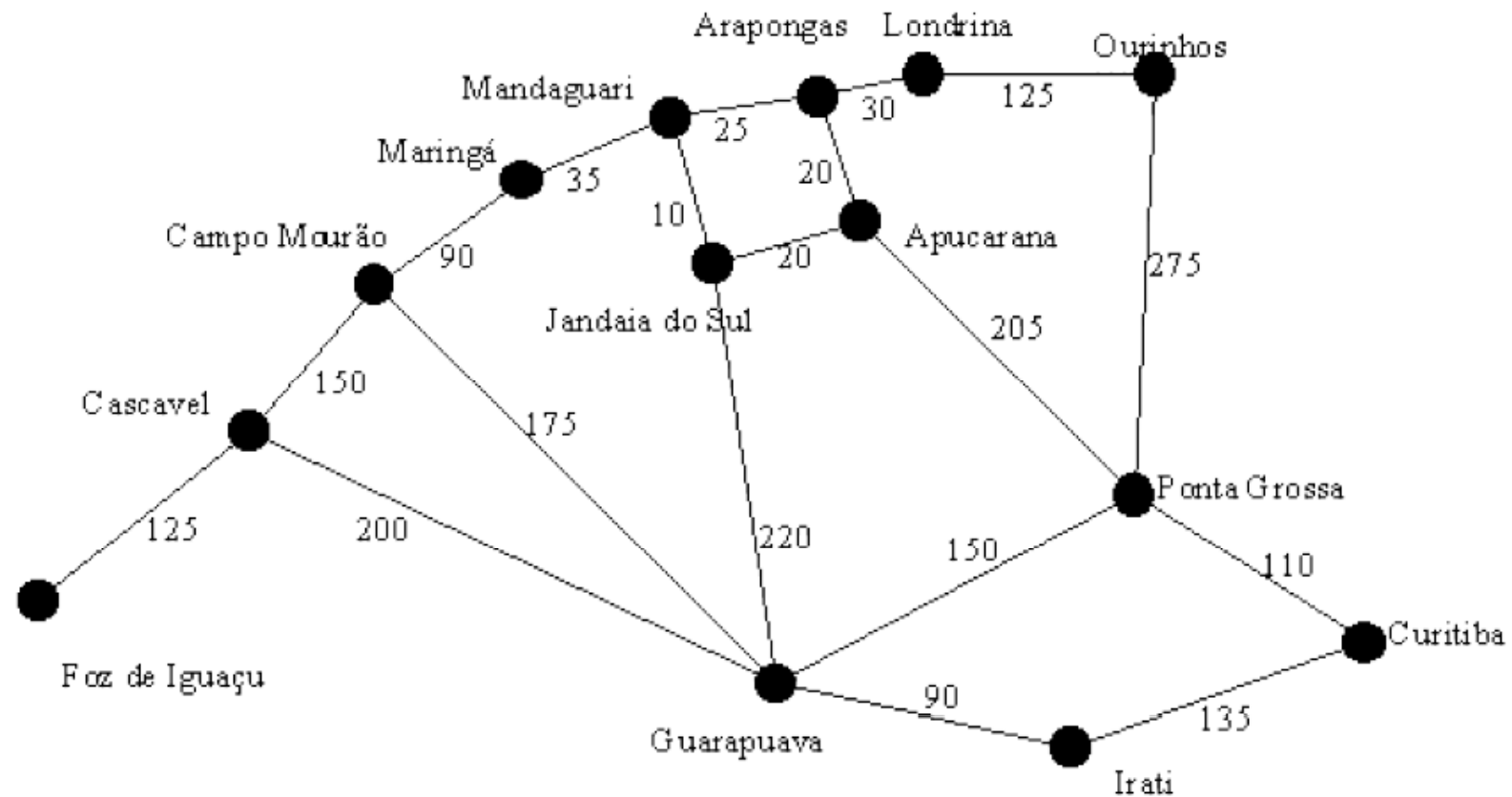
```
  nodos <-- ORDENAR(ACRESCENTAR-NA-  
    FILA(nodos, novos-nodos))
```

```
fim
```

Busca Cega

# Método do Custo Uniforme - Branch-and-Bound)

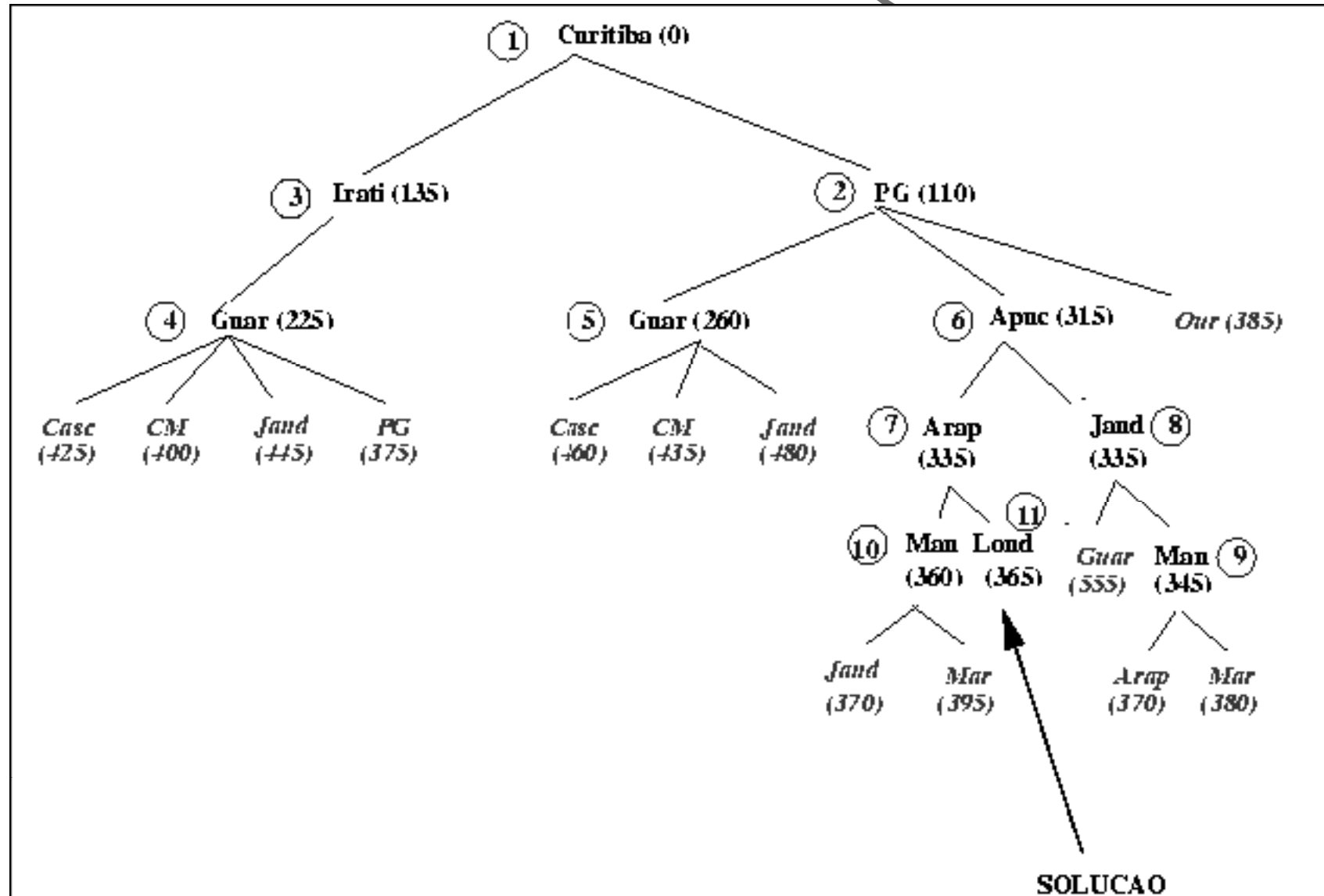
- ♦ *Exemplo: Achar o caminho mais curto entre Curitiba e Londrina*





Busca Cega

# Método do Custo Uniforme - Branch-and-Bound

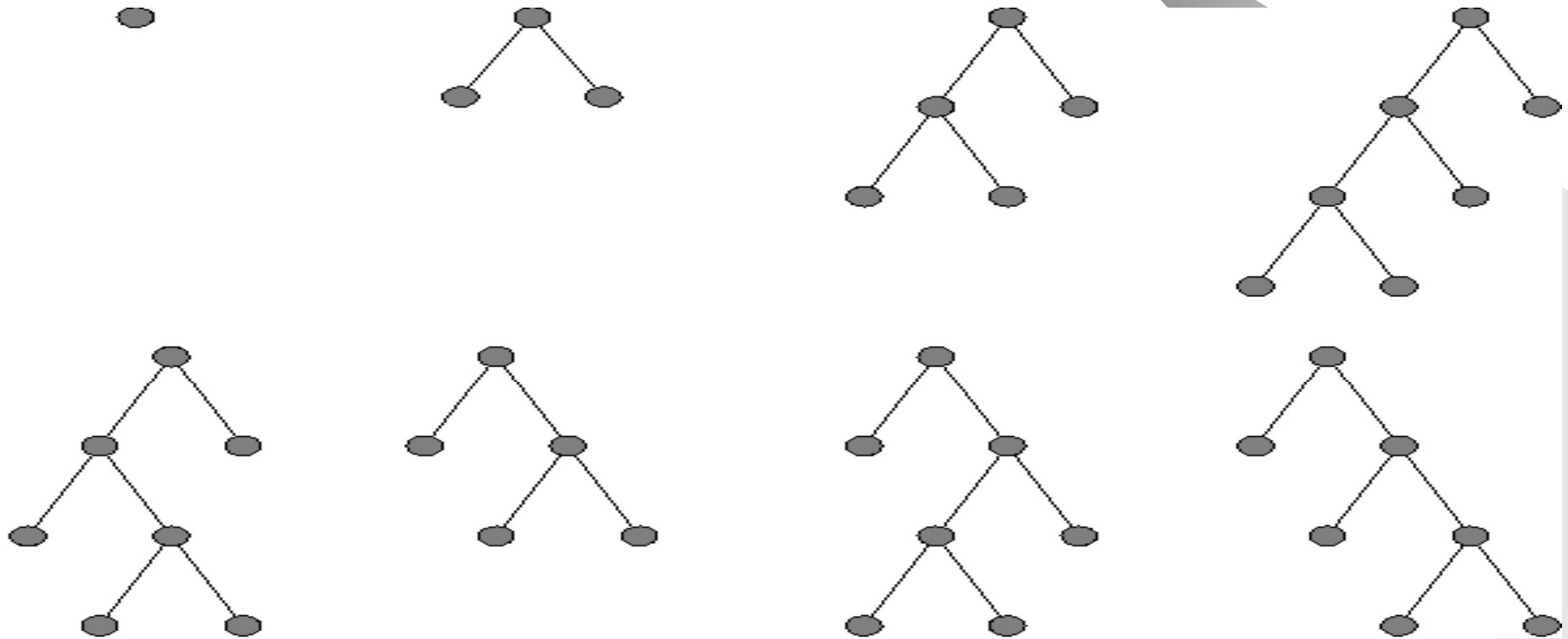


# Método do Custo Uniforme - Branch-and-Bound)

- ♦ Vantagens desse algoritmo:
  - Completo
  - Ótimo, se o custo até o próximo nodo nunca é negativo.
- ♦ Desvantagens :
  - Complexidade em memória e tempo igual à da busca em largura:  $O(b^d)$  onde  $b$  é o fator de ramificação e  $d$  a profundidade.

# Busca em Profundidade - Depth-First

- ◆ Procurar explorar completamente cada ramo da árvore antes de tentar o ramo vizinho.



## Busca Cega

# Busca em Profundidade

- Obtemos uma busca em profundidade se substituirmos **ACRESCENTAR-NO-FIM** por **ACRESCENTAR-NO-INICIO** no algoritmo geral de busca:

```
nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)
```

```
loop
```

```
  se nodos é vazio retorna falha
```

```
  nodo <-- TIRAR-PRIMEIRO(nodos)
```

```
  se TESTE-SUCCESSO(nodo) tem sucesso
```

```
    retorna nodo
```

```
  novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)
```

```
  nodos <-- ACRESCENTAR-NO-INICIO(nodos, novos-nodos)
```

```
fim
```

## Busca Cega

# Busca em Profundidade

- Obtemos uma busca em profundidade se substituirmos **ACRESCENTAR-NO-FIM** por **ACRESCENTAR-NO-INICIO** no algoritmo geral de busca:

```
nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)
```

```
loop
```

```
  se nodos é vazio retorna falha
```

```
  nodo <-- TIRAR-PRIMEIRO(nodos)
```

```
  se TESTE-SUCESSO(nodo) tem sucesso
```

```
    retorna nodo
```

```
  novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)
```

```
  nodos <-- ACRESCENTAR-NO-INICIO(nodos, novos-nodos)
```

```
fim
```

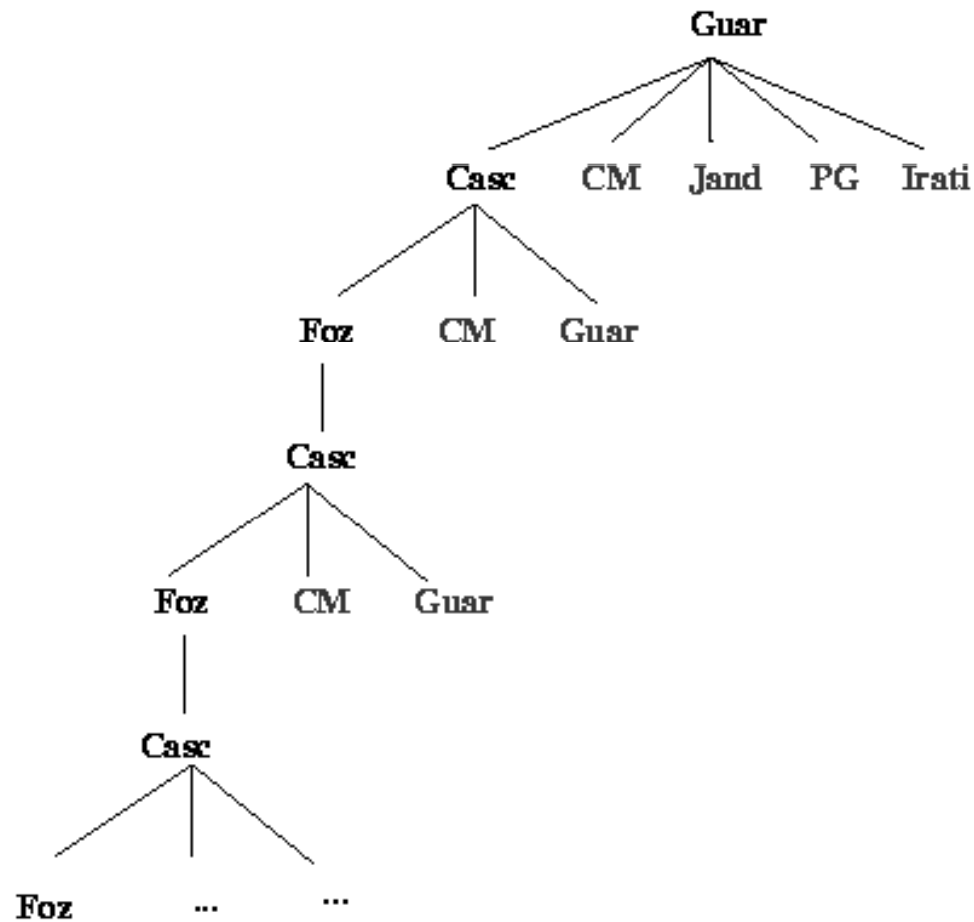
# Busca em Profundidade

- ♦ Características: Não é Completa e Não é Ótima
  - Se admitir estados repetidos ou um nível máximo de profundidade, pode nunca encontrar a solução.
  - A solução encontrada primeiro poderá não ser a de menor profundidade.
  - O algoritmo não encontra necessariamente a solução mais próxima, mas pode ser MAIS EFICIENTE se o problema possui um grande número de soluções ou se a maioria dos caminhos pode levar a uma solução.
- ♦ Análise de Complexidade - Tempo e Memória
  - Seja  $m$  a profundidade máxima e um fator de ramificação  $b$ .
  - Tempo:  $O(b^m)$
  - Memória:  $O(b.m)$

## Busca Cega

# Busca em Profundidade

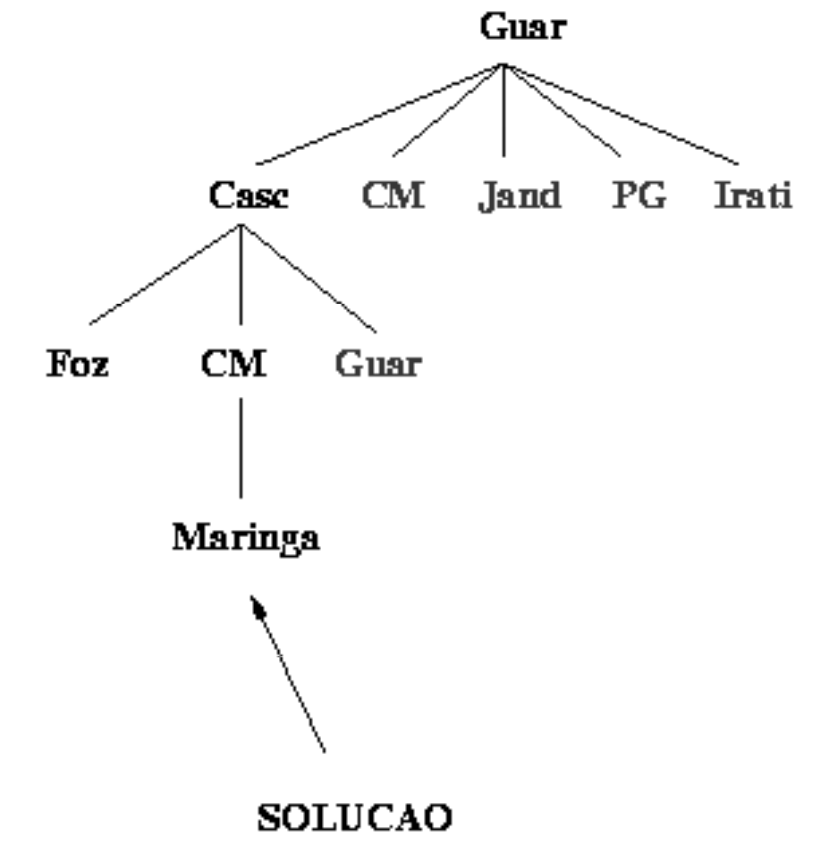
- Exemplo: Achar um caminho entre Guarapuava e Maringá (admitindo estados repetidos)



## Busca Cega

# Busca em Profundidade

- Exemplo: Achar um caminho entre Guarapuava e Maringá (SEM estados repetidos)





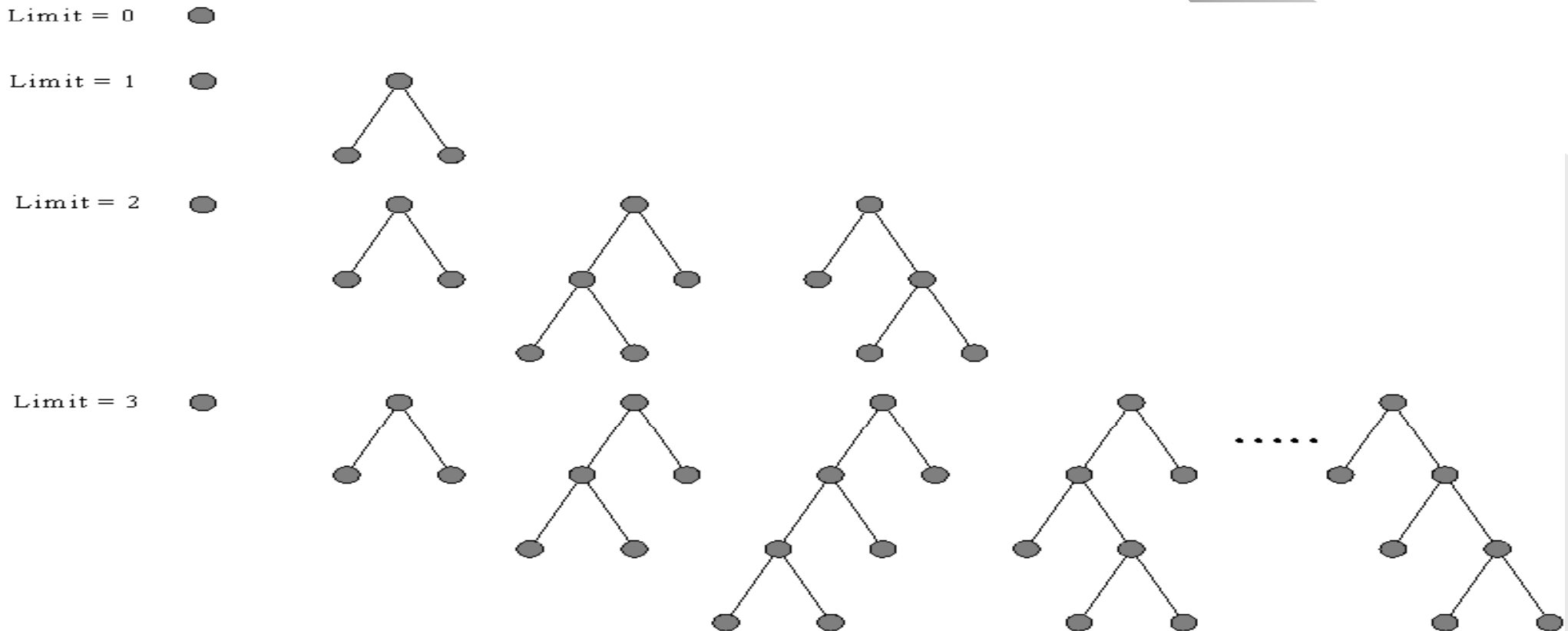
# Busca em Profundidade

- ♦ O que acontece quando nenhuma regra pode ser aplicada, ou a árvore atinge uma profundidade muito grande sem que tenha encontrado uma solução?
  - Neste caso ocorre o BACKTRACKING, ou seja, o algoritmo volta atrás e tenta outro caminho.
  - Considere o seguinte sistema de produção:  
 $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $e_0 = 0$   
 $F = \{3\}$   
 $R = \{ r_1 = (x \mid x \geq 1 \text{ e } x \leq 2) \rightarrow (2 * x)$   
 $r_2 = (x \mid \text{é Par}(x)) \rightarrow (x + 1) \}$

# Busca Cega

## Busca por Aprofundamento Iterativo

- Teste de todos os possíveis limites com busca por profundidade limitada.
- Em geral é o melhor método quando o espaço de busca é grande e a profundidade é desconhecida.



## Busca Cega

# Busca por Aprofundamento Iterativo

- A busca em profundidade iterativa parece muito ineficiente pois o mesmo nodo pode ser expandido muitas vezes.
- Quando fazemos mais uma iteração para o nível  $n+1$ , todos os nodos que foram criados no nível  $n$  vão ser criados de novo.
- Surpreendentemente, o algoritmo não é muito mais ineficiente que a busca em largura. Por exemplo, com um fator de ramificação de 10, o número de nodos expandidos, em relação à busca em largura, é somente 11% maior.
- Com a busca em profundidade iterativa, obtemos um comportamento idêntico à busca em largura no que concerne a completude e a otimalidade, mas com um uso de memória mais viável.
- Se a função de custo não é uniforme, ele tem também o mesmo defeito que a busca em largura: é possível que a resposta retornada não seja ótima.

# Busca Cega

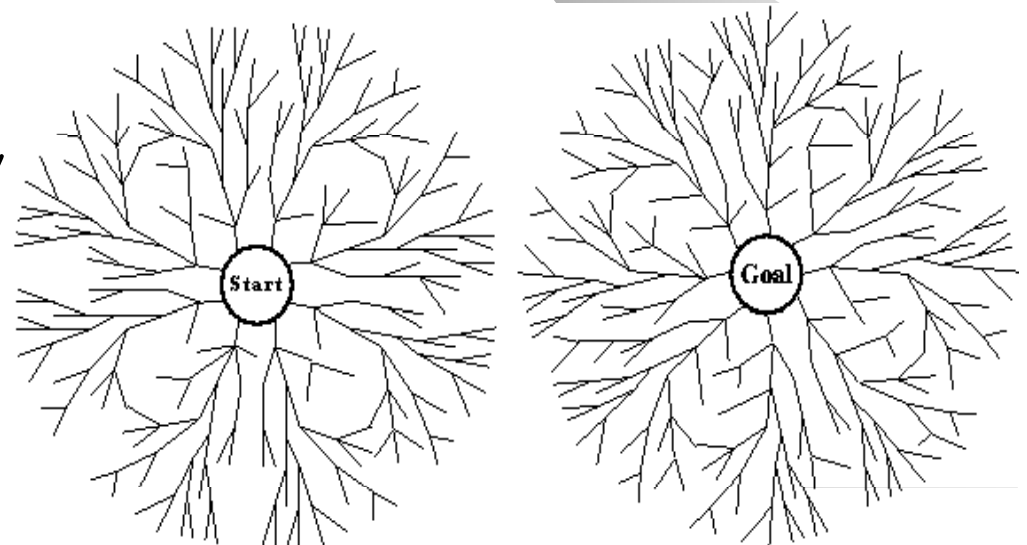
## Busca Bidirecional

- A idéia deste método de busca é procurar simultaneamente “para a frente” a partir do estado inicial e “para trás” a partir do estado final, e parar quando as duas buscas se encontrarem no meio.
- Nem sempre isto é possível, para alguns problemas os operadores não são reversíveis, isto é, não existe a função predecessora e portanto não é possível fazer a busca “para trás”.

- **Análise de Complexidade**

- Comparando com a busca em largura, o tempo e o espaço para a busca é  $O(b^{d/2})$ , onde  $d$  é o nível onde está a solução e  $b$  é o fator de ramificação da árvore.

- Exemplo: Para  $b=10$  e  $d=6$ , na busca em largura seriam gerados 1.111.111 nós, enquanto que na busca bidirecional seriam gerados 2.222 nós.



# Comparação entre Métodos de Busca

	Prof.	Ampl.	Custo unif.	Prof. limit.	Prof. iterat.
Tempo	$b^m$	$b^d$	$b^d$	$b^l$	$b^d$
Memória	$bm$	$b^d$	$b^d$	$bl$	$bd$
Sol. ótima	Não	Sim*	Sim**	Não	Sim*
Compleitude	Não	Sim	Sim	Sim, se $l \geq d$	Sim

$b$  = fator de ramificação

$d$  = profundidade da solução

$l$  = limite de profundidade especificado

$m$  = profundidade máxima atingida na busca

\* Somente se o custo para de um estado ao próximo é sempre o mesmo (função de custo uniforme).

\*\* Somente se o custo não diminua quando o caminho aumenta.

# Busca Heurística (Informed Search)

- ♦ Os métodos de busca vistos anteriormente fornecem uma solução para o problema de achar um caminho até um nó meta. Entretanto, em muitos casos, a utilização destes métodos é impraticável devido ao número muito elevado de nós a expandir antes de achar uma solução.
- ♦ Para muitos problemas, é possível estabelecer princípios ou regras práticas para ajudar a reduzir a busca.
- ♦ A técnica usada para melhorar a busca depende de informações especiais acerca do problema em questão.
- ♦ Chamamos a este tipo de informação de **INFORMAÇÃO HEURÍSTICA** e os procedimentos de busca que a utilizam de **MÉTODOS DE BUSCA HEURÍSTICA**.

# Busca Heurística (Informed Search)

- ♦ A informação que pode compor uma informação heurística é o Custo do Caminho ( $f(n)$ ).
- ♦ O CUSTO DO CAMINHO pode ser composto pelo somatório de dois outros custos:
  1. O custo do caminho do estado inicial até o estado atual que está sendo expandido (função  $g(n)$ ); e
  2. Uma estimativa do custo do caminho do estado atual até o estado meta (função heurística  $h(n)$ ).
- ♦ A filosofia geral que move a busca heurística é: O MELHOR PRIMEIRO (best-first). Isto é, no processo de busca deve-se primeiro expandir o nó "mais desejável" segundo uma função de avaliação.

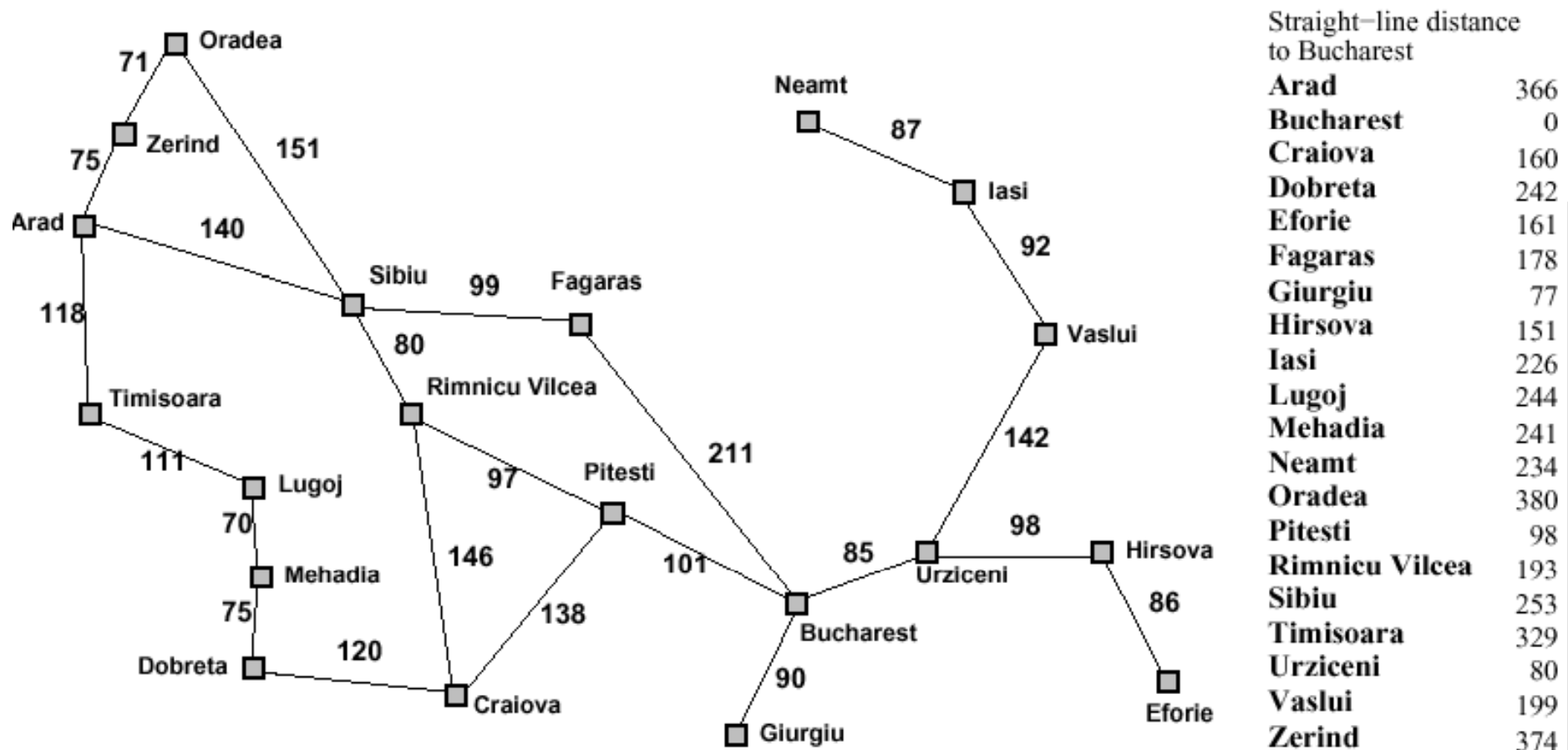
# Busca Heurística (Informed Search)

```
nodos <-- CRIAR-FILA(estado-inicial)
loop
  se nodos é vazio retorna falha
  nodo <-- TIRAR-MELHOR-NODO(nodos)
  se TESTE-SUCCESSO(nodo) tem sucesso
    retorna nodo
  novos-nodos <-- EXPANDIR(nodo)
  nodos <-- ACRESCENTAR(nodos,novos-nodos)
fim
```



# Busca Heurística (Informed Search)

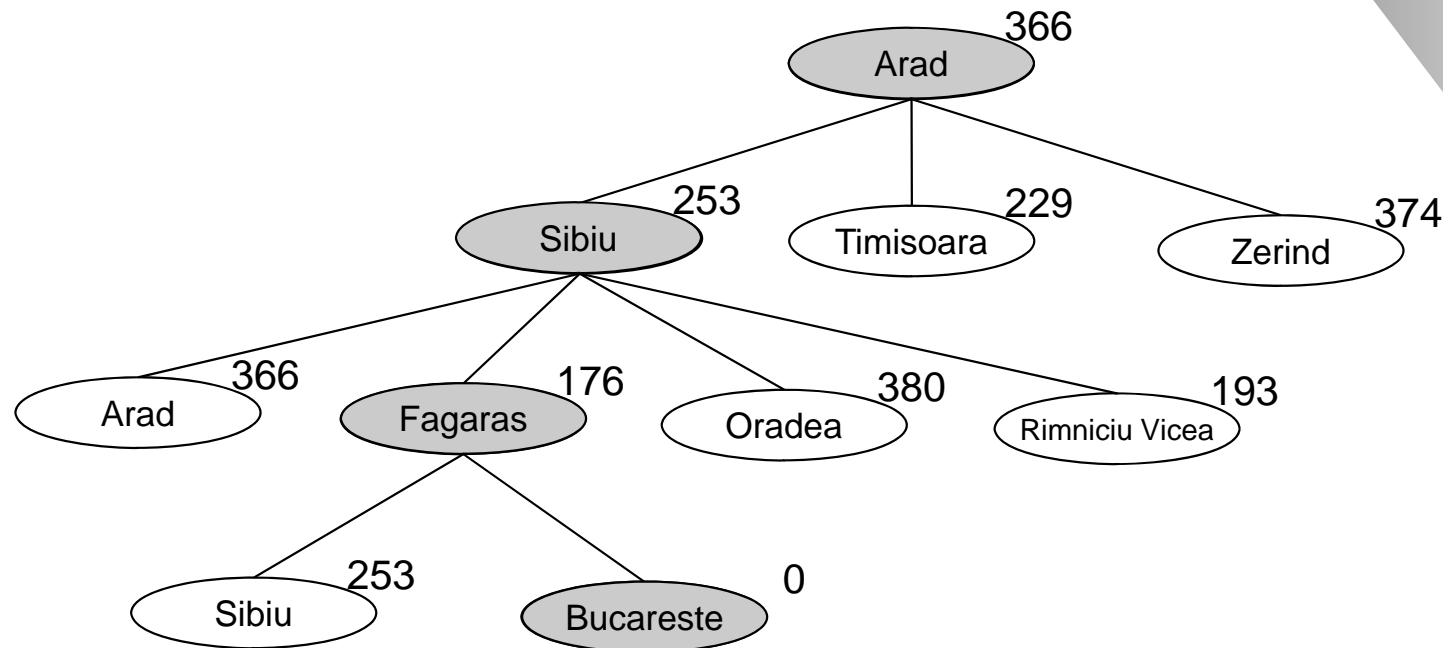
## Romania with step costs in km



## Busca Heurística

# Busca Gulosa (Greedy Search)

- ♦ Semelhante à busca em profundidade com backtracking.
- ♦ Tenta expandir o nó que parece mais próximo ao nó meta com base na estimativa feita pela função heurística  $h$ .
- ♦ No caso do mapa da Romênia,  $h(n)$  é a distância em linha reta de  $n$  até Bucareste.



# Busca Gulosa (Greedy Search)

- ♦ **Análise de Complexidade**
  - É completa se não admitir estados repetidos;
  - Tempo:  $O(b^m)$ , mas uma boa heurística pode reduzir drasticamente o tempo;
  - Espaço:  $O(b^m)$ , todos os nós são mantidos na memória;
  - Não garante a solução ótima.

## Busca Heurística

# Busca $A^*$ (A estrela)

- ♦ Filosofia: procurar evitar expandir nós que já são "custosos".
- ♦ É um método de busca que procura otimizar a solução, considerando todas as informações disponíveis até aquele instante, não apenas as da última expansão.
- ♦ Todos os estados abertos até determinado instante são candidatos à expansão.
- ♦ Combina, de certa forma, as vantagens tanto da busca em largura como em profundidade
- ♦ Busca onde o nó de menor custo "aparente" na fronteira do espaço de estados é expandido primeiro.
  
- ♦  $f(n) = g(n) + h(n)$  onde
  - $g(n)$  = custo do caminho do nó inicial até o nó  $n$ .
  - $h(n)$  = custo do caminho estimado do nó  $n$  até o nó final.
  - $f(n)$  = custo do caminho total estimado.

## Busca Heurística

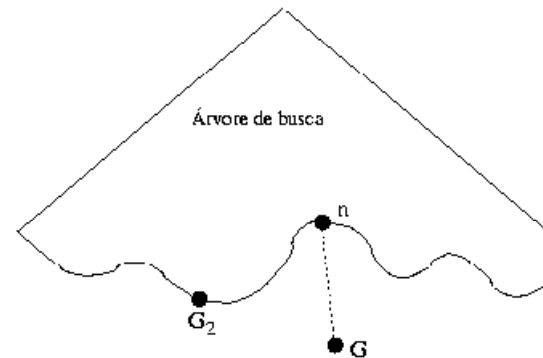
# Busca $A^*$ (A estrela)

- ♦  $A^*$  expande o nó de menor valor de  $f$  a cada instante.
- ♦  $A^*$  deve usar uma heurística admissível, isto é,  $h(n) \leq h^*(n)$  onde  $h^*(n)$  é o custo real para ir de  $n$  até o nó final.
- ♦ **Admissibilidade de  $A^*$** 
  - Diz-se que um método de busca é **ADMISSÍVEL** se ele sempre encontra uma solução e se esta solução é a de menor custo.
  - A busca em largura é admissível. O mesmo não ocorre com a busca em profundidade.
- ♦ **Teorema da Admissibilidade de  $A^*$** 
  - A busca  $A^*$  é ótima, isto é, sempre encontra o caminho de menor custo até a meta.

## Busca Heurística

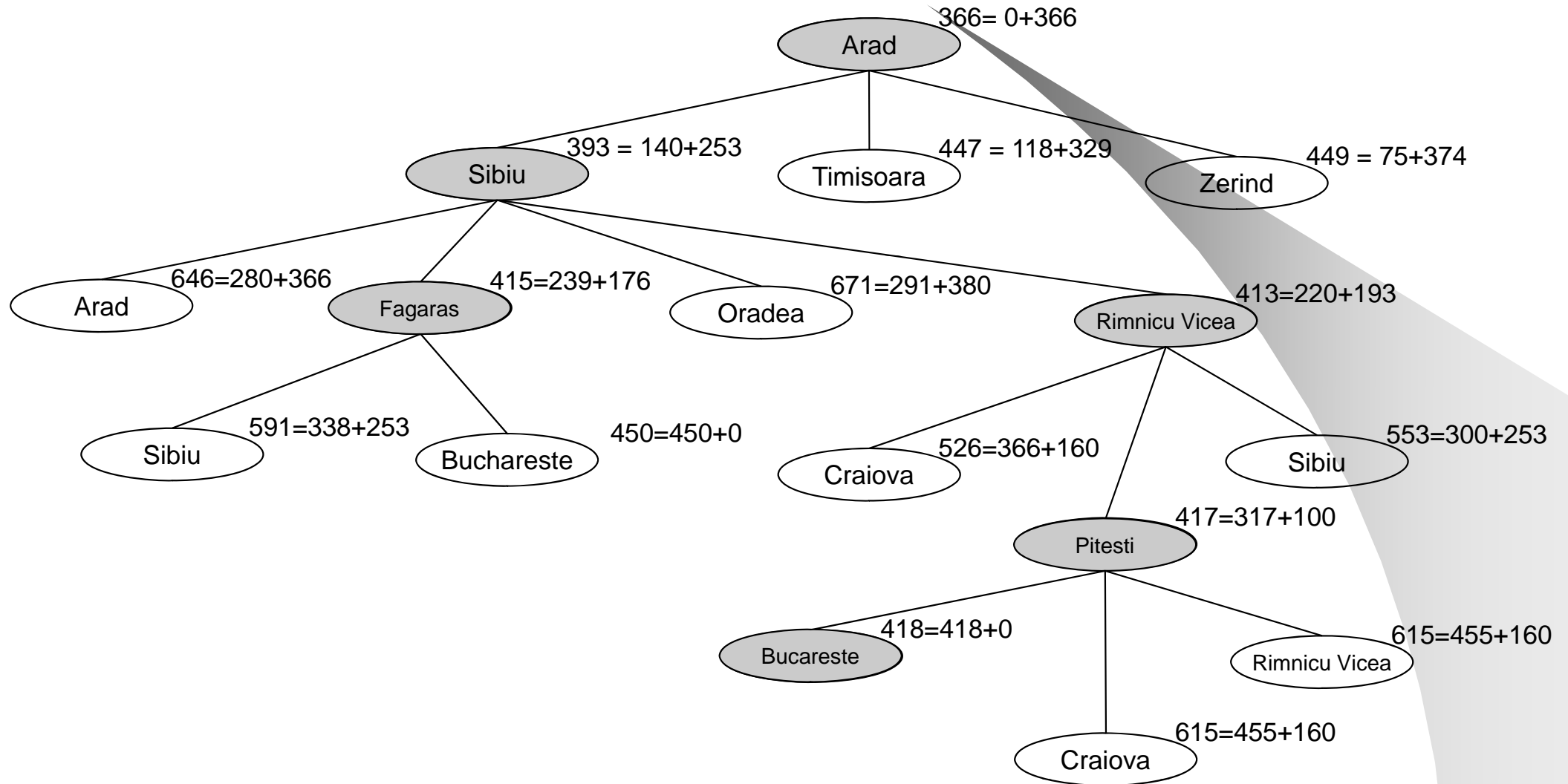
# Busca $A^*$ (A estrela)

- ♦ *Prova da otimalidade do algoritmo  $A^*$ :*
  - *Seja  $G$  o estado final de uma solução ótima,  $f^*$  o custo dessa solução ótima, e  $G_2$  o estado final de uma solução não ótima com custo  $g(G_2) > f^*$ .*
  - *Suponhamos que o algoritmo  $A^*$  visita  $G_2$  primeiro. Então existe, nas lista dos nodos abertos, um nodo  $n$  que faz parte do caminho até  $G$ . Como a função  $h(n)$  é admissível, temos  $f^* \geq f(n)$ .*
  - *Visto que  $G_2$  foi selecionado antes de  $n$ , temos também  $f(n) \geq f(G_2)$ . Como  $f^* \geq f(n)$ , podemos deduzir  $f^* \geq f(G_2)$ .*
  - *$G_2$  sendo o estado final,  $f(G_2) = g(G_2) + 0$ .*
  - *Então,  $f^* \geq g(G_2)$ , o que contradiz a hipótese.*



# Busca Heurística

# Busca A\* (A estrela)



## Busca Heurística

# Busca $A^*$ (A estrela)

- ♦ Quanto mais admissível a heurística, menor o custo da busca.
- ♦ Exemplo: Para o jogo do oito
  - $h1(n)$ : número de peças fora do lugar
  - $h2(n)$ : distância Manhattan (número de casas longe da posição final em cada direção)

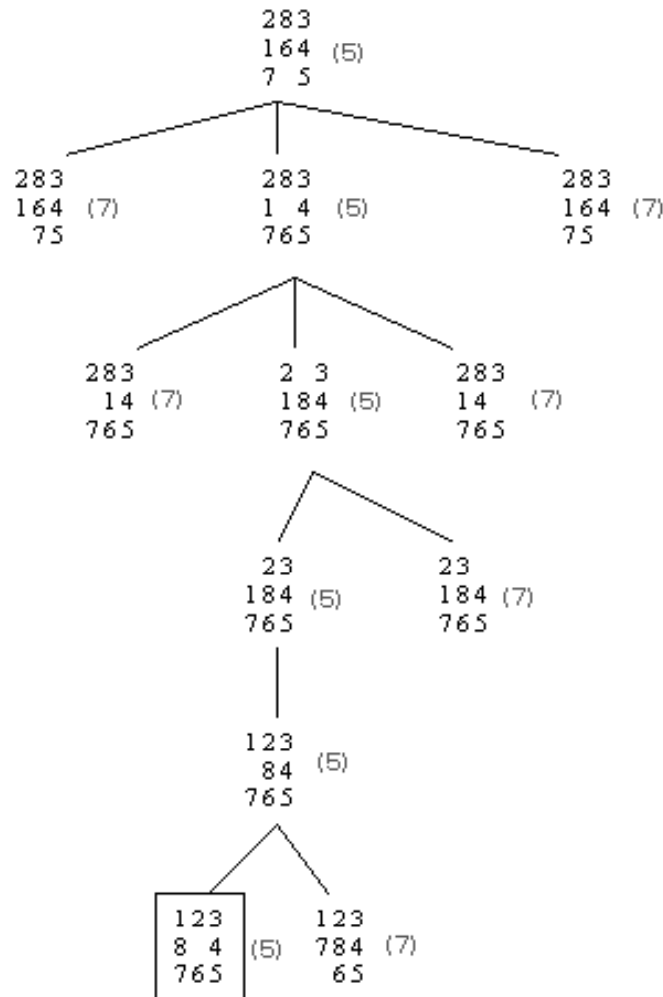




# Busca Heurística

## Busca A\* (A estrela)

- ♦ Exemplo: Para o jogo do oito
  - $h_2(n)$ : distância Manhattan (número de casas longe da posição final em cada direção)



## Busca Heurística

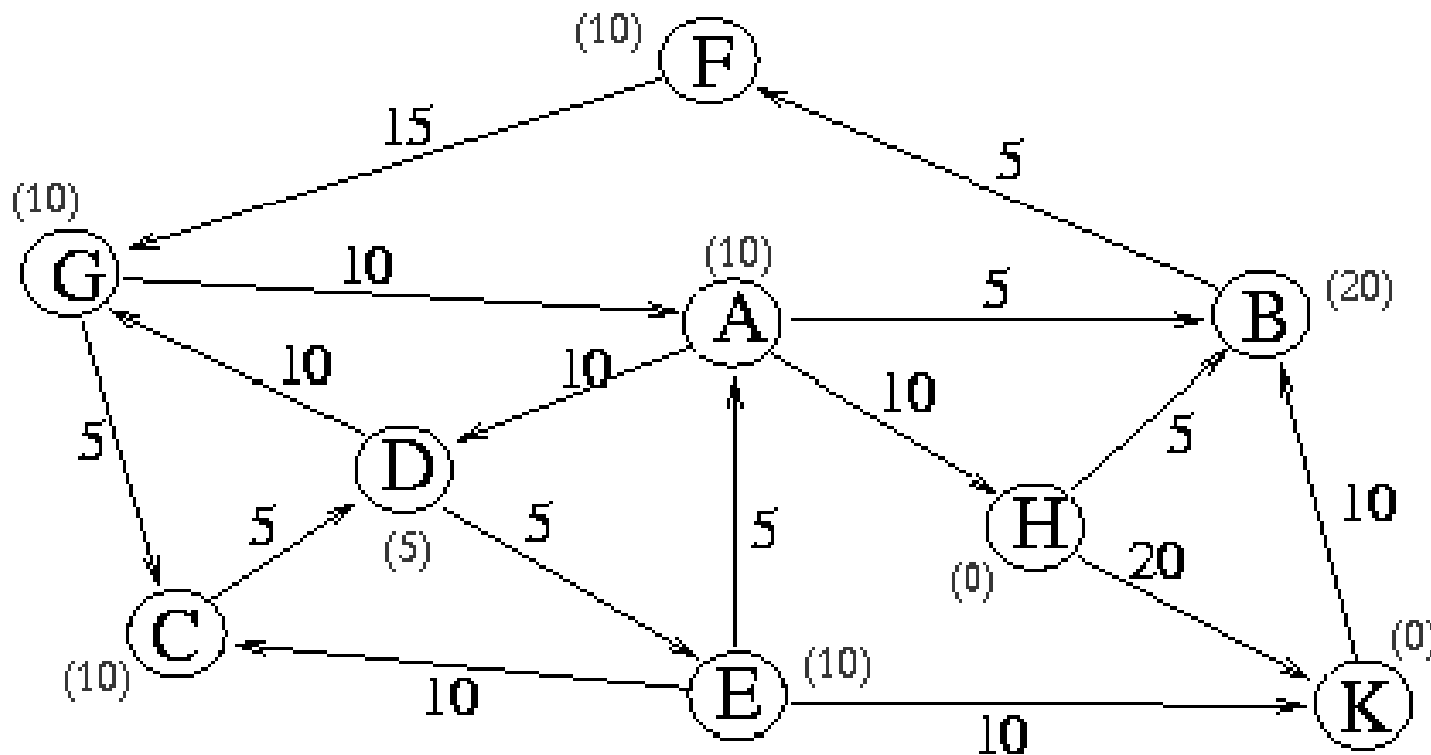
# Busca IDA\* (A estrela iterativo)

- ♦ O maior problema com  $A^*$  é o uso da memória.
- ♦ Para contornar esse problema, podemos utilizar a mesma técnica que foi utilizada para a busca cega: uma versão iterativa do algoritmo.
- ♦ A idéia é o seguinte:
  - Calculamos o valor  $f(n)$  do estado inicial. Como a solução ótima não pode ter um custo menor, realizaremos uma busca em profundidade na qual serão expandidos somente os nodos que não ultrapassam esse limite.
  - Se, de todos os nodos visitados, nenhum é a solução, recomeçamos uma nova busca, aumentando o limite.
  - Qual será o melhor valor para o novo limite? Considere os nodos que não foram expandidos. Um deles minimiza o valor  $f(n)$ . Como a solução ótima não pode ter um valor menor, recomeçaremos com esse novo valor. Assim por diante até que o estado final seja visitado.

# Busca Heurística

## Busca IDA\* (A estrela iterativo)

- Exemplo:  $G$  é o estado inicial e  $K$  é o estado final. O número entre parênteses representa  $h(n)$  para cada estado.



# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

- ♦ É a estratégia mais simples e popular. Baseada na Busca em Profundidade.
- ♦ É um método de busca local que usa a idéia de que o objetivo deve ser atingido com o menor número de passos.
- ♦ A idéia heurística que lhe dá suporte é a de que o número de passos para atingir um objetivo é inversamente proporcional ao tamanho destes passos.
- ♦ Empregando uma ordenação total ou parcial do conjunto de estados, é possível dizer se um estado sucessor leva para mais perto ou para mais longe da solução. Assim o algoritmo de busca pode preferir explorar em primeiro lugar os estados que levam para mais perto da solução.

# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

- ♦ Há duas variações do método:
  - **SUBIDA DE ENCOSTA SIMPLES:** Vai examinando os sucessores do estado atual e segue para o primeiro estado que for maior que o atual.
  - **SUBIDA DE ENCOSTA PELA TRILHA MAIS ÍNGREME:** Examina TODOS os sucessores do estado atual e escolhe entre estes sucessores qual é o que está mais próximo da solução.
- ♦ Este método não assegura que se atinja o ponto mais alto da montanha.
- ♦ Ele assegura somente que atingido um ponto mais alto do que seus vizinhos, então encontramos uma boa solução local.

# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

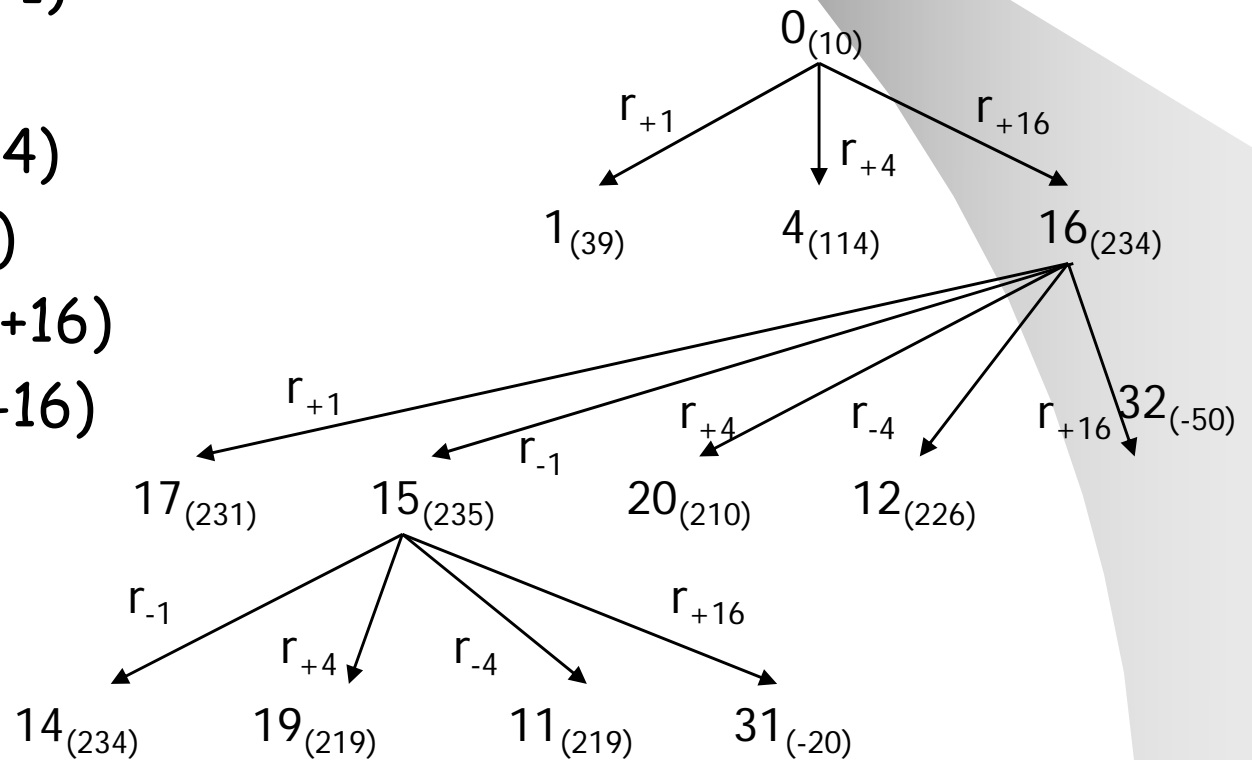
- ♦ Algoritmo (supondo que temos uma função  $f(n)$  que queremos maximizar):
  1. Identificar o estado atual com o estado inicial:  $n_{atual} = \text{estado inicial}$ . Em certas aplicações, o estado inicial pode ser gerado aleatoriamente.
  2. Identificar todos os estados sucessores possíveis de  $n_{atual}$  e calcular, para cada estado sucessor  $n$ , o valor  $f(n)$ . Seja  $n_i$  o estado sucessor que tem o maior valor.
  3. Se  $f(n_i) < n_{atual}$ , retornar  $n_{atual}$ . Isso significa que o algoritmo encontrou um estado que maximiza a função  $f(n)$ .
  4. Senão,  $n_{atual} = n_i$  e voltar à etapa 2.

# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

## ◆ Exemplo

- Achar o ponto máximo da função  $f(x) = -x^2 + 30x + 10$  no intervalo  $[0, 100]$ .

- $r+1 = (x | x < 100) \rightarrow (x+1)$
- $r-1 = (x | x > 0) \rightarrow (x-1)$
- $r+4 = (x | x < 97) \rightarrow (x+4)$
- $r-4 = (x | x > 3) \rightarrow (x-4)$
- $r+16 = (x | x < 85) \rightarrow (x+16)$
- $r-16 = (x | x > 15) \rightarrow (x-16)$

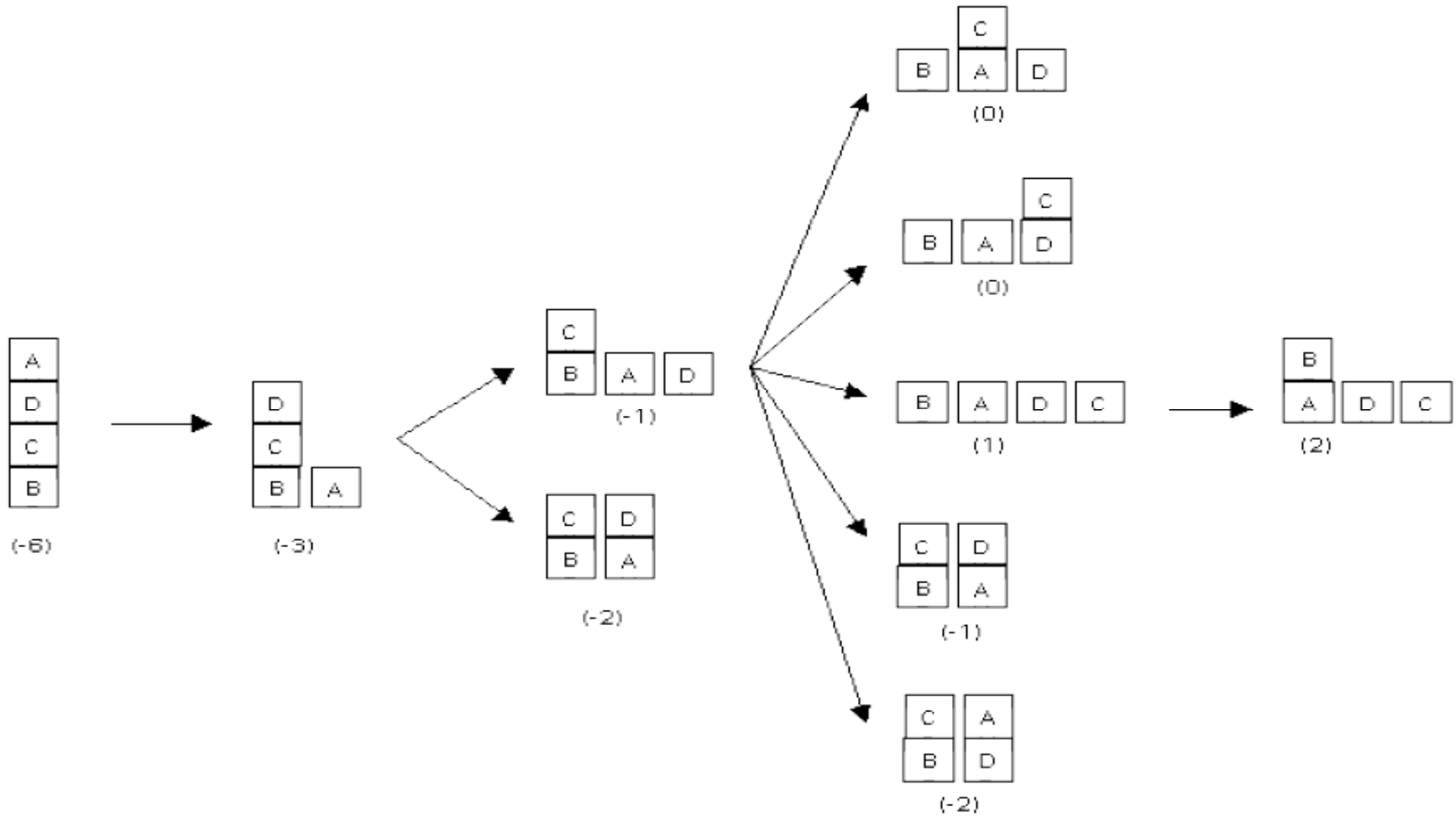




# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

- ♦ Exemplo: Mundo dos blocos
  - O objetivo é de colocar o bloco D sobre C, C sobre B, B sobre A e A sobre a mesa.
  - Heurística:
    - +n para cada cubo cuja estrutura de n cubo que o suporta é correta
    - -n para cada cubo cuja estrutura de n cubo que o suporta não é correta

# Busca Subida da Encosta (Hill climbing)

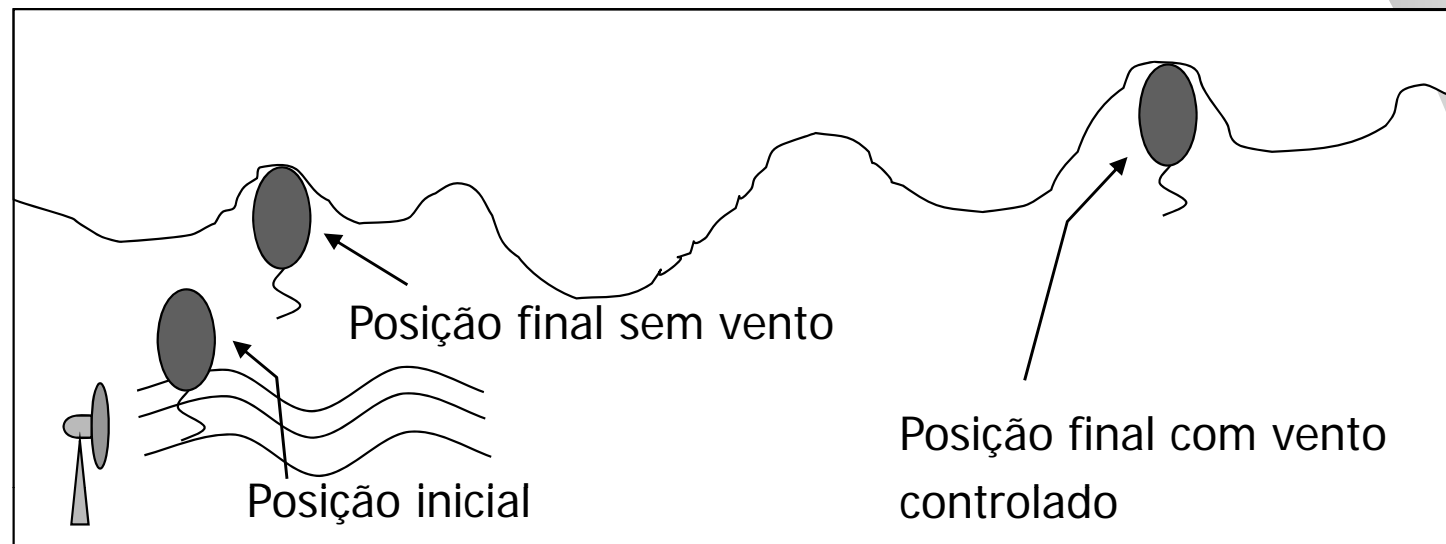


# Busca por Têmpera Simulada (Simulated Annealing)

- É adequado a problemas nos quais a subida de encosta encontra muitos platôs e máximos locais.
- Não utiliza backtracking e Não garante que a solução encontrada seja a melhor possível.
- Pode ser utilizado em problemas NP-completos.
- É inspirado no processo de têmpera do aço. Temperaturas são gradativamente abaixadas, até que a estrutura molecular se torne suficientemente uniforme.

# Busca por Têmpera Simulada (Simulated Annealing)

- A idéia é permitir "maus movimentos" que com o tempo vão diminuindo de frequência e intensidade para poder escapar de máximos locais.
- O que o algoritmo de têmpera simulada faz é atribuir uma certa "energia" inicial ao processo de busca, permitindo que, além de subir encostas, o algoritmo seja capaz de descer encostas e percorrer platôs se a energia for suficiente.

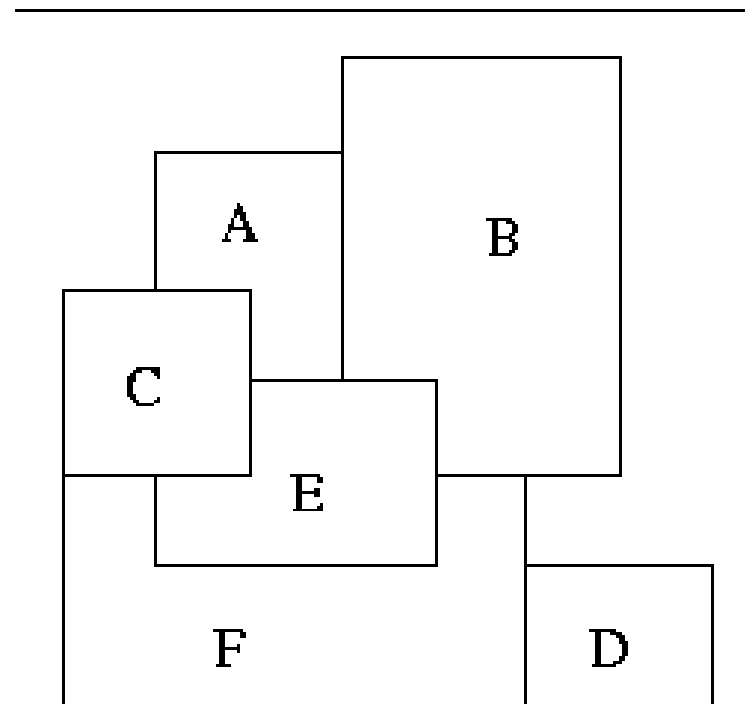


# Problemas com Satisfação de Restrições

- ◆ Nesse tipo de problema, a sequência de passos para atingir o estado final é na maioria dos casos irrelevante. O que queremos é identificar um valor para cada variável de tal maneira que todas as restrições sejam respeitadas.
- ◆ Uma maneira simples de resolver esse tipo de problema é utilizar a técnica Gerar e Testar:
  1. Escolher um valor para cada variável do problema.
  2. Verificar se as restrições são respeitadas.
  3. Se elas são, terminar. Senão voltar à etapa 1.
- ◆ A escolha de cada nova proposta de solução.
  - O método mais natural consiste em usar o retrocesso cronológico (backtrack).

# Problemas com Satisfação de Restrições

- ♦ Exemplo:
  - temos um mapa a ser colorido minimizando o número de cores utilizadas e de tal maneira que não tenha duas áreas contíguas coloridas com a mesma cor.

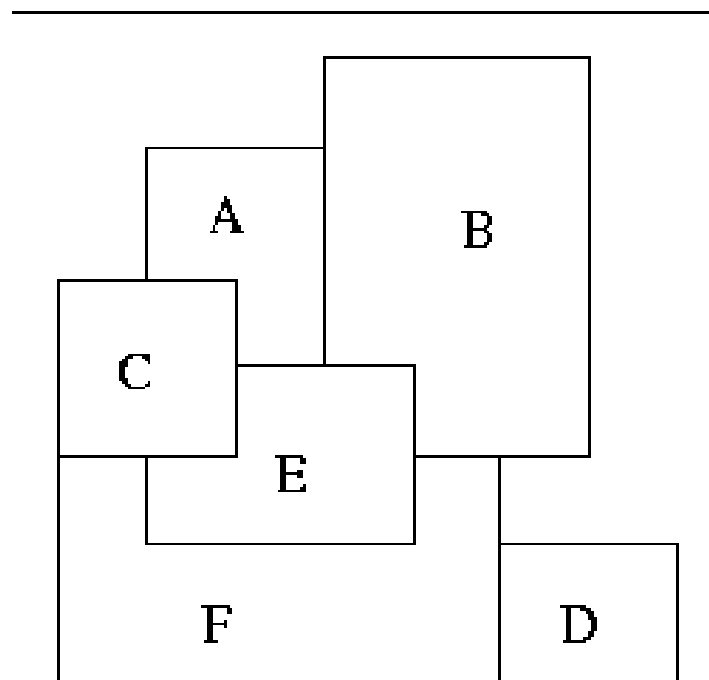


# Problemas com Satisfação de Restrições

- ◆ Exemplo:

- Esse problema pode ser representado pelo conjunto de variáveis  $\{A, B, C, D, E, F\}$  e as seguintes restrições:

- A B
- A C
- A E
- B E
- B F
- C E
- C F
- E F
- D F



# Problemas com Satisfação de Restrições

- ◆ Exemplo:

- Supondo que toda variável tem por domínio o conjunto de cores {azul, vermelho, roxo} e que as instanciações são feitas na sequência A, B, C, D, E e F, a primeira resposta retornada será a seguinte:

A   B   C   D   E   F

1 azul azul azul azul azul azul

- Essa proposta é rejeitada pelas restrições, voltamos à última variável que tem mais valores a propor, que é a variável F. Obtemos assim uma nova proposta onde F tem o valor vermelho, que é também rejeitada. Mesma coisa com o último valor possível para F:

A   B   C   D   E   F

2 azul azul azul azul azul vermelho

3 azul azul azul azul azul roxo



# Problemas com Satisfação de Restrições

- ♦ Exemplo:

- No próximo backtrack, voltaremos à variável E, pois todas as possibilidades foram esgotadas com a variável F. O próximo valor selecionada para E é a cor vermelho.
- Agora voltamos a selecionar um valor para F, recomeçando no início do domínio. Obteremos assim mais três possibilidades:

A	B	C	D	E	F
---	---	---	---	---	---

4 azul azul azul azul vermelho azul

5 azul azul azul azul vermelho vermelho

6 azul azul azul azul vermelho roxo

- Continuando, obteremos uma solução depois de 124 tentativas:

# Problemas com Satisfação de Restrições

- ♦ Exemplo:

- A B C D E F

7 azul azul azul azul roxo azul

8 azul azul azul azul roxo vermelho

9 azul azul azul azul roxo roxo

10 azul azul azul vermelho azul azul

... ..

123 azul vermelho vermelho vermelho vermelho roxo

124 azul vermelho vermelho vermelho roxo azul

# Problemas com Satisfação de Restrições

- ♦ Exemplo:

- Na maioria dos casos, podemos detectar conflitos antes mesmo de terminar as instanciações. Na linha 1, por exemplo, não é preciso continuar depois de ter atribuído a cor azul a A e B, pois já temos uma restrição violada.

A      B      C      D      E      F

1 azul

2 azul azul Backtrack

3 azul vermelho

4 azul vermelho azul Backtrack

5 azul vermelho vermelho

6 azul vermelho vermelho azul

7 azul vermelho vermelho azul azul Backtrack

8 azul vermelho vermelho azul vermelho Backtrack

# Problemas com Satisfação de Restrições

	A	B	C	D	E	F
9	azul	vermelho	vermelho	azul	roxo	
10	azul	vermelho	vermelho	azul	roxo	azul <u>Backtrack</u>
11	azul	vermelho	vermelho	azul	roxo	vermelho <u>Backtrack</u>
12	azul	vermelho	vermelho	azul	roxo	roxo <u>Backtrack</u>
13	azul	vermelho	vermelho	vermelho		
14	azul	vermelho	vermelho	vermelho	azul	<u>Backtrack</u>
15	azul	vermelho	vermelho	vermelho	vermelho	<u>Backtrack</u>
16	azul	vermelho	vermelho	vermelho	roxo	
17	azul	vermelho	vermelho	vermelho	roxo	azul <u>Solução</u>

# Problemas com Satisfação de Restrições

- Uma outra maneira de melhorar ainda mais a busca é usar o forward-checking.
- A idéia é de olhar, considerando os valores já atribuídos e as restrições, se é possível reduzir o domínio das outras variáveis não instanciadas.
- Por exemplo, assim que a cor azul for escolhida para A, podemos excluir essa cor dos conjuntos de B, C e E. Além de limitar as possibilidades na busca, essa técnica tem o efeito desejável de disparar mais rapidamente o backtrack

# Problemas com Satisfação de Restrições

	A	B	C	D	E	F	
0	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	
1	a	{v, r}	{v, r}	{a, v,r }	{v, r}	{a, v,r }	
2	a	v	{v, r}	{a, v,r }	{r}	{a, r}	
3	a	v	v	{a, v,r }	{r}	{a, r}	
4	a	v	v	a	{r}	{r}	
5	a	v	v	a	r	{}	<b>Backtrack</b>
6	a	v	v	v	{r}	{a, r}	
7	a	v	v	v	r	{a, r}	
8	a	v	v	v	r	a	

# Problemas com Satisfação de Restrições

- No nosso exemplo, há um aspecto que não foi considerado e que tem uma importância considerável na obtenção da solução: a ordem de instanciação das variáveis.
- Considere por exemplo a ordem D, A, B, C, E, F. Nesse caso, usando o forward-checking, a busca fica mais demorada e só é encontrada depois de 15 passos.
- Existe uma maneira de determinar a ordem de instanciação das variáveis para otimizar a busca?
- A resposta é sim. Eis as heurísticas para escolha da ordem de instanciação:
  - Escolher a variável mais restringida (a que contém o menor domínio).
  - Escolher a variável implicada em mais restrições.

# Problemas com Satisfação de Restrições

	Variável mais restringida						
	A	B	C	D	E	F	
0	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	{a, v,r }	
1	a	{v, r}	{v, r}	{a, v,r }	{v, r}	{a, v,r }	
2	a	v	{v, r}	{a, v,r }	{r}	{a, r}	
3	a	v	{v }	{a, v,r }	r	{a }	
4	a	v	v	{a, v,r }	r	{a }	
5	a	v	v	{v, r}	r	a	
6	a	v	v	v	r	a	<b>Solução</b>



# Problemas com Satisfação de Restrições

Variável envolvida em maior número de restrições

	A	B	C	D	E	F	
0	{a, v, r }	{a, v, r }	{a, v, r }	{a, v, r }	{a, v, r }	{a, v, r }	
1	{v, r }	{v, r }	{v, r }	{a, v, r }	a	{v, r }	
2	{v, r }	{r }	{r }	{a, r }	a	v	
3	v	{r }	{r }	{a, r }	a	v	
4	v	r	{r }	{a, r }	a	v	
5	v	r	r	{a, r }	a	v	
6	v	r	r	a	a	v	<b>Solução</b>

# Jogos

- ♦ Os jogos tem atraído a atenção da humanidade, às vezes de modo alarmante, desde a antiguidade.
- ♦ O que o torna atraente para a IA é que é uma abstração da competição (guerra), onde se idealizam mundos em que agentes agem para diminuir o ganho de outros agentes. Além disso, os estados de um jogo são facilmente representáveis (acessíveis) e a quantidade de ações dos agentes é normalmente pequena e bem definida.
- ♦ A presença de um oponente torna o problema de decisão mais complicado do que os problemas de busca, pois introduz incertezas, já que não sabemos como o oponente irá agir.
- ♦ Geralmente o oponente tentará, na medida do possível, fazer o movimento menos benéfico para o adversário.

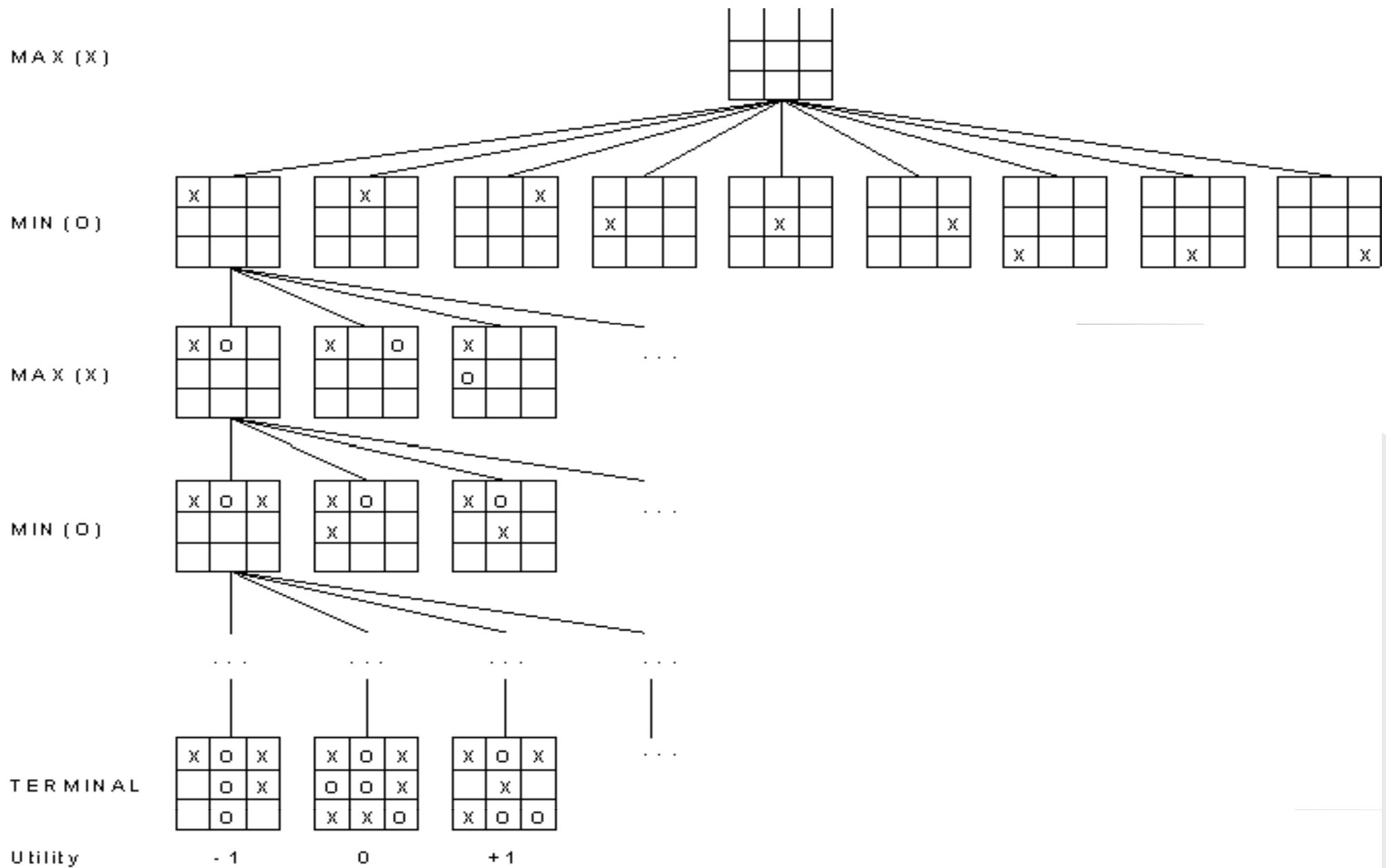
# Jogos

- ♦ Jogos são, geralmente, problemas muito difíceis de resolver.
  - Xadrez difícil porque muito estados
  - Fator de ramificação 35
  - Geralmente 50 movimentos para cada jogador
  - $35^{100}$  estados ou nós
- ♦ Limites de tempo penalizam a ineficiência;
- ♦ Não é possível fazer a busca até o fim, de modo que devemos fazer o melhor possível baseados na experiência passada.
- ♦ Deste modo, jogos são muito mais parecidos com problemas do Mundo Real do que os problemas "Clássicos" vistos até agora.

# Jogos

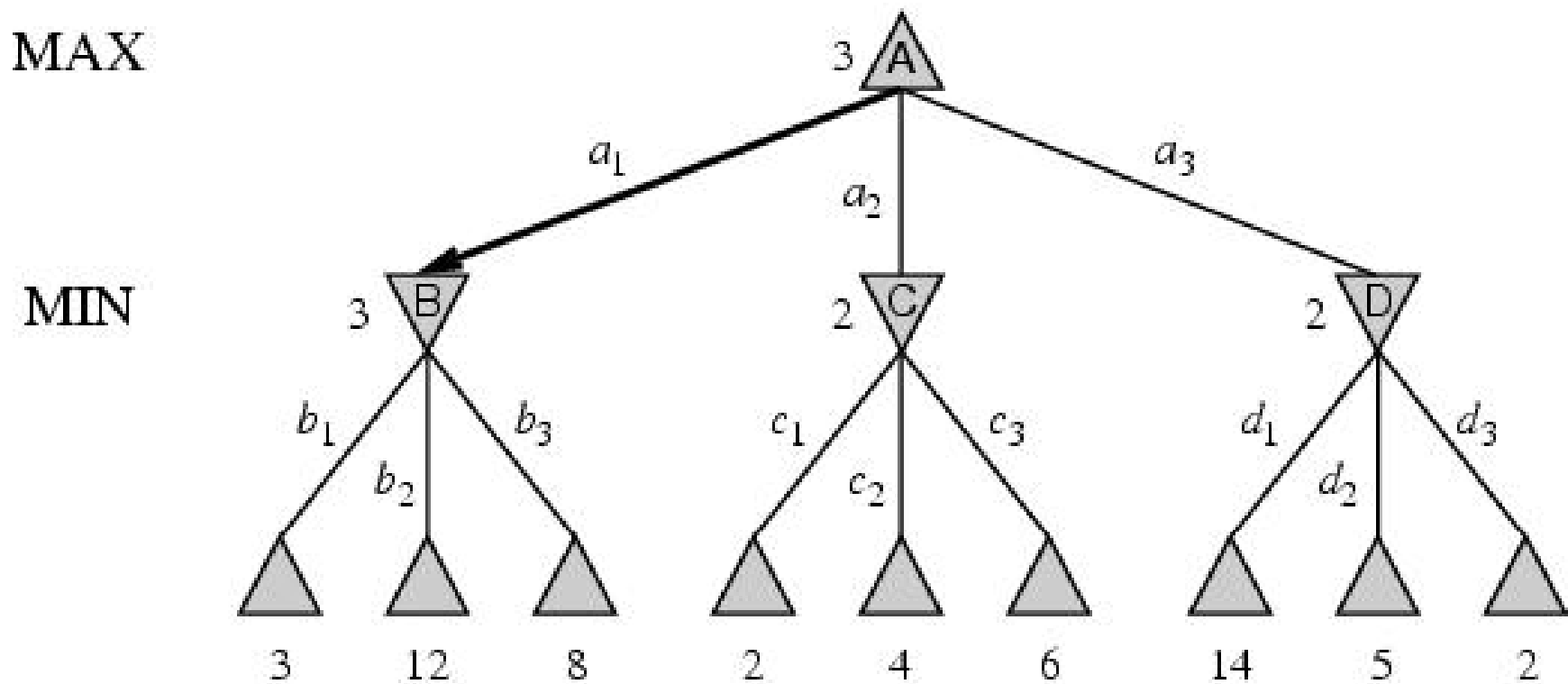
- ♦ Jogos de Duas Pessoas
  - Existem dois jogadores: MAX e MIN (MAX começa jogando).
- ♦ Jogos como um tipo de problema de busca:
  - O estado inicial;
  - Um conjunto de operadores;
  - Teste de Fim de Jogo (estados finais);
  - Função de Utilidade (payoff) - dá um resultado numérico para o resultado ou consequência de um jogo.
- ♦ Estratégia
  - Problemas de busca:
    - seqüência de movimentos que levam a um estado meta
  - MIN NÃO DESEJA QUE MAX ganhe;
  - MAX achar estratégia que leve a vitória independentemente dos movimentos de MIN.

# Jogos



# Jogos

- 1º Exemplo: Algoritmo MINMAX



# Jogos

- ♦ **1º. Exemplo: Algoritmo MINMAX**
  1. Gerar toda a árvore do jogo;
  2. Aplicar a função utilidade a cada nó terminal;
  3. Usar a utilidade dos nós terminais para determinar a utilidade dos nós um nível acima:
    - a) Quando acima é a vez de MIN fazer um movimento, escolher o que levaria para o retorno mínimo
    - b) Quando acima é a vez de MAX fazer um movimento, escolher o que levaria para o retorno máximo
  4. Continuar calculando os valores das folhas em direção ao nó raiz;
  5. Eventualmente é alcançado o nó raiz nesse ponto MAX escolhe o movimento que leva ao maior valor.

# Jogos

- ♦ **Decisões Imperfeitas**
  - Algoritmo MINIMAX deve procurar até alcançar um nó terminal.
  - Usualmente isso não é prático (complexidade  $O(b^m)$ )
  - **Sugestão:**
    - Parar a busca num tempo aceitável;
    - A função utilidade é substituída por uma função de avaliação heurística (EVAL), que retorna uma estimativa da utilidade esperada do jogo em uma dada posição;
    - Teste terminal por um teste de corte.



# Jogos

- ♦ *Função de Avaliação*
  - Retorna uma estimativa da utilidade do jogo a partir de uma dada posição;
  - EX: xadrez:  
<http://caissa.onenet.net/chess/texts/Shortcut>
  - Deve coincidir com a função de utilidade nos nós terminais;
  - Não deve ser difícil de calcular;
  - Deve refletir as chances reais de ganhar.

# Jogos

- ♦ Poda Alfa-Beta
  - Processo de eliminar ramos da árvore sem examiná-los.
  - MINIMAX é em profundidade
- ♦ Eficiência depende da ordem em que os sucessores são examinados.

